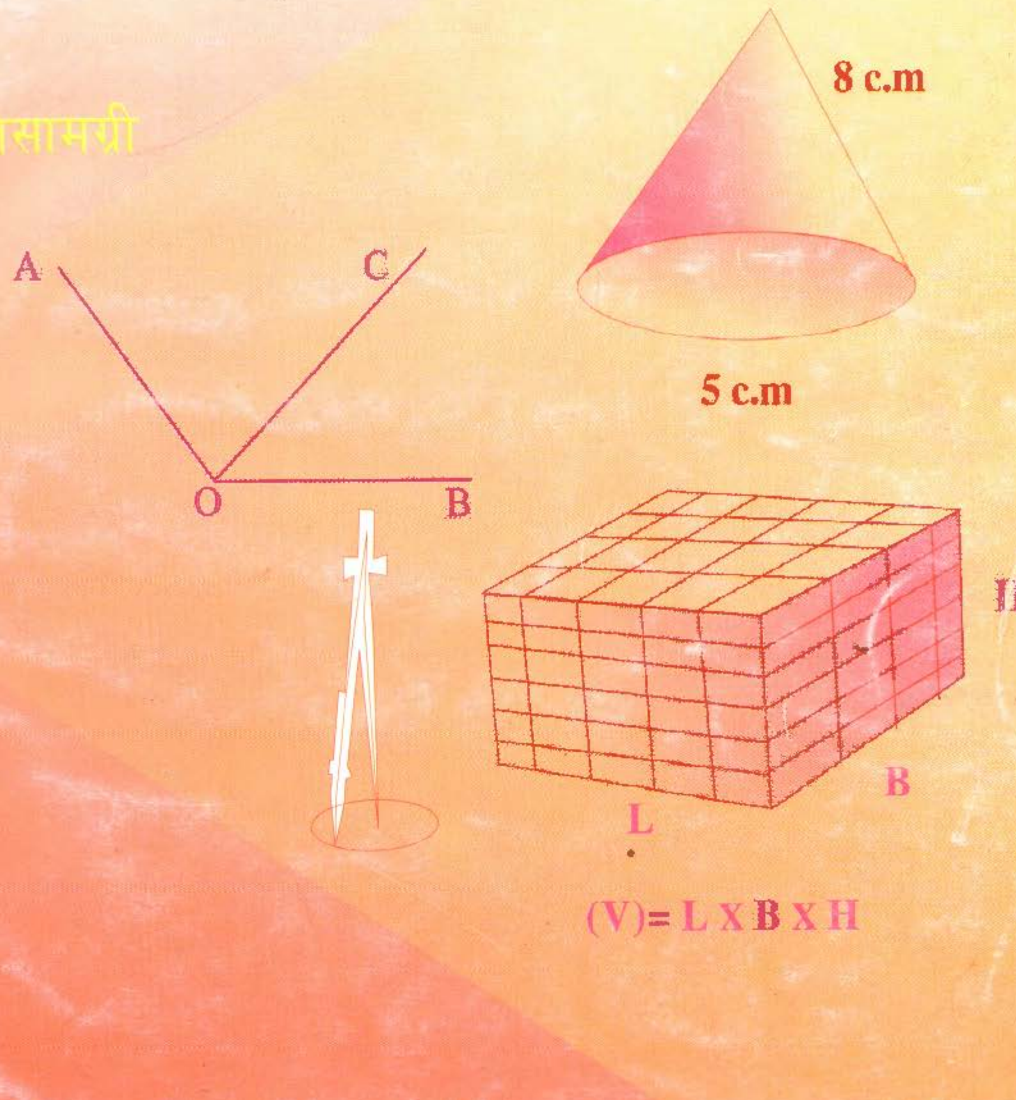
गणित शिक्षा शिक्षण

सक्षमतामा आधारित निम्नमाध्यमिक तथा माध्यमिक शिक्षक तालिम
(एकमहिने - प्रथम मोड्युल)

प्रशिक्षार्थी स्रोतसामग्री



श्री ५ को सरकार
शिक्षा तथा खेलकुद मन्त्रालय
शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

२०६१

परीक्षणका ला

परीक्षणका लागि

गणित शिक्षण

सक्षमतामा आधारित निम्नमाध्यमिक तथा माध्यमिक शिक्षक तालिम

(एकमहिने - प्रथम मोड्युल)

प्रशिक्षार्थी स्रोतसामग्री

श्री ५ को सरकार
शिक्षा तथा खेलकुद मन्त्रालय
शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर
२०६१

ग3077

शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्र
२०५०
पुस्तकालय

विषयसूची

एकाइ	शीर्षक	पृष्ठ
१.	पाठ्यक्रम	१
२.	सिकाइ सिद्धान्त	३८
३.	धारणा निर्माण, सम्बन्धको खोज र हिसाब गर्ने सीप	६०
४.	गणितीय सञ्चारसीप	९५
५	शिक्षण सिकाइ रणनीति	१२०
६	सामग्री निर्माण र प्रयोग	१९२
७	मूल्याङ्कन	२९४
८	योजना	३४७

भूमिका

शिक्षाको गुणस्तर र प्रभावकारी शिक्षणका लागि शिक्षक तालिम अनिवार्य शर्त मानिन्छ । तालिम प्राप्त शिक्षकहरूको अभावमा शिक्षणसिकाइमा प्रभावकारिता ल्याउन सकिदैन र सिकाइ प्रभावकारी नभए शैक्षिक गुणस्तरको कल्पना पनि गर्न सकिदैन । त्यसैले निम्नमाध्यमिक तथा माध्यमिक तहको शैक्षिक गुणस्तरमा सुधार ल्याउने उद्देश्यले माध्यमिक शिक्षा सहयोग कार्यक्रम (SESP) हालै कार्यान्वयनमा आएको छ । यही कार्यक्रमको एउटा महत्वपूर्ण पाटो "शिक्षक शिक्षा र विकास" हो । यसमा शिक्षकहरूको पेसागत दक्षता अभिवृद्धि गरी कक्षाकोठाको सिकाइ वातावरणमा उल्लेखनीय सुधार ल्याउनका लागि शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्रले निम्नमाध्यमिक तहका पाँचओटा र माध्यमिक तहका छओटा मुख्य विषयहरूलाई समेटेर सक्षमतामा आधारित दसमहिने प्रमाणीकरण शिक्षक तालिम पाठ्यक्रम तयार गरेको छ। पाठ्यक्रमअनुसार उक्त शिक्षक तालिमलाई तीन मोडुलमा बाँडिएको छ । यी तीन मोडुलहरूमध्ये प्रथम मोडुलको "तालिम केन्द्रमा आधारित एकमहिने" गणित शिक्षक तालिमका लागि प्रस्तुत "प्रशिक्षार्थी स्रोतसामग्री" तयार पारिएको हो ।

प्रस्तुत प्रशिक्षार्थी स्रोतसामग्री शिक्षक तालिम पाठ्यक्रमलाई आधार मानी निम्नमाध्यमिक तथा माध्यमिक तहका गणित विषयको शिक्षकहरूका लागि तयार गरिएको छ । यसमा समावेश भएका विषयवस्तुहरूलाई क्रियाकलापमुखी, सहभागितामूलक र सीपमूलक बनाउने प्रयास गरिएको छ । साथै यसमा निम्नमाध्यमिक तथा माध्यमिक तहको गणित शिक्षक तालिमका सहभागी शिक्षकहरूलाई आवश्यक ज्ञान गराउँदै सक्षमतामा आधारित दसमहिने प्रमाणीकरण शिक्षक तालिम पाठ्यक्रमले निर्दिष्ट गरेका विषयवस्तुका बारेमा प्रशिक्षक तथा सहभागीहरूका लागि आवश्यक सूचनाहरूलाई सङ्क्षिप्त रूपमा समावेश गरिएको छ ।

अन्त्यमा प्रस्तुत प्रशिक्षार्थी स्रोतसामग्री तयार पार्नका लागि विभिन्न क्षेत्रबाट आवश्यक सहयोग पुऱ्याउनुहुने सम्पूर्ण महानुभावहरूप्रति हार्दिक आभार व्यक्त गर्दै यसमा देखिएका त्रुटि तथा कमीकमजोरी औंल्याई सहयोग पुऱ्याउन हुन समेत सम्बद्ध सबैसँग अनुरोध छ ।

२०६१

अर्जुनबहादुर भण्डारी
कार्यकारी निर्देशक

प्रकाशक :
श्री ५ को सरकार
शिक्षा तथा खेलकुद मन्त्रालय
शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

© प्रकाशकमा

प्रथम संस्करण - २०६१

टेलिफोन : ६-६३१२७६, ६-६३१३७२, ६-६३०७६६
फ्याक्स : ६-६३०१९३, ६-६३१४८६
पो.ब.नं. : २१४५, ३६५२
E-mail : nceda@mos.com.np; nced@ntc.net.np
ednced@mail.com.np

सुझाव एवम् सल्लाह

अर्जुनबहादुर भण्डारी
बैकुण्ठप्रसाद काफ्ले
बुनु श्रेष्ठ
इन्द्रबहादुर श्रेष्ठ

लेखनसमूह

प्रा.डा. हीराबहादुर महर्जन
चित्रप्रसाद देवकोटा
बालचन्द्र लुईंटेल
इमनारायण श्रेष्ठ
वरुण बैद्य
तुलसीप्रसाद थपलिया
लेखनाथ शर्मा
डण्डपाणि शर्मा
रामचन्द्र पौडेल
मुकुन्द्रप्रकाश क्षेत्री

विषयवस्तु सम्पादन

प्रा.डा. सिद्धि कोइराला
इमनारायण श्रेष्ठ
तुलसीप्रसाद थपलिया
डण्डपाणि शर्मा

भाषा सम्पादन

शुकदेव सापकोटा

आवरण डिजाइन

सुमन बज्राचार्य

कम्प्युटर सेटिङ

किरणमान श्रेष्ठ
दिपेन्द्रकुमार झा

एकाइ : एक

पाठ्यक्रम

Competency 1	: Describe curiculum development movements in mathematics in the world and explain the intention of the existing curriculum of mathematics competencies
Total hours	: 15 hrs.
Total sessions	: 10

पाठ एक : पाठ्यक्रम र पाठ्यक्रम विकास

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) पाठ्यक्रमको अर्थ, रूप र वर्तमान उत्तरआधुनिक कालममा 'पाठ्यक्रम विकास' लाई 'पाठ्यक्रम बुझाइ' को सैद्धान्तिक आधारमा गरिएका चिन्तन बारेमा परिचित हुन,

ख) 'नयाँ गणित आन्दोलन' (New math movement), र 'आधारभूत गणिततर्फ फर्क' (Back to basic movement) आन्दोलनले पाठ्यक्रम विकासमा पारेका प्रभाव मूल्याङ्कन गर्न,

ग) 'पाठ्यक्रम मानकहरू' को प्रयोगबाट पाठ्यक्रम विकास गर्ने आन्दोलनबारे परिचित हुन र नेपालको पाठ्यक्रम विकासमा यसको उपयोगिताबारे मूल्याङ्कन गर्न,

घ) पाठ्यक्रम विकासका आधारभूत सिद्धान्तहरूको व्याख्या गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) पाठ्यक्रमको परिचय र परिभाषा,

ख) पाठ्यक्रमको अर्थ र स्वरूप,

ग) गणित पाठ्यक्रम विकास प्रक्रिया ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

क) पाठ्यक्रमको परिचय र परिभाषा

पाठ्यक्रम एउटा साधनको रूपमा मात्र नरहेर अहिले अध्ययनको एउटा विधा नै भैसकेकोछ। सर्वप्रथम यसको अध्ययनको थालनी पाठ्यक्रम के हो भन्ने कुराको अध्ययनबाट प्रारम्भ गर्नु पर्छ। शिक्षक साथी ! सर्वप्रथम तपाई एक छिन सोच्नुहोस् कि पाठ्यक्रम नभइकन हालको औपचारिक शिक्षाको अध्ययन अध्यापन कति सजिलो हुन्छ ? पाठ्यक्रमलाई वास्तविक अर्थमा कसरी लिने ?

पाठ्यक्रमलाई 'साँघुरो' र 'व्यापक' दुवै रूपमा परिभाषित गरिएको पाइन्छ। यी दुवै रूपमा गरिएका परिभाषाहरूलाई यहाँ समावेश गरिएको छ। परिभाषा १ देखि ४ सम्म सामान्यतया पाठ्यक्रमलाई परिभाषित गर्न खोजिएको छ। परिभाषा पाँच गणितको पाठ्यक्रमसँग सम्बन्धित छ।

1. Curriculum is a ' course'; especially a regular course at a school or university. (पाठ्यक्रम एउटा विद्यालयको वा विश्वविद्यालयको नियमित पाठ्यांश हो)

   -Oxford Dictionary

2. Curriculum is the planned experiences provided by the school to assist the pupils in attaining the designated learning outcomes to the best of their abilities'. (विद्यार्थीहरूको योग्यता/क्षमताको आधारमा निर्धारण गरिएको सिकाइ उपलब्धिहरूको प्रप्तिका लागि विद्यालय वा विश्वविद्यालयले योजनाबद्ध रूपमा प्रदान गर्ने सम्पूर्ण सिकाइ अनुभवहरू नै पाठ्यक्रम हो।)

   -Neagley and Evans

3. Curriculum is the planned composite efforts of any school to guide pupil learning toward predetermined learning outcomes. (पूर्व निर्धारित सिकाइ उपलब्धिहरूको सिकाइका लागि विद्यार्थीलाई निर्देशन गर्न तयार पारिएको योजनाबद्ध संयुक्त प्रयत्नहरू नै पाठ्यक्रम हो।)

4. In view of the shortcomings of the currently popular definition, it is here stipulated that curriculum is a structured series of intended learning outcomes. Curriculum prescribes (or at least anticipates) the results of instruction. A curriculum is an attempt to communicate the essential principles and features of an educational proposal in such a form that it is open to critical scrutiny and capable of effective translation into practice. (हालसम्मका परिभाषालाई हेर्दा देखिने केही कमीजोरीहरूलाई मध्यनजर गर्दा पाठ्यक्रमलाई आसा गरिएको सिकाइ उपलब्धिहरूको संरचनागत एउटा सूची हो। पाठ्यक्रमले शिक्षणको नतिजालाई अग्रिम उल्लेख गर्छ। पाठ्यक्रम आवश्यक सिद्धान्तहरू सहितको शैक्षिक प्रस्तावनालाई सञ्चार

गर्ने एक प्रयास हो र यसलाई आलोचनात्मक छानबिन गर्न र प्रभावकारी प्रयोगका लागि खुला गरिएको हुन्छ ।) -L. Stenhouse

5. A curriculum is an operational plan for instruction that details what mathematics students need to know, how students are to achieve the identified curricular goals, what teachers are to do to help students develop their mathematical knowledge, and the context in which learning and teaching occur. (पाठ्यक्रम शिक्षणको कार्ययोजना हो जसमा विद्यार्थीले सिक्ने गणितको स्वरूप पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेका लक्ष्यहरू विद्यार्थीहरूले प्राप्त गर्ने तरिकाहरू, शिक्षकहरूले विद्यार्थीहरूमा गणितीय ज्ञानको सिकाइका लागि मद्दत गर्ने तरिका र क्षेत्रहरू र कुन अवस्थामा गणितको सिकाइ हुनसक्छ जस्ता कुराहरूको विस्तृत व्याख्या गरिएको हुन्छ ।) -NCTM

यी परिभाषाको अध्ययन पछि पाठ्ययक्रले लिने साँघुरो अर्थ र व्यापक अर्थका बारेमा आफ्ना विश्लेषणहरूलाई संश्लेषण गरी पाठ्यक्रमलाई तपाईंले कसरी बुझ्नुभयो लेख्नुहोस् । आवश्यक भए प्रशिक्षकसँग छलफल गर्नुहोस् ।

ख) पाठ्यक्रमको अर्थ

साँघुरो अर्थमा पाठ्यक्रमलाई पढ्ने विषयवस्तुका क्रमबद्ध सूचीलाई मान्नुपर्छ । व्यापक अर्थमा पाठ्यक्रमलाई औपचारिक शिक्षाका लागि विद्यालय भित्र या बाहिर निर्दिष्ट लक्ष्यका लागि गरिने सम्पूर्ण क्रियाकलापलाई लिनुपर्छ ।

ग) पाठ्यक्रमका रूपहरू

शिक्षक साथिहरू, तपाईंहरूले यस अघि पाठ्यक्रम के हो भन्ने बारेमा छलफल, अध्ययन र निष्कर्षमा पुगी सक्नुभएको छ । तपाईंहरूले अहिले पनि गणित त पढाइरहनु भएकै छ । पढाउने क्रममा पाठ्यक्रम अवश्य नै हेर्ने गर्न भएको छ । गणित पढाउदा, जांच लिदा के पाठ्यक्रम नै प्रयोग भएको मान्नुहुन्छ ? छलफल गर्नुहोस । वास्तवमा एउटा पाठ्यक्रमका तीनओटा रूपहरूलाई त हामी सबैले प्रयोगमा ल्याइराखेका छौं । ती रूपहरूलाई छोटो रूपमा यहाँ उल्लेख गरिएको छ ।

१. *आशा गरेको पाठ्यक्रम (Desired/Intended Curriculum)*

राष्ट्रिय वा विद्यालयस्तरको जुन सुकै पाठ्यक्रमले विद्यार्थीहरूले न्यूनतमरूपमा सिक्न पर्ने ज्ञान, सीप तथा अभिवृत्तीलाई उल्लेख गरेको हुन्छ । यो नै आशा गरेको पाठ्यक्रम हो । हालको गणित पाठ्यक्रमले पनि विभिन्न कक्षाका विद्यार्थीहरूले के के सिक्नु पर्ने हो, कसरी

सिकाउने हो, र सिके सिकेनन् कसरी जाच्ने भन्ने बारेमा उल्लेख गरेको छ । यी सबै नै आसा वा अपेक्षा गरेका कुराहरू हुन् । यती कुराहरू सिकाउन सकिन्छ र विद्यार्थीहरू सिक्न सक्छन् भन्ने मान्यतामा नै हालको पाठ्यक्रम तयार गरिएको हो । यो पाठ्यक्रम नै आशा गरिएको पाठ्यक्रम हो ।

२. *कार्यान्वयन गरेको पाठ्यक्रम (Implemented/ Enacted Curriculum)*

विद्यालयको कक्षाकोठामा पठन पाठन गरिएको पाठ्यक्रम कार्यान्वयन गरिएको पाठ्यक्रम हो । आशा गरिएको पाठ्यक्रम र कार्यान्वयन गरिएको पाठ्यक्रमको फरकले नै पाठ्यक्रम प्रभावकारिताको मूल्याङ्कन गरिने गरिन्छ । सिकाउने तरिका, प्रयोग गरिएका शिक्षण सिकाइका सामग्रीहरू, विद्यार्थी सहभागिता र शिक्षकको सहभागिताको अवस्था नै वास्तविक कार्यान्वयन गरिएको पाठ्यक्रम हो ।

३. *सम्पादित पाठ्यक्रम (Achieved Curriculum)*

वास्तविकरूपमा विद्यार्थीहरूले सिक्न सकेको पाठ्यक्रम सम्पादित पाठ्यक्रम हो । पाठ्यक्रमका दृश्य र अदृश्य रूपहरू छन् । पाठ्यक्रमले उल्लेख गरेका चिजहरू दृश्यरूपमा पर्छ । शिक्षण सिकाइको क्रममा विद्यार्थीहरूले शिक्षक विद्यार्थीबीचको सम्बन्धबाट बानी, विवेक, स्वभाव, चिन्तनको पद्धति आदि चिजहरू पनि सिकिरहेका हुन्छन । यी चिजहरूलाई अदृश्य पाठ्यक्रम भनिन्छ । गणितको सिकाइमा पनि यस पाठ्यक्रमको निकै महत्त्व रहन्छ । खास गणितलाई माया गर्ने र गणित प्रति सकारात्मक भावको सिर्जनामा अदृश्य पाठ्यक्रमको स्थान अग्रणी हुन्छ ।

गणित पाठ्यक्रम विकास प्रक्रिया
(Approaches in Mathematics Curriculum Development)

Behaviourist Approach (व्यवहारवादी प्रक्रिया)

पाठ्यक्रम निर्माण प्रक्रियामा विभिन्न प्रक्रियाहरू पाइन्छन् । सिकाइ सिद्धान्तमा थर्नडाइक, बाटसन, स्कीनर आदी सिकाइ सिद्धान्तकारहरूले सिकाइका लागि अभ्यास, पूनर्बल, दुई उद्दिपकहरू वा प्रतिक्रियाहरूबीचका सम्बन्ध सिकाइका लागि आवश्यक चिजहरू मानिएका छन् । यसै सिद्धान्तका आधारमा विद्यालयमा पढाउने विषयहरूको पाठ्यक्रमहरूको निर्माण गरिने प्रक्रियाहरूलाई व्यवहारवादी प्रक्रिया भनिन्छ । यस सिद्धान्तका आधारमा गणित विषयमा सुधार ल्याउँदा शिक्षण र सिकाइका विधिहरूमा परिवर्तन गरिएको थियो । बढीमात्रामा अभ्यास र ड्रिल गराएर गणित सिकाउने विधिलाई प्रयोगमा ल्याइयो । हुन त यस किसिमको सिकाइ

सिद्धान्त जनावरमा गरिएको प्रयोगको आधारमा निर्माण गरिएको हुनाले यसको प्रयोग मानव सिकाइका लागि उपयोगी छैन भन्ने व्याख्याहरू र नयाँ सिकाइका सिद्धान्तहरू पनि निस्किसकेका छन् । तैपनि अहिलेसम्म पाठ्यक्रम निर्माणमा यस सिद्धान्तको प्रयोग त्यतिकै पाइन्छ । यस सिद्धान्तले पाठ्यक्रमको निर्माण गर्नका लागि सर्वप्रथम सिकाइ उपलब्धिहरूको पहिचान र निर्धारणलाई पहिलो चरणको रूपमा लिन्छ । सारा पाठ्यक्रमलाई व्यवहारिक उद्देश्यहरूबाट निर्देशित गरिन्छ । गणितको पाठ्यक्रम बनाउँदा गणितका विषयवस्तुहरूलाई शृङ्खलाबद्ध सिकाइ कार्यहरूमा सङ्गठित गरिन्छ, र सोही अनुसारका अभ्यासहरूलाई पनि क्रममा मिलाएर राख्न लगाइन्छ । व्यवहारवादी सिद्धान्तका आधारमा गणितका पाठ्यक्रममा सुधारका प्रयासमा देखिएका आधारभूत पक्षहरूलाई बुँदागत रूपमा तल प्रस्तुत गरिएको छ ।

- Reform of teaching and learning in methods (शिक्षण विधि र गणित सिकाइ प्रक्रियामा सुधार)
- Learning based on S – R bonds (उत्तेजना – प्रतिकृया संयोजनमा आधारित सिकाइ)
- Determination of learning outcomes and objectives setting (सिकाइ उपलब्धिहरू र उद्देश्यहरूको निर्धारणका आधारमा पाठ्यक्रम निर्माण)
- Behavioural objectives controlled curricula (व्यावहारिक उद्देश्यहरू नियन्त्रित पाठ्यक्रम)
- Task analysis and perfect organization of the contents (sequencing of the tasks, exercises etc) (विषयवस्तुहरूलाई सिकाइ कार्यहरूमा टुक्राटुक्रामा विभाजन गर्ने र तिनीहरूको क्रमबद्ध सङ्गठन गरी शिक्षण गर्ने सिद्धान्त)
- 'New math' movement is not behaviourist, though it emphasizes on content structure. (नयाँ गणित आन्दोलन व्यवहारवादी सिद्धान्तबाट निर्देशित होईन तर यसले बिषयवस्तुको ढाँचामा जोड दिएको थियो)
- Programmed of learning instruction is the output of this movement.
- कम्प्युटर सहयोगी शिक्षणमा प्रविधि अर्थात प्रयोग यसको अर्को पक्ष हो । (शृङ्खलाबद्ध सिकाइ कार्ययोजना व्यवहारवादीहरूको शिक्षण सिकाइको प्रभावकारी ढाँचा हो ।)

Structuralist Approach (विषयवस्तुको ढाँचामा आधारित प्रक्रिया)

पाठ्यक्रम निर्माण प्रक्रियामा प्रयोग भएको अर्को महत्त्वपूर्ण प्रक्रिया विषयवस्तुको ढाँचामा आधारित प्रक्रिया हो । यसको सैद्धान्तिक आधार ब्रुनरको विषयको ढाँचाको (Theory of structure of discipline) सिद्धान्त हो । ब्रुनरको सिकाइमा सिकारुको मानसिक संरचना र विषयवस्तुको संरचना बीचको सम्बन्धलाई लिएर सिकाइको व्याख्या गरिएको हुन्छ । यस

सिद्धान्तअनुसार पाठ्यक्रम निर्माण गर्दा विषयवस्तुहरूको आन्तरिक संरचनालाई विषेश ध्यान दिइन्छ । यसर्थ गणितको पाठ्यक्रम निर्माण गर्दा गणितीय स्वरूपमा जोड दिइन्छ । समूह सिद्धान्त, रियल नम्बरमा हुने द्विपदीय क्रियाका गुणहरूको आधारमा गणितको आधारभूत संरचना ग्रुप थ्योरीमा जोड दिने विद्यालय गणितका विषयवस्तुहरू यस सिद्धान्तका आधारमा तयार गरिएका पाठ्यक्रमहरू हुन् । यसअनुसार सिकाइको प्रक्रियामा खोजविधिलाई महत्त्व दिइन्छ । साना उमेरका विद्यार्थीहरूले पनि माथिल्ला स्तरका गणितीय संरचना उनीहरूको भाषाको स्तरमा ल्याउन सकेमा सिक्न सक्छन् भन्ने मान्यताका आधारमा गणितीय विषयवस्तुमा बढी जोड दिइन्छ । ६० को दशकमा आएको नयाँ गणितको सैद्धान्तिक आधार नै यही थियो । विषयवस्तुको संरचनामा आधारित पाठ्यक्रम निर्माणमा ध्यान दिइने मुख्य पक्षहरूलाई बुँदाका रूपमा यहाँ उल्लेख गरिएको छ ।

- Theoretical foundation – Bruner's theory of ' the structure of the discipline'. (ब्रुनरको 'विषयको स्वरूप' सिद्धान्तमा आधारित सैद्धान्तिक आधार नै पाठ्यक्रम विकासको सैद्धान्तिक आधार)
- Congnitive structures are combination of acquired concepts and thinking abilities. The highest stage of development of cognitive structures corresponds to the structure of science. (संज्ञान स्वरूपहरू प्राप्त गरिने धारणाहरू र चिन्तन क्षमताहरूका संयोजन हुन् र उच्च संज्ञान स्वरूपहरू भनेका विज्ञानका स्वररूपहरू हुन् भन्ने मान्यता)
- Spiral curriculum – progression from lower to higher cognitive level. The same objects are periodically treated anew at a high cognitive level. (स्पाइरल पाठ्यक्रम – सानो देखि ठूलो संज्ञान तहमा सिकाइ विषयवस्तुहरूको वृद्धि । एउटै विषयवस्तुहरू पनि विभिन्न तहमा दोहोरिएर आइरहने पाठ्यक्रमको बनावट ।)
- Discovery learning (खोजमुलक सिकाइ)
- Fundamental mathematical structures and advanced structures gradually progressed. (आधारभूत गणितीय स्वरूपहरूको विकासक्रमसँगै उपल्लो स्तरको गणितीय स्वरूपको विकास)
- 'New math' movement is guided by it. (नयाँ गणित आन्दोलन यसै सिद्धान्तबाट निर्देशित थियो)

Curriculum Standard Approach (पाठ्यक्रम मानक प्रक्रिया)

पाठ्यक्रम निर्माणका हरेक प्रक्रियाहरूमा कुनै न कुनै आधारभूत सिद्धान्तहरूले निर्देशित गरिरहेको हुन्छ । वर्तमानमा NCTM ले लिएको पाठ्यक्रम निर्माण विधिमा पनि केही आधारभूत सिद्धान्तहरूलाई लिइएको छ । समानता, सिकाइ, पाठ्यक्रम, मूल्याङ्कन यी चार

आधारमा यो प्रक्रिया अडेको छ । सबै खाले विद्यार्थीका लागि उही किसिमको आधारभूत गणित, विद्यार्थीहरू आफैँले काम गरेर, समस्या समाधान गरेर गणितीय सिद्धान्त सिक्ने सिकाइ प्रक्रिया, विभिन्न विधाहरू र गणितको एकीकृत सङ्गठनमा आधारित पाठ्यक्रम, र कागज कलमले लेखिने परीक्षाका अतिरिक्त अन्य किसिमका मूल्याङ्कनका तरिकाहरूको प्रयोग नै मानक सिद्धान्तमा आधारित पाठ्यक्रम निर्माण प्रक्रियाका आधारभूत सिद्धान्तहरू हुन् । निर्माणवादी दर्शनमा आधारित सिकाइ सिद्धान्त र सिकाइमा प्रविधिको प्रयोग यस प्रक्रियाको मूल आधार हो । यस प्रक्रियाले लिएका मूलभूत पक्षहरूलाई यहाँ बुँदागत रूपमा प्रस्तुत गरिएको छ ।

- Coherent curriculum – connecting mathematics to life, problem solving, and connection within different mathematics (algebra, geometry etc), not teaching mathematics in isolation. (सामान्जस्यपूर्ण पाठ्यक्रम : गणितलाई जीवन, समस्या समाधान र विभिन्न गणितहरूसँग सम्बन्ध कायम गरी पाठ्यक्रम निर्माण गर्नुपर्ने)
- Set principles are followed in developing curriculum standards. The principles are: equity, learning, teaching and evaluation (see NCTM standards for details (पाठ्यक्रम मानक निर्धारण गर्दा खास सिद्धान्तहरूलाई स्वीकारीएको हुन्छ । यी सिद्धान्तहरूको प्रयोग पाठ्यक्रम बनाउँदा प्रयोगमा ल्याउन गरिन्छ । NCTM को पाठ्यक्रम मानकले अँगालेका सिद्धान्तहरूमा – समानता, सिकाइ, शिक्षण र मूल्याङ्कन सिद्धान्तहरू हुन् ।)
- Two standards are set in category in curriculum and evelation standerds – process and content standards. The standards are the product of the previous researches on learning, teaching, assessment of mathematics and the judgement of the mathematics education community (see NCTM standard for detail) – NCTM को पाठ्यक्रम मानकमा दुईओटा मानक वर्गहरू समावेश गरिएका छन् । प्रक्रिया र विषयवस्तु मानक । यी मानकहरू अघिल्ला अनुसन्धानहरू खास गरिकन गणितका सिकाइ सिद्धान्तहरू, शिक्षण सिद्धान्तहरू, मूल्याङ्कन आदिका नतिजाहरूलाई आधार बनाएर निर्माण गरिएको हो ।)
- These standards are considered as the guiding principles for developing curriculum. - NCTM को पाठ्यक्रम मानकहरूलाई पाठ्यक्रम निर्माणका निर्देशक सिद्धान्तका रूपमा लिई पाठ्यक्रमको विकास गरिन्छ ।)
- Realization and understanding of each standard by the curriculum developers/implementers is necessary for effective implementation. (पाठ्यक्रम मानकहरूलाई आत्मसात गर्नु र बुझ्नु पाठ्यक्रम निर्माण गर्ने र लागू गर्ने

दुवैको लागि महत्त्वपूर्ण पक्ष हो । यस किसिमको बुझाइको अभावमा पाठ्यक्रमको प्रभावकारी कार्यान्वयन हुन सक्दैन ।)

According to Principle and Standard of School Mathematics curriculum, ' A curriculum is more than a collection of activities: it must be coherent, focused on important mathematics, and well articulated across the grades' - गणित पाठ्यक्रमका सिद्धान्त तथा मानकहरूका अधारमा पाठ्यक्रमलाई क्रियाकलापहरूको सँगालो भन्दा फरकरूपमा लिनु पर्छ । यो सामञ्जस्यपूर्ण, महत्त्वपूर्ण गणितलाई ध्यान दिइएको तथा विभिन्न कक्षाहरूमा राम्ररी मिलाएर राखिएको हुनु पर्छ ।)

४. प्रतिबिम्बन :

क) पाठ्यक्रमको साँघुरो अर्थ र व्यापक अर्थ सम्बन्धमा तपाईंको धारणा दिनुहोस् ।

ख) वर्तमान गणित पाठ्यक्रमलाई पाठ्यक्रमको रूपहरूको आधारमा मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ दुई : गणित शिक्षामा सुधारका आन्दोलनहरू

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) 'नयाँ गणित आन्दोलन' (New math movement), र 'आधारभूत गणित तर्फ फर्क' (Back to basic movement) आन्दोलनले पाठ्यक्रम विकासमा पारेका प्रभाव मूल्याङ्कन गर्न,

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) नयाँ गणित आन्दोलन,

ख) आधारभूत गणिततर्फ फर्क,

ग) पाठ्यक्रम मानक आन्दोलन ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) नयाँ गणित आन्दोलन (New math movement)

नयाँ गणित आन्दोलनका दुईओटा उत्प्रेरकहरू - प्रविधि, प्रतिस्पर्धा (राजनीति) र गणितमा आएको व्यवस्थित व्याख्या गर्ने Bourbaki समूहको नयाँ गणितीय संरचना हुन् । सन् १९५७ मा अमेरिकी प्रतिस्पर्धी तत्कालीन सोभियत सङ्घले चन्द्रमा विजय गर्नु अमेरिकीका लागि अमेरिकी शिक्षा प्रणाली प्रतिको दरिलो चुनौती बन्यो । यस घटनाले अमेरिकालाई आफ्नो विद्यालय तहदेखि गणित, विज्ञान कार्यक्रमलाई पुनर्विचार गर्नुपर्ने परिस्थितिको सिर्जना भयो । विश्वविद्यालय तहमा पढाइने गणितलाई गणितीय संरचनाको आधारमा अमूर्त गणितको स्वरूप पनि सजिलोसँग बुझ्ने गरी Bourbaki समूहले आधारभूत संरचना देखि स्वयम्सिद्ध तथ्यहरूको प्रयोगबाट जटिल गणितीय संरचना बुझ्न सजिलो हुने गरी पुस्तकहरू लेखे । यसैको प्रभावस्वरूप विद्यालयको गणित पाठ्यक्रममा समूह (Set theory), गणितीय संरचना (Structure) मा जोड दिएका गणितहरूको समावेश गरियो र परम्परागत युक्लिडियन ज्यामिति र त्रिकोणमिति जस्ता विषयहरूको सट्टामा तथ्याङ्क गणित, प्रयोगात्मक गणित, कम्प्युटर आदि विषयवस्तुहरू विद्यालय पाठ्यक्रममा समावेश भयो । विद्यालय गणितमा आएको यो रूपलाई 'नयाँ गणित' भनियो ।

गणित शिक्षाका सुधारकहरू विद्यालयको गणितमा नयाँ नयाँ विषयहरूलाई प्रविष्ठ गराउन कोसिस गर्छन् र यो प्रवृत्तिलाई सबैले प्राकृतिक ठान्ने गरिन्छ । विद्यालय तहको गणितलाई सुधार गर्दा विभिन्न विषय विधाहरूले केकस्तो र कति मात्रामा गणितहरूको प्रयोग गरिएको अवस्था छ त्यसको आधारमा कुन र कति गणित विद्यालयमा समावेश गर्ने भन्ने कुराको निर्क्यौल गरिनु पर्छ , भने सँगसँगै गणितको विकासक्रम के कति र कसरी छ सोको आधारमा

पनि गणितको पाठ्यक्रमलाई परिमार्जन गरिनुपर्छ । यो नै नयाँ गणित आन्दोलनले निर्देश गरेको बाटो हो । गणित सधैँ एउटै हुन सक्दैन र यसलाई समय र समाजको विकासक्रमको आधारमा परिमार्जन गर्नुपर्छ भन्ने सङ्केत यस आन्दोलनले दिन्छ ।

नयाँ गणित आन्दोलन विशेषत विश्वविद्यालय तहको गणित सिक्न सजिलो बनाउने तथा गणित, विज्ञान तथा प्रविधिको भाषा एवम् साधन भएकोले विद्यालय तहदेखि नै यसका आधारभूत संरचना सिकाउँदै लैजाने उद्देश्यबाट निर्देशित थियो । यस आन्दोलनमा नेतृत्वदायी भूमिकामा गणितज्ञहरू बढी थिए । त्यसैले बढी मात्रामा गणितीय संरचनाको सिकाइ र प्रायोगिक गणितमा जोड दिइएको पाठ्यक्रम बनेका थिए । सकेसम्म माथिल्लो तहको गणित सकेपछि अरु प्रयोग त विद्यार्थी आफैँले गर्नसक्छ भन्ने मान्यता यसको थियो ।

ख) आधारभूत गणित तर्फ फर्क (Back to basic movement)

शिक्षक साथीहरू, तपाईंहरू पनि आफ्नो विद्यार्थीकालमा सिक्नु भएका गणितको किसिमलाई स्मरण गर्नुहोस् र त्यतिबेला तपाईंले सिकेका गणितका आधारभूत सीपहरू तपाईंले आजभोलि गणित सिकाउन कतिको उपयोगी भएका छन् मूल्याङ्कन गर्नुहोस् । पहिले हामीले विद्यालयमा सिकेका गणित र आजभोली सिकाइने गणितमा किन भिन्नता आयो, र भोलिको परिवर्तन कस्तो हुनुपर्छ ? यो एक जटिल प्रश्न हो । यसको उत्तर पनि हामीले नै खोज्नुपर्ने हुन्छ ।

गणित शिक्षामा सुधार भन्ने नारा नयाँ होइन, यो पटकपटक भइरहने प्रक्रिया हो । शब्दकोशले सुधारको अर्थ गलत भएका चिजलाई हटाएर ठिक चिज समावेस गर्ने, या चित्त नबुझेका चिजहरूलाई हटाएर नयाँ चिज राख्ने भन्ने अर्थ दिन्छ । यसैक्रममा गणित शिक्षामा पनि सुधारका प्रयासहरू भएका मुख्य घटनाहरू पाइन्छन् ।

संसारको गणित शिक्षाको इतिहासमा गणित शिक्षा सुधारका क्रममा आयाम नै बदल्ने दुईओटा मुख्य ऐतिहासिक आन्दोलनहरू छन् । ती हुन् - 'नयाँ गणित आन्दोलन' (सन् १९६० तिर) र 'आधारभूत गणिततर्फ फर्क आन्दोलन' (सन् १९७० तिर) हुन् । नयाँ गणित आन्दोलनका दुईओटा उत्प्रेरकहरू - प्रविधि प्रतिस्पर्धा (राजनीति) र गणितमा आएको व्यवस्थित व्याख्या गर्ने Bourbaki समूहको नयाँ गणितीय संरचना हुन् । नयाँ गणित आन्दोलनले गणितको स्वरूपमा (Structures) जोड दिने गरियो र आधारभूत गणितीय क्रियाहरूमा कम ध्यान दिइयो । समूह सिद्धान्त; बीजगणित, स्थानान्तरण ज्यामिति, तथ्याङ्क शास्त्र, सम्भाव्यताजस्ता विषयहरूमा पाठ्यक्रमले ध्यान दिएको पाइन्छ । पढाउने तरिकामा खोज विधिलाई ध्यानमा दिने गरियो । यस किसिमको गणितको सुधारको मूल ध्येय विद्यालय तहबाटै विज्ञान र

गणितमा विषेश रूचि राख्ने विद्यार्थीहरूको जमात बढाउनु र विज्ञान तथा प्रविधिको विकासका हिसावले राष्ट्रलाई अरूको बराबरी वा सो भन्दा माथि पुऱ्याउने लक्ष्य थियो ।
यस नयाँ गणित आन्दोलनले विद्यार्थीहरूमा सामान्य गणितीय समस्याहरूको समाधान गर्न सक्ने सीपको अपूर्णता देखिन आयो र गणितीय समुदायमा यसले विशेष छलफल, बहसको थालनी गरायो । पछि आएर आधारभूत गणितीय सीपहरूमा माध्यमिक पाठ्यक्रमले ध्यान दिनु पर्ने मान्यता निर्माण भयो र सोही अनुसारका विषयवस्तुहरू समावेश गरिएको पाठ्यक्रमको निर्माणमा जोड दिन थालियो । यसलाई नै आधारभूत गणिततर्फ फर्क आन्दोलनको नाम दिइयो ।

आजभोलि कतिपय गणित शिक्षासँग सम्बन्ध राख्ने व्यक्तिहरू आधारभूत गणिततर्फ फर्क आन्दोलनलाई गणित शिक्षालाई पुरातनतर्फ फर्काउने प्रयासलाई बल पुऱ्याउने आन्दोलनको रूपमा लिएर यसबारेको चर्चालाई असान्दर्भिक मान्ने गरेको पाइन्छ । यसको चर्चा गर्नु बीसौं शताब्दीको निर्माणवादी दर्शनलाई नकार्नु भन्ने अर्थमा लिइएको पनि पाइन्छ । उत्तरआधुनिकतावादलाई शिक्षा विधिको अति उत्तम आधार मान्नेहरूका लागि पनि यो आन्दोलन बाधक मान्ने गरिन्छ । तर कुरा यसो होइन । यस आन्दोलनलाई आलोचनात्मक एवम् तर्कसँगत ढंगले हेर्नुपर्छ । ७० को दशकमा मानिएको आधारभूत गणितीय सीपहरू र अहिले आवश्यक पर्ने गणितीय सीपहरू एउटै हुन् ? यसबारे छलफल गर्नु पनि आधारभूत गणिततर्फ फर्क आन्दोलनको रूप हो । आधारभूत गणितीय सीपहरूको परिभाषा समाजको परिवर्तनसँगसँगै परिवर्तन हुन्छ र सीपहरू पनि परिवर्तन हुन्छन् । गणित शिक्षामा पाठ्यक्रमको निर्माण गर्दा आधारभूत सीपहरूको सान्दर्भिकता निरन्तर आइरहने मुद्दा हो । मार्थले (Dialogue, Oct. 1999) आधारभूत सीपहरूलाई भावी सिकाइका लागि आधारभूत निर्माण इकाइ मानेकी छिन् । उनका अनुसार यिनका अभावमा नयाँ सिकाइ हुन नसक्ने कुरामा ठोकुवा गरेकी छिन् । साथै आधारभूत सीपहरू असल नागरिकका लागि नभै नहुने सीपका रूपमा पनि लिइएका छ । उनका अनुसार यी सीपहरू सधैं रमाइलो लाग्ने, सुन्दर वा तत्कालै काममा आइहाल्ने हुनुपर्छ भन्ने होइन । अहिलेको प्रविधिले प्रविष्ट गरेको समाजका लागि आधारभूत गणित ७० को दशकको अङ्कगणितीय क्रियाहरू हुन सक्दैनन् । तसर्थ आधारभूत सीपतर्फ फर्क भन्ने आन्दोलन सदैव सान्दर्भिक आन्दोलन हो । वर्तमान समयमा धेरैजसो गणितीय क्रियाहरूलाई सस्तोमा पाइने calculator ले नै गरिदिने भईसकेको अवस्था छ । हामीहरूले देखिरहेका छौं कि कतिपय गणितीय सीपमा पारङ्गत नभएका नागरिकहरू पनि calculator को मद्दतले हिसाब गरेर व्यापार व्यवसाय गरिरहेका छन् । यसर्थ आधारभूत गणितीय सीपहरूलाई वर्तमानको सन्दर्भमा परिभाषित गरिनु पर्छ । अत्यधिक विद्यार्थीहरू गणित किन सिक्छन् भन्ने कुरा आधारभूत गणितको पहिचानका लागि एक बलियो आधार हो ।

अत्यधिक विद्यार्थीहरूले गणित सिक्ने कारण असल नागरिक बन्ने, पेसागत दक्षताका लागि आवश्यक पर्ने गणितीय सीपहरू हासिल गर्ने भन्ने हुन्छ, गणितज्ञ बन्छु भन्ने होइन । यसर्थ पनि गणितीय सीपहरूको वैज्ञानिक पहिचान आजको पाठ्यक्रमलाई सान्दर्भिक बनाउनका लागि महत्त्वपूर्ण कदम हो ।

आधारभूत गणितीय सीपहरूलाई पहिचान गर्ने क्रममा जातीय गणितलाई (ethnomathematics) स्थानीय रूपमा ठाउँ दिनु अनिवार्य हुन आउँछ । जातीय गणितलाई (ethnomathematics) पाठ्यक्रमको विषयवस्तु एवम् यसको सिकाइ प्रक्रियालाई कक्षाकोठामा सिकाइने गणित सिक्ने तरिकाका रूपमा प्रयोगमा ल्याउनुपर्छ । यो प्रसङ्ग पनि आधारभूत गणितको विषय क्षेत्र हो ।

ग) पाठ्यक्रम मानक आन्दोलन (Curriculum standards movement)

गणितका शिक्षकहरूको राष्ट्रिय परिषद (NCTM) अमेरीकी संस्था हो । यसले १९८९ मा गणितको मानक सर्वप्रथम निर्माण गरेको थियो । गणितज्ञहरू, गणित शिक्षकहरू, शिक्षक प्रशिक्षकहरूको एउटा समितिले विभिन्न क्षेत्रहरू - सिकाइ सिद्धान्त, शिक्षण विधि, विभिन्न पेसागत तालिममा सहभागी हुन चाहिने गणितीय सीपहरू आदिसँग सम्बन्धित अनुसन्धानहरूको आधारमा यी पाठ्यक्रम मानकहरू निर्धारण गरिएको थियो । पाठ्यक्रमको मानक (Curriculum standards), मूल्याङ्कन मानकहरू (Assessment standards) र पेसागत सीपहरू (Professional standard) सम्बन्धी मानकहरू गरी तीनओटा मानकहरू निर्माण गरिएका छन् । यिनै मानकहरूका आधारमा विद्यालय पाठ्यक्रमहरू निर्माण गरिएका छन् । अमेरिकामा राष्ट्रिय पाठ्यक्रम छैन, विभिन्न राज्यहरूले राष्ट्रिय पाठ्यक्रम मानकको आधारमा पाठ्यक्रमको आफ्नो मानकहरू तयार गर्छन । यो NCTM को मानकलाई अन्य मुलुकको पाठ्यक्रम परिमार्जनमा पनि प्रयोग गरिएका उदाहरणहरू पाइन्छन् ।

NCTM को पाठ्यक्रम मानकहरू निर्माण गर्ने केही आधारहरू छन् । प्रविधि र गणितको बढ्दो सम्बन्ध, सिकाइ सिद्धान्तमा आएको आयामिक स्थानान्तरण, शिक्षामा सबैको पहुँच, सबै विद्यार्थीहरूका लागि स्तरयुक्त गणित नै NCTM को मूल सैद्धान्तिक आधार हो । गणितको शिक्षणमा विभिन्न कम्प्युटर कार्यक्रमहरू बनेका छन् साथै कम्प्युटरले पनि गणितलाई प्रयोगमा ल्याएका छन् । सबैभन्दा सस्तो मोलको क्यालकुलेटरले साधारण अङ्क गणितीय क्रियाहरूको हललाई एकदमै सुगम बनाइ दिएको छ । विद्यालयमा गएर गणित नसिकेका मानिसहरूलाई समेत यान्त्रिकरूपमा आवश्यक हिसाबहरू गर्न सकेका एवम् गर्न सकिने प्रशस्तै आधारहरू बनेका छन् । यसले गर्दा ठीक उत्तर निकाल्नका लागि गरिने यान्त्रिक अभ्यासहरूलाई पहिले जस्तो जोड दिनु पर्ने देखिँदैन । आधारभूत ज्ञान र सीपहरूलाई अर्थपूर्ण तरिकाले सिकेपछि

हिसाब गर्नका लागि क्यालकुलेटर प्रयोग गर्न सकिन्छ । अभ्यासको लागि खर्च गर्नु पर्ने समयलाई अन्य महत्त्वपूर्ण गणित सिक्नका लागि प्रयोग गर्न सकिन्छ । त्यस्तै सिकाइका लागि शिक्षक केन्द्रित निर्देशित विधिको सट्टामा सहयोगात्मक विधि (cooperative and collaborative approach) को प्रयोगबाट विद्यार्थीहरूमा गणितीय प्रविणता बढेको ठहर अध्ययनहरूले पुष्टि भैसकेको अवस्था छ । तसर्थ NCTM ले गणितीय मानकहरू वनाउदा निर्माणबादी दर्शनलाई ध्यान दिएको पाइन्छ ।

NCTM पाठ्यक्रम मानकले समावेश गरेका मानकहरू यसप्रकार छन् :

1. **Math as problem solving (समस्या समाधानका रूपमा गणित)**
   - गणितीय विषयवस्तुको खोजी गर्ने र बुझ्ने कार्यमा समस्या समाधान सीपको प्रयोग गर्न सक्नु,
   - विशुद्ध गणितीय समस्याहरूको समाधान गर्न सिकेका समस्या समाधान सीपहरूको प्रयोग गर्न सक्नु,
   - गणित बाहेक अन्य विषयहरूका गणित प्रयोग गर्नुपर्ने समस्या समाधान गर्न समस्या समाधान सीपको प्रयोग गर्न सक्नु,
   - व्यावहारिक जीवनसँग सम्बन्धित समस्या समाधान सीपहरूको प्रयोग गर्न सक्नु,
   - गणितीय विषयका विधा भित्रैबाट समस्याहरूको सिर्जना गर्न सक्ने सीपको विकास हुनुपर्ने,
   - वास्तविक संसारका अवस्थाहरूमा समस्या निर्माण गर्न सक्ने सीपको विकास हुनु ।

2. **Math as communication (सञ्चारका रूपमा गणित)**
   - गणितीय विचार, चिन्तन र यिनीहरूका बीचका सम्बन्धहरू आफ्नो अनुसार व्यक्त गर्नसक्ने हुनुपर्ने,
   - खोजविनको आधारमा परिभाषाहरू तथा सामान्यीकरणको सिर्जना गर्नसक्ने हुनुपर्ने,
   - गणितीय भाषाको विकास गरी विद्यार्थीहरूमा गणितीय विचार, समस्या समाधान एवम् गणितीय रूपमा मात्र सोच्न सक्ने हुनु,
   - आफूलाई अन्य उच्च तहका पुस्तकहरू पढ्न चाहिने भाषा र बुझ्ने क्षमता विकास गर्नु,
   - गणित सिक्न कम्प्युटरको प्रयोग तथा कम्प्युटर सिक्न आवश्यक पर्ने गणितीय भाषा प्रयोग गर्ने

3. **Math as reasoning (गणित तर्कशक्ति विकासका लागि)**
   - समस्या समाधानका लागि अनुमान गर्ने, मिल्दा उदाहरणहरू खोज्ने र आउने समाधानका यथार्थतासित परीक्षण गर्न,
   - आवश्यक ठाउँमा उपयुक्त उदाहरणहरू तय गर्न,
   - गणितीय भनाइलाई निगमनात्मक पद्धतिमा प्रमाणित गर्न,
   - कहीँ प्रस्तुत भएका तर्कहरू मान्य छन् वा छैनन् मूल्याङ्कन गर्न,
   - गणितीय आगमनात्मक तथा अप्रत्यक्ष प्रमाणित गर्ने सीप आर्जन एवम् प्रयोग गर्न ।

4. **Mathematical connection (गणित सम्बन्धका रूपमा)**
   - एउटै धारणालाई पनि विभिन्न रूपमा व्यक्त हुन्छन् भन्ने कुरा जान्न,
   - गणितीय एकखाले प्रस्तुतिका लागि प्रयोग भएको प्रक्रिया अर्को समान खाले प्रस्तुतिमा प्रयोग गर्न,
   - गणितीय विषयवस्तुबीचको अन्तरसम्बन्धलाई महत्त्व दिन र यो अन्तरसम्बन्धलाई राम्ररी प्रयोग गर्न,
   - गणित र अन्य विषयहरूबीचको सम्बन्धलाई महत्त्व दिन र यो अन्तरसम्बन्धको उपयोग गर्न सक्नु,
   - पूर्वपरिचित धारणाहरूको विस्तारकोरूपमा नयाँ धारणाहरूको विकास गर्न सक्ने हुनु ।

5. **Algebra (बीजगणित)**
   - बीजगणितलाई परिमाणात्मक सम्बन्धहरूको गणितीय अभिव्यक्ति समीकरण, ग्राफको रूपमा व्यक्त गर्न सक्ने हुनु,
   - अभिव्यन्जक, समीकरण तथा असमानताहरूलाई व्यक्त गर्ने साधनको रूपमा तालिकाहरू तथा ग्राफहरूलाई प्रयोगमा ल्याउन,
   - अभिव्यन्जक तथा म्याट्रिक्समा विभिन्न क्रियाहरू गर्न,
   - समीकरणहरू तथा असमानताहरूको समाधान निकाल्न,
   - रेखीय समीकरणलाई म्याट्रिक्स विधिबाट समाधान गर्न सक्नु,
   - कम्प्युटरको कार्यक्रमहरू तथा ग्राफिक्स क्यालकुलेटरको प्रयोगबाट गणित सिक्न तथा प्रयोग गर्न सक्नु ।

6. **Function (फलन)**

- वास्तविक संसारका घटनाहरूसँग सम्बन्धित भएर अनौपचारिक अन्वेषणबाट फलनको अनौपचारिक ज्ञान र त्यसपछि औपचारिक ज्ञान कारण प्रभाव, लगानी तथा उपलब्धि जस्ता अवस्थाबाट सिक्न,
- तालिका, शाब्दिक नियमहरू, समीकरण र रेखाचित्रहरूबाट वास्तविक संसारका घटनाहरूको फलनलाई व्यक्त गर्न,
- एक तरिकाबाट व्यक्त गरिएका फलनद्वारा अर्को तरिकामा व्यक्त गर्न,
- एउटै रूपका फलनहरूबाट विभिन्न किसिमका सम्बन्धहरू व्यक्त गर्न सकिने कुरा चिन्न,
- प्यारामिटरमा परिवर्तन गर्दा फलनको रेखाचित्रमा पर्ने असर विश्लेषण गर्न,
- विभिन्न किसिमका फलनहरूको बीचमा क्रियाहरू, तिनीहरूका गुणहरू तथा व्यवहार बुझ्न सक्ने ।

7. **Geometry from a synthetic perspective (ज्यामिति संश्लेषणात्मक विधिबाट)**

- त्रि-आयामिक वस्तुहरूको चित्र खिच्न तथा व्यक्त गर्न,
- समस्याहरूलाई ज्यामितीय नमुनामा व्यक्त गर्न तथा ज्यामितीय चित्रका गुणहरू प्रयोग गर्न,
- चित्रहरूलाई समरूप, सर्वाङ्गसम जस्ता वर्गमा वर्गीकृत गर्न र तिनका गुणहरूलाई समस्या समाधानमा प्रयोग गर्न सक्ने,
- दिइएका मान्यताहरूका आधारमा ज्यामितीय चित्रहरूबीचको सम्बन्ध तथा तिनको गुणहरू पहिचान गर्न,
- स्वयम्सिद्ध तथ्यहरूको प्रयोग गर्न,
- विभिन्न ज्यामितीय पद्धतिको अस्तित्व बोध गर्न तथा तिनीहरू बीच तुलना गर्न सक्ने (युक्लिडियन र अयुक्लिडियन ज्यामिति)

8. **Geometry from algebraic perspectives (ज्यामिती बीजगणितीय विधिबाट)**

- सामान्य ज्यामितीय गुणहरूलाई कोअर्डिनेटको रूपमा वा एक अर्कामा व्यक्त गर्न,
- रूपान्तरण तथा कोअर्डिनेटको प्रयोगबाट विभिन्न ज्यामितीय आकृतिहरूको गुणहरू पत्ता लगाउने,
- रूपान्तरणको प्रयोगबाट समरूप तथा अनुरूप चित्रहरू पहिचान गर्न,
- युक्लिडियन रूपान्तरणका गुणहरू विश्लेषण तथा स्थानान्तरणलाई भेक्टर पद्धतिसँग सम्बन्धित गर्न,

- भेक्टरको प्रयोगबाट चित्रका गुणहरू पत्ता लगाउन,
- समस्या समाधानमा रूपान्तरण, कोअर्डिनेट तथा भेक्टरको प्रयोग गर्न ।

9. Trigonometry (त्रिकोणमिती)

- त्रिभुजसँग सम्बन्धित हुने समस्याका परिवेशमा त्रिकोणमितिको प्रयोग,
- वास्तविक संसारका घटनाहरूको खोजबिन गरी Sine, Cosine फलनको प्रयोग गर्न,
- त्रिकोणमितीय तथा वृत्तीय फलनहरूको बीचको सम्बन्ध बुझ्न,
- वृत्तिय फलनहरू वास्तविक संसारका आवधिक स्वरूपमा घटनाहरूलाई व्यक्त गर्न,
- त्रिकोणमितीय फलनका रेखीय चित्रहरू खिच्न सामान्य तरिका (technique) प्रयोग गर्न,
- त्रिकोणमितीय सर्वसमीकाहरूलाई पुष्टि गर्न तथा त्रिकोणमितीय समीकरणहरू हल गर्न,
- त्रिकोणमितीय फलन, पोलार कोअर्डिनेट, कम्प्लेक्स नम्बर तथा श्रेणीहरूबीचको सम्बन्ध बुझ्ने ।

10. Statistics (तथ्याङ्कशास्त्र)

- वास्तविक संसारको परिवेशबाट लिइएका तथ्याङ्कहरूको संक्षेपीकरणका रूपमा चार्ट, तालिका र रेखाचित्रहरू खिच्न र यी चित्रहरूका आधारमा निर्णय निकाल्न सक्ने,
- तथ्याङ्कहरूबाट आवश्यक निष्कर्ष निकाल्न र भविष्यवाणी गर्न curve fit गर्न सक्ने,
- केन्द्रीय नाप विचरण र सहसम्बन्ध जस्ता तथ्याङ्कशास्त्रीय नापहरूलाई प्रयोग गर्न र बुझ्न सक्ने,
- नमुना छनोट बारे बुझ्न सक्ने तथा तथ्याङ्कको आधारमा लगाउने अनुभानमा नमुनाको भूमिका चिन्न,
- तथ्याङ्क शास्त्रसँग सम्बन्धित प्रयोगको डिजाइन गर्ने र समस्याको अध्ययन गर्न प्रयोग गर्ने, प्रस्तुत गर्ने,
- तथ्याङ्कको रूपान्तरण केन्द्रीय नाप तथा विचरणमा गर्दा पर्ने प्रभावहरूको विश्लेषण गर्ने,
- तथ्याङ्कको प्रस्तुतीकरण तथा भविष्यवाणी गर्दा तथ्याङ्क रूपान्तरण गर्न ।

11. Probability (सम्भाव्यता)

- अनिश्चिततासँग सम्बन्धित समस्याहरूको समाधान प्रयोगात्मक अथवा सैद्धान्तिक सम्भाव्यता वितरणको उचित प्रयोग गरी प्रस्तुत गर्न,
- Random variable को अवधारणा बुझ्ने,
- विखण्डित सम्भाव्यता वितरणहरू बनाउन तथा प्रस्तुत गर्न,
- तथ्याङ्कहरूको समूहको गुण नर्मल कर्भको रूपमा व्यक्त गर्न, नर्मल कर्भको गुणहरू जान्न ।

12. Discrete mathematics (खण्डित गणित)

- निश्चित म्याट्रिक्स, श्रेणी, पुनआगमन सम्बन्धको प्रयोगबाट समस्याको प्रकृति व्यक्त गर्न,
- गणना सिद्धान्त, तथ्यको ज्ञान,
- ग्राफलाई म्याट्रिक्सबाट गर्ने तथा विश्लेषण गर्ने,
- क्रिया विधिको विकास तथा विश्लेषण,
- साङ्ख्यकीकरण तथा निश्चित सम्भावनाका समस्या समाधान गर्न,
- समस्यालाई रेखीय योजनामा व्यक्त गर्न तथा समाधान निकाल्ने,
- कम्प्युटर आवश्यक पर्ने तथा विधि प्रयोग गर्नुपर्ने समस्याहरूको परिस्थिति पहिचान गर्ने ।

13. Conceptual understanding of calculus (क्यालकुलसको अवधारणात्मक बुझाइ)

- क्यालकुलससम्बन्धी धारणाहरू (लिमिट, डेरिभेटिभ, म्याक्सिमा, मिनिमा, इन्टिग्रेसन आदि) को रेखा चित्रीय तथा साङ्खिक परिवेशमा अनौपचारिक अन्वेषण गर्न,
- लिमिटले ओगट्ने क्षेत्रफल, परिवर्तनका दर, स्पर्श रेखाको झुकाव जस्ता अवधारणाहरूको बुझाइ तथा अन्य विषयहरूमा यी धारणाहरूको प्रयोग गर्न,
- विभिन्न किसिमका फलनहरूको रेखाचित्रलाई विश्लेषण गर्ने ।

14. Mathematical structures (ज्यामितीय संरचना)

- Real number system तथा यसका अन्य System हरूको तुलना, विभेदीकरणबाट यसको (स्वरूप) गुण जान्ने,
- बीजीय प्रक्रियामा आधारित तर्क बुझ्न,
- फरक तर उस्तै गणितीय पद्धति लगभग उस्तै हुन भन्ने कुरा बुझ्ने,

- Complex number system को विकास बारे तथा यसमा हुने क्रियाहरू सरल रूपमा व्यक्त गर्न,
- ग्रुप तथा फिल्ड जस्ता गणितीय स्वरूपका आधारमा प्रारम्भिक साध्यहरू प्रयोग गर्ने,
- स्वयम्सिद्ध तथ्यीय पद्धतिको स्वरूप तथा उद्देश्यको बुझाइ विकास ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) नयाँ गणित आन्दोलन तथा आधारभूत गणिततर्फ फर्क पाठ्यक्रम मानक समीक्षा गर्नुहोस् ।

पाठ तीन : गणित शिक्षाको दर्शन

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) पाठ्यक्रम विकासका आधारभूत सिद्धान्तहरूको व्याख्या गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) पाठ्यक्रम विकासका आधारभूत सिद्धान्तहरू ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

गणित शिक्षामा खासगरी दुईओटा दार्शनिक धारहरू छन् । पूर्णतावाद र समाज सापेक्षवाद मूल दुई धारहरू हुन् । पूर्णतावाद भित्र मुख्य ४ ओटा हाँगाहरू छन् । तर्कवाद (Logicism) , निगमनवाद (Deductionism), अन्तरज्ञानवाद (Intuitionism), र प्लेटोनिजम (Platonism), यी चार दर्शनहरूलाई पूर्णतावाद (Absulitist), मानिन्छ । पूर्णतावादको वैकल्पिक या यसको आलोचक दर्शनको रूपमा समाज सापेक्षवाद (फेलिएविलिस्ट Faliailist) हो । पूर्णतावादले गणितलाई एक वस्तुगत, पूर्ण, निश्चित र अपरिवर्तनिय ज्ञानको एक स्वरूपको रूपमा लिन्छ । यसले निगमनात्मक तर्क (Deductive logic or deduction) लाई एक आधारभूत दार्शनिक आधारको रूपमा लिन्छ ।

यस दर्शनको प्रतिफलको रूपमा गणितको वर्णित चित्रलाई एक अपरिवर्तनिय, निश्चित, कठिन, विशुद्ध, भावात्मक, एवम् सबैका लागि अगम्य विषयको रूपमा गणितलाई चित्रण गरिएको छ । यस दर्शनको प्रबलताका कारण सर्वसाधारणको गणितलाई हेर्ने र बुझ्ने दृष्टिकोण पनि गणित एक कठिन, निरस, भावात्मक, सैद्धान्तिक, अति तार्किक तर महत्त्वपूर्ण र पुरुषप्रधान विषयको रूपमा हेरिन्छ । गणितको यस दर्शनकै आधारमा गणितको पाठ्यक्रममा केकस्तो विषयवस्तु समावेश गर्ने भन्ने कुरा निर्धारित हुन्छ । गणितको यस दार्शनिक धारबाट प्रभावित हुँदा गणित पाठ्यक्रममा औपचारिक गणितले बढी ठाउँ पाउँछ । गणितज्ञहरूबाट सिर्जित जे जस्तो रूपको गणितीय संरचना छ त्यसैलाई नै जस्ताको तस्तै कक्षाकोठामा लैजानुपर्छ भन्ने मान्यता यसले लिन्छ । यसले गर्दा गणित सूत्रहरूको सँगालो, निगनात्मक प्रमाणित गर्ने विषयवस्तुहरूको थुप्रोको रूपमा पाठ्यक्रममा थोपरिन पुग्छ । फलस्वरूप गणितको प्रायोगिक विशषतालाई नष्ट गर्न पुगिन्छ । पाठ्यक्रममा समस्या समाधानले कम ठाउँ पाउँछ र बढी मात्रामा भावात्मक गणितले ठाउँ पाउन पुग्छ । यसै सिद्धान्तले निर्देशित भईकन गणितका कक्षाहरूमा शिक्षकहरू शिक्षण गरिरहेका हुन्छन् । यस दर्शनअनुसार

पुस्तकालय
शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्र
सानोठिमी
G-7077

गणितका शिक्षकहरूको भूमिका एक गणितका ज्ञाताको रूपमा हुन्छ र सारा गणित शिक्षकबाट निसृत हुन्छ भन्ने हुन्छ भन्ने हो । यसर्थ शिक्षक केन्द्रित शिक्षणमा जोड दिइरहेको पाइन्छ । हालसम्म पनि यस दर्शनको प्रभाव प्रबल रूपमा देखिन्छ । हरेक गणितीय समस्याको एउटा र एक मात्र समाधान हुन्छ भन्ने मान्यता यसले राख्छ । यसर्थ विद्यार्थीहरूलाई पनि उत्तरको खोजीमा केन्द्रित गराउँछ । विद्यार्थीहरूलाई आफूले पनि गणितका समस्याका समाधान निकाल्न सकिन्छ र निकालेको समाधान गणितज्ञहरूले निकाले बराबर नै हुन्छन् भन्ने कुरामा विश्वास हुँदैन । उनीहरू गणितका पुस्तकमा राखिएका उत्तरहरूमा बढी भर पर्ने गर्छन् । यो कुरा शिक्षकहरूकै शिक्षणकार्यका प्रतिफलका रूपमा विद्यार्थीमा विकसित भएको विश्वास हो । यस दर्शनका आधारमा बोल्ने हो भने गणित सबै मानिसहरूको पहुँचको क्षेत्रभित्र पर्दैन । गणित सिक्ने दिमाग भएकाले मात्र गणित पढ्न र बुझ्न सक्छ भन्ने मान्यता यसले राख्छ ।

समाज सापेक्ष दर्शनले गणितलाई सामाजिक उपजको रूपमा लिन्छ र गणित मानिसहरूको सामाजिक व्यवहारमा समाविष्ट भएर विकसित हुन्छ र समाजको बाहिर यसको अस्तित्वलाई स्वीकार्न सकिन्न भन्ने मान्यता राख्छ । गणित एक अपरिवर्तनीय विषयको रूपमा लिइन्न । यस दर्शनअनुसार गणितका विषयवस्तुहरू भनौं वा सिद्धान्तहरूको विकास केही स्वयंसिद्ध तथ्यहरू र स्वीकृतीहरूका आधारमा निर्माण भएका हुन्छन् । यी स्वयंसिद्ध तथ्यहरू र स्वीकृतीहरू भनेका सामाजिक स्वीकृतीहरू हुन् । यसैले गणितको विकासको वास्तविक आधार सामाजिक हो र यो सामाजिक उपजको रूपमा लिइन्छ । यही आधार नै समाज सापेक्षतावादीहरूका गणितीय विषयवस्तुहरूको स्वरूप, गणितीय ज्ञानको निर्माण एवम् सिकाइका आधार वस्तु हुन । यस दर्शनअनुसार गणितका सिकाइ समस्याका आधारबाट हुनुपर्छ । गणितज्ञहरूका गणितीय सिर्जनाहरू गणित सिकाइका मूल आधार हुन सक्दैनन् भन्ने हो तर गणित सिक्नुको अर्थ यसभन्दा बाहिरको विषय भने होइन । विद्यालयमा पढाउने गणित दैनिक जीवन र व्यवहारमा आउने र माथिल्लो तहको अध्ययनमा सहायक हुने खाले हुनुपर्छ । गणित सदाका लागि एउटै हुनुपर्छ भन्ने मान्यतालाई यसले स्वीकार्दैन । गणित परिवर्तनशील हुन्छ भन्ने मूल मर्म नै यस दर्शनको पुरातनवादीहरूका लागि आलोचना गर्ने मूल आधार हो ।

उत्तरआधुनिककाल र गणित शिक्षाको दर्शन

उत्तर आधुनिक कालमा समाजको विकासक्रमको एक चरण एवम् दार्शनिक चिन्तनका हिसाबले एक फरक युगका रूपमा लिइन्छ । उत्तरआधुनिक कालको सुरुआत साहित्य, कला, संस्कृतिको विधाबाट भएको पाइन्छ । यस कालको मूल चिज चलन चल्तिका मान्यताहरूलाई अलोचनात्मक हिसावले हेर्नु, एकै वस्तुसँग आबद्ध विभिन्न रूपलाई स्वीकार्नु, अस्पष्टताहरूको उपस्थिती हरेक ठाउँमा हुन सक्छन् भन्ने मान्यतालाई स्वीकार्नु, विविधतालाई स्वीकार्नु,

परिवर्तन र विकासलाई जीवनको नियमितता भिन्न राख्नु हो । यी मान्यताका आधारमा गणितलाई हेर्ने, परिभाषित गर्ने, सिकाइको अवस्था र तरिकाका बारेमा पनि धुप्रै नयाँ चिन्तनहरू देखा परेका छन् । यसैअनुरूपको गणित र गणित सिक्ने सिकाउने पद्धति नै उत्तरआधुनिक कालको गणितको स्वरूपको रूपमा लिइन्छ ।

यसकालमा गणितलाई एक भावात्मक, अपरिवर्तनिय वस्तुको रूपमा नलिइकन यथार्थताहरूलाई व्यक्त गर्ने एक तरिकाका रूपमा लिईन्छ । गणितको आविष्कार र विकास, विज्ञान र मानव जीवनका आवश्यकताहरूको परिपूर्ती गर्ने आवश्यकताबाट भएको मानिन्छ । मानव संस्कृति भन्दा पर कुनै पनि गणितीय पद्धतिको अस्तित्वलाई मान्न सकिन्न भन्ने कुरा यस कालको गणितीय चिन्तनको आधार हो । गणितका सारा सिद्धान्तहरूमा सङ्केतहरू र सम्बन्धहरूको व्याख्या तिनै सङ्केतहरूको प्रयोगबाट गरिएको हुन्छ । यसैले गणितको शिक्षण र प्रशिक्षण एक ऐतिहासिक साँस्कृतिक विकास क्रमको आधारमा गरिनुपर्छ भन्ने कुरालाई यस दर्शनको मूल व्याख्या हो । प्राचीनकालदेखि मानिसहरूले के कस्तो गणितीय संरचनालाई आफ्ना समस्याहरूको समाधानमा प्रयोग भए सोको खोजी गर्नु र सोलाई पनि विद्यालय पाठ्यक्रमा समावेश गर्ने कुरालाई यसले मान्यता दिन्छ । कुनै एक विशेष संस्कृति, सभ्यता, जाती विशेषमा विकसित भएको गणितलाई मात्र स्तरीय गणितको रूपमा लिने र अन्य गणितलाई निषेध गर्ने सिद्धान्तलाई यसले स्वीकार्दैन । गणितका बहुरूप हुन्छन् भन्ने कुरालाई स्वीकार्नु यसको मूल सैद्धान्तिक चिन्तन हो । उदाहरणको लागि हाल हामीले प्रचलनमा ल्याएका गणितहरू भनेको यूरोप र अमेरिकी अर्थात् पश्चिमी गणित हो यसैलाई हामीले मान्यता प्राप्त गणित, मानक गणितको रूपमा लिइआएका छौं । यसअनुसार गणितलाई बरोबर पूनर्विचार र विध्वंस गर्दै रहनु पर्छ भन्ने कुरालाई बुझिन्छ । एउटै गणित सधैं सत्य भई रहँदैन । यहाँ सत्यको अर्थ लगाउन पर्ने हुन्छ । सत्य भनेको यथार्थता अर्थात् मानिसको जीवन सापेक्ष हुन्छ । कुनै काल थियो चार साधारण नियमहरूको राम्रो ज्ञान गर्नु नै वास्तविक गणित जान्नु हुन्थ्यो र यही नै वास्तविक गणित हुन्थ्यो र यही नै सत्यता थियो । तर अहिले यसो हुन सक्दैन गणितका नयाँ रूप र प्रयोगका सीमाहरू अरु बढी भएका छन् । त्यसैले के गणित ? कति गणित ? र कसरी गणित सिकाउने ? भन्ने चिजलाई समाज सापेक्ष गणितको विकास र प्रयोग र मानव आवश्यकतालाई हेरेर मात्र निर्णय निकाल्न सकिने कुरा हो भन्ने मान्यता गणित शिक्षाका सम्बन्धमा उत्तरआधुनिक कालका मान्यताहरू हुन् । कुनै कुरा सिक्नुको अर्थ केवल जान्नु र बुझ्नु मात्र होइन यसलाई प्रयोग गर्नका लागि हो । सिकाइ प्रयोग गर्नका लागि भन्ने उत्तरआधुनिक कालको गणित शिक्षाको मूल आधार हो । यसैका आधारमा पाठ्यक्रमको स्वरूप, पठनपाठनका ढाँचा लगायतका कुराहरूमा निर्णय लिनु पर्ने हुन्छ । यस कालको गणितको जोड भनेको व्यावहारीक गणित हो, पेसाको लागि चाहिने गणित

हो । गणित सिक्ने प्रक्रियामा आधुनिक प्रविधिको प्रयोग र प्रविधिको लागि पनि गणित, व्यक्तिगत विविधताका आधारमा सिकाइ, विद्यार्थीको आवश्यकता र चाहना अनुसारका सिकाइ कार्यक्रमहरू आदि यस कालका गणित शिक्षाले लिएका गोरेटोहरू हुन् ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) पाठ्यक्रम विकासका आधारभूत सिद्धान्तहरूको समीक्षा गर्नुहोस् ।

पाठ चार : विद्यमान गणित पाठ्यक्रमको अध्ययन *(मा.वि. तथा नि.मा.वि. तह)*

(Study of existing curriculum)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) माध्यमिक तहको गणित पाठ्यक्रमका प्रमुख अङ्गहरूको परिचय दिन,

ख) माध्यमिक/निम्नमाध्यमिक तहको गणित पाठ्यक्रमका विशेषताहरू बताउन,

ग) माध्यमिक गणित शिक्षकले पाठ्यक्रम अध्ययन गर्नुपर्ने कारणहरू पत्ता लगाउन,

घ) माध्यमिक गणित पाठ्यक्रम निर्माणका चरणहरू तथा प्रक्रियाहरू पहिचान गर्न,

ङ) माध्यमिक गणित पाठ्यक्रमका विषयवस्तुको क्षेत्र र क्रमको निरन्तरता, क्रमबद्धता र पर्याप्तताको विश्लेषण गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) गणित पाठ्यक्रमका प्रमुख अङ्गहरू,

ख) गणित पाठ्यक्रमका विशेषताहरू,

ग) माध्यमिक गणित शिक्षकले पाठ्यक्रम अध्ययन गर्नुपर्ने कारणहरू,

घ) गणित पाठ्यक्रम विकास प्रक्रिया ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

विद्यालय तहमा प्रदान गरिने शिक्षाको मुख्य उद्देश्य विद्यार्थीलाई भावी जीवनका लागि तयारी गर्नु, आवश्यक बौद्धिक क्षमताको विकास गराउनु, प्राप्त ज्ञान र सीपलाई दैनिक व्यवहारमा प्रयोग गर्न सक्षम तुल्याउनु र उच्च अध्ययनका लागि आधार तयार पार्नु हो । शिक्षाका यिनै उद्देश्य पूरा गराउनका लागि विद्यालय तहमा विभिन्न विषयहरूलाई समावेश गरी एउटा सिङ्गो पाठ्यक्रम तयार पारिएको हुन्छ । यसै प्रसङ्गमा गणित विषय दैनिक व्यवहार सञ्चालन गर्न, अन्य विषयको अध्ययन, विभिन्न व्यवसाय तथा विज्ञान र प्रविधिमा निरन्तररूपमा प्रयोग भइरहने हुनाले हाम्रो पाठ्यक्रमले यसलाई महत्त्वपूर्ण स्थान दिएको छ । हालको विद्यालय तहको पाठ्यक्रममा गणितलाई भाषा पछिको महत्त्वपूर्ण स्थान दिएको कुरा यसको पूर्णाङ्क र पाठ्यभारबाट स्पष्ट हुन्छ । प्राथमिक तहको कक्षा १,२,३ मा गणितलाई कुल शिक्षण भारको

२५ प्रतिशत र कुल पूर्णाङ्कको २३.५ प्रतिशत भाग छुट्याएको छ । कक्षा ४ र ५ मा यो प्रतिशत १४.३ र १५.४ रहेको छ । निम्नमाध्यमिक तथा माध्यमिक तहमा अनिवार्य विषयका रूपमा १५.४ प्रतिशत पाठ्यभार र १४ प्रतिशत पूर्णाङ्क छुट्याइएको छ भने माध्यमिक तहमा ऐच्छिक विषयका रूपमा थप गणित विषयको पनि समावेश गरिएको छ ।

शैक्षिक उद्देश्य वा लक्ष्य परिपूर्तिको मार्ग देखाउने एउटा शैक्षिक योजना वा साधनलाई पाठ्यक्रम भनिन्छ ।

क) माध्यमिक गणित पाठ्यक्रमका प्रमुख अङ्गहरू

हालको माध्यमिक तहको गणित पाठ्यक्रम एउटा पुस्तकाकारमा पाठ्यक्रम विकास केन्द्रले प्रकाशित गरी २०५६ बाट कार्यान्वयनमा आएको छ । यस पाठ्यक्रममा मुख्यत: निम्नलिखित अङ्गहरू समावेश गरिएको छ :

- भूमिका : पाठ्यक्रम विकास केन्द्रको तर्फबाट पाठ्यक्रमको सन्दर्भमा आफ्नो भनाइ राखिएको छ ।
- परिचय : पाठ्यक्रमको यस भागमा वर्तमान पाठ्यक्रमको छोटो चिनारी समावेश गरिएको छ ।
- शिक्षाका राष्ट्रिय उद्देश्यहरू : यसमा नेपालको २०४६ सालको परिवर्तनपछि राष्ट्रले निर्धारण गरेका शिक्षाका राष्ट्रिय उद्देश्यहरू (२०४९ सालमा निर्धारित) समावेश गरिएको छ । यस्ता उद्देश्य जम्मा सातओटा निर्धारण गरिएका छन् ।
- माध्यमिक तहका उद्देश्यहरू : माध्यमिक तहको गणित विषयको पाठ्यक्रममा आधारित माध्यमिक तहका तहगत उद्देश्यहरू पनि समावेश गरिएको छ ।
- गणितका कक्षागत उद्देश्यहरू : यस भागमा माध्यमिक तहका कक्षा ९ र १० को लागि छुट्टाछुट्टै गणितका कक्षागत उद्देश्यहरू समावेश गरिएका छन् । यस्ता कक्षागत उद्देश्यहरू कक्षा ९ को लागि २१ ओटा र कक्षा १० को लागि ११ ओटा कक्षागत अनिवार्य गणितका उद्देश्यहरू निर्धारण गरिएका छन् ।
- विषयवस्तुको क्षेत्र र क्रम : माध्यमिक तहको गणित पाठ्यक्रममा कक्षागतरूपमा अध्ययन अध्यापन गर्नुपर्ने विषयवस्तुहरूको क्षेत्र र क्रम समेत उल्लेख गरिएको छ । विषयवस्तुहरूलाई समावेश गर्दा सिकाइको लागि सरल होस् भनेर क्रम मिलाएर राखिएको छ ।
- शिक्षण विधि : माध्यमिक तहमा समावेश गरिएका विषयवस्तुहरूलाई शिक्षण गर्नको लागि के कस्ता शिक्षण विधिहरूको प्रयोग गर्नुपर्छ ? भनी त्यस्ता विधिहरूको नाम उल्लेख गरिएको छ । यस्ता विधिहरूमा प्रदर्शन, प्रयोगात्मक, आगमन, खोज, समस्या समाधान, प्रश्नोत्तर र छलफल विधि हुन् ।

- मूल्याङ्कन प्रक्रिया : पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेका उद्देश्यहरू पूरा गर्नको लागि समावेश गरिएको विषयवस्तुहरूको शिक्षण सिकाइ कार्य पछि त्यस्ता उद्देश्यहरू पूरा भए की भएनन् भनी के कसरी मूल्याङ्कन गर्ने, मूल्याङ्कनको लागि के कस्ता विधि/तरिकाहरू अपनाउने आदि बारेमा पनि यसमा उल्लेख गरिएको छ ।

ख) माध्यमिक गणित पाठ्यक्रमका विशेषताहरू

हाल कार्यान्वयनमा रहेको माध्यमिक तहको गणित विषयको पाठ्यक्रम कक्षा ९ मा २०५६ श्रावण र कक्षा १० मा २०५७ श्रावण देखि लागू भएको हो । यो पाठ्यक्रमका मुख्य मुख्य विशेषताहरूलाई बुँदागत रूपमा निम्नानुसार उल्लेख गर्न सकिन्छ :

- शिक्षाको राष्ट्रिय उद्देश्य दिइएको छ,
- शिक्षाको तहगत उद्देश्यहरू समावेश गरिएको छ,
- गणितका तहगत साधारण उद्देश्यहरू तोकिएको छ,
- कक्षागत उद्देश्यहरू निर्धारण गरिएका छन्,
- पाठ्यक्रमको ढाँचा (कक्षागत) तोकिएको छ,
- पाठ्यवस्तुको क्षेत्र र क्रमतालिका समावेश गरिएको छ,
- गणितको कक्षागत रूपमा पाठ्यभार र अङ्क विभाजन गरिएको छ,
- शिक्षणविधि (प्रक्रिया) को बारेमा निर्देशन दिनुका साथै मूल्याङ्कनको लागि अङ्कभार र मूल्याङ्कन तरिका समेत समावेश गरिएको छ ।

ग) माध्यमिक गणित शिक्षकले गणित पाठ्यक्रम अध्ययन गर्नुपर्ने कारणहरू

तल दुईजना शिक्षकहरू बीचमा भएको कुराकानीका केही अंश दिइएको छ, अध्ययन गर्नुहोस् :

पुष्पा : मैले त अहिलेसम्म पाठ्यक्रम पनि हेरेकी छैन । यस सम्बन्धी तालिममा पनि भाग लिने मौका मिलेको छैन । विद्यालयमा पढाउन पाठ्यपुस्तक बाहेक अन्य केही सामग्रीहरूको प्रयोग पनि अध्ययन गरेकी पनि छैन । आफ्नो पिरियडमा तोकिएको कक्षामा गयो, आफ्नै किसिमले पढायो, फर्क्यो हुँदैन र सर ?

प्रदिप : होइन मिस ! मैले त विद्यार्थीलाई पढाउनको लागि त पाठ्यपुस्तक भन्दा पनि पाठ्यक्रमको अध्ययन गर्नुपर्छ भन्ने सुनेको छु । पाठ्यपुस्तकमा भएका विषयवस्तु मात्र पढाएर त हुँदैन रे त ।

पुष्पा : सर ! त्यसोभए पाठ्यक्रमको अध्ययन गरेर के गर्ने त ? शिक्षकले पाठ्यक्रमको अध्ययनबाट केकस्तो कुरा थाहापाइन्छ ? मलाई त त्यसबारेमा स्पष्ट भएन ।

प्रदिप : मिस् ! मलाई पनि सबै कुरा विस्तृत जानकारी त छैन । तर पनि पाठ्यपुस्तक पढाएर मात्र हुँदैन, पाठ्यक्रमले समेटेको तर पाठ्यपुस्तकले नसमेटेको विषयवस्तुपनि पढाउनुपर्छ भन्ने सुनेको छु ।

पुष्पा : मैले त कक्षाआठमा हप्ताको पाँच पिरियड गणित पढाउँछु, तर समयमा सकिँदैन । सरले आठ कक्षामा गणित कति पिरियड पढाउनु हुन्छ नि ?

प्रदिप : होइन मिस, पाठ्यक्रमले कक्षाआठको गणितको लागि हप्तामा छ पिरियड समय तोकेको छ । मैले त छ पिरियड नै पढाउँछु । पाठ्यक्रम अध्ययन नगरेकोले तपाईंले त्यसो गर्नुभएको होला !

- माथिको वार्तालापबाट के निष्कर्ष निस्कन्छ ?
- गणित शिक्षकले किन गणित पाठ्यक्रमको अध्ययन गर्नुपर्ला ? यसबाट के के फाइदा पुग्छ ? विचार गर्नुहोस् ।

गणित शिक्षकले पाठ्यक्रम अध्ययन गर्नुपर्नाका सम्भावित कारणहरू

- पाठ्यक्रमबाट शिक्षण उद्देश्यहरू थाहापाउन सकिन्छ,
- शिक्षण सामग्रीको सूची प्राप्त हुन्छ,
- पाठ्यपुस्तकले नसमेटेको विषयवस्तुहरूको बारेमा जानकारी हुन्छ,
- शिक्षणविधि तथा क्रियाकलाप छनोट गर्न सहयोग पुग्दछ,
- शिक्षणका लागि समय निर्धारण गर्न सकिन्छ,
- विषयवस्तुको क्षेत्र विस्तार र सीमितता थाहापाउन सकिन्छ,
- विद्यार्थीको मूल्याङ्कन कुन प्रक्रियाद्वारा गर्ने भन्ने जानकारी प्राप्त हुन्छ आदि ।

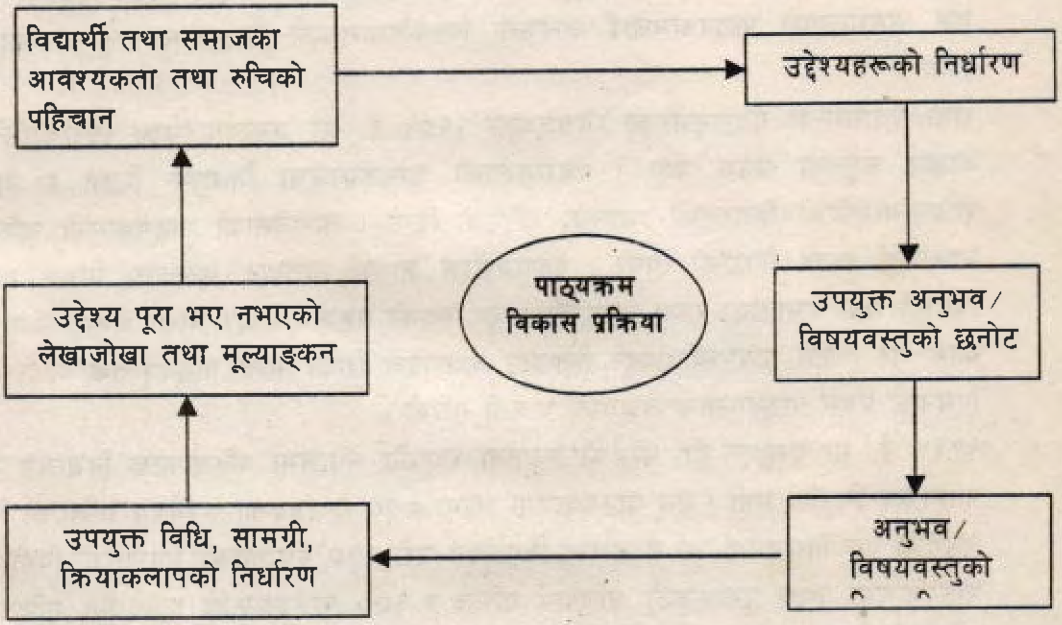
घ) गणित पाठ्यक्रम निर्माण प्रक्रिया (Process of mathematics curriculum development)

पाठ्यक्रम विकास एउटा चुनौतीपूर्ण एवम् कठिन कार्य हो । पाठ्यक्रमलाई एउटा निश्चित नियमित भन्दा पनि बढी सान्दर्भिक र वैज्ञानिक बनाउनुपर्ने हुन्छ । पाठ्यक्रमको निर्माण गर्दा केही निश्चित आधारहरूलाई अनुसरण गर्नुपर्ने हुन्छ । यस्ता आधारहरूमा सामान्यतया शैक्षिक उद्देश्य तथा दर्शन, समकालीन समाज, सिकाइ प्रक्रिया, बालकको ज्ञान र अनुभव र विषयवस्तुको प्रकृतिलाई लिन सकिन्छ । यी आधारहरूलाई दृष्टिगत गरी कस्ता शैक्षिक उद्देश्यहरू प्राप्त गर्ने ? निर्धारित शैक्षिक उद्देश्यहरू हासिल गर्न कस्ता शैक्षिक अनुभवहरू प्रदान गर्ने ? शैक्षिक अनुभवहरूलाई कसरी प्रभावकारी ढङ्गले सङ्गठित गर्ने ? उद्देश्यहरू प्राप्त भएनभएको कसरी मूल्याङ्कन गर्ने ? भन्ने कुराको निर्णय पाठ्यक्रमको विकासको क्रममा गर्नुपर्दछ । पाठ्यक्रमको विकासको चरणहरूको सन्दर्भमा विभिन्न विद्वानहरूले फरक

फरक मत जाहेर गरेका छन् । यसै क्रममा Hilda Taba ले निम्न सातओटा चरणहरू उल्लेख गरेका छन् :

- आवश्यकताको निदान (Diagnosis of needs)
- उद्देश्यको निर्माण (Formulation of objectives)
- विषयवस्तुको छनोट (Selection of content)
- विषयवस्तुको सङ्गठन (Organization of content)
- सिकाइ अनुभवहरूको छनोट (Selection of learning experiences)
- सिकाइ अनुभवहरूको सङ्गठन (Organization of learning experiences)

पाठ्यक्रम विकासको सन्दर्भमा नेपालमा प्रयोग गरिने प्रक्रियालाई छोटकरीमा निम्नानुसार देखाउन सकिन्छ :



४. प्रतिबिम्बन :

क) गणितको असल पाठ्यक्रमका विशेषताहरू केके हुनुपर्ला ?

ख) माध्यमिक गणित शिक्षकले गणित पाठ्यक्रमको अध्ययन नै नगरी शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप सञ्चालन गरेमा के कस्ता नकारात्मक असरहरू पर्लान ?

ग) नेपालको वर्तमान माध्यमिक तहको गणितको पाठ्यक्रम निर्माणका प्रक्रियामा के कस्ता सुधारहरू गर्नुपर्ला ?

पाठपत्र १

नेपालमा गणित पाठ्यक्रमको इतिहास

नेपालमा १८५४ ई. देखि आधुनिक शिक्षाको प्रारम्भ भएको मानिन्छ । बेलायतबाट फर्केपछि प्रथम राणा प्रधानमन्त्री जङ्गबहादुर राणाले आफ्ना छोराछोरीहरूका निम्ति थापाथली गोलबैठक दरबारमा केही युरोपेली र भारतीय शिक्षकहरूलाई राखेर पाठशाला खोलेका थिए र पछि त्यस्तै पाठशाला राजपरिवारका लागि हनुमानढोका दरबारमा पनि खोलियो । निम्नमाध्यमिक तहको पाँच कक्षासम्म पढाइ हुन यस पाठशालाको पाठ्यक्रममा गणित, गद्यपद्यको लेखाइ र अन्य पुस्तकहरू राखिएका थिए । १८७७ ई. मा जङ्गबहादुरको मृत्यु भएपछि दरबारभित्र रहेको त्यस पाठशालालाई दरबारबाहिर निकालेर वर्तमान दरबार स्कुल भएको ठाउँमा स्थापना गरियो । यस पाठशालामा अन्य राणा परिवारका छोरा छोरीहरूलाई पनि पढ्ने अवसर दिइएको थियो । यस पाठशालाको पाठ्यक्रमलाई कलकत्ता विश्वविद्यालयको पाठ्यक्रम अनुकूल बनाइएको थियो ।

राणा प्रधानमन्त्री देवशमसेरको शासनकाल १९०१ ई. मा जनसाधारणका छोराछोरीले पनि दरबार स्कुलमा प्रवेश पाए । देवशमसेरको शासनकालमा निःशुल्क शिक्षा र निःशुल्क शैक्षिकसामग्रीको वितरणको व्यवस्था गरिएको थियो । त्यसबेलाको पाठ्यक्रममा गणितलाई महत्त्वपूर्ण स्थान दिइएको थियो । देवशमसेरले आफ्ना नातेदार, कलकत्ता मिसन स्कुलका विद्यार्थी तथा बझाङका राजा जयपृथ्वीबहादुर सिंहको सहयोग लिएर शिक्षा क्षेत्रमा उल्लेखनीय काम गरे । उनै जयपृथ्वीबहादुर सिंहबाट अक्षराङ्क शिक्षा भन्ने पाठ्यपुस्तक लेखी गणित विषयको प्रथम पाठ्यपुस्तक लेखनको थालनी गरियो ।

१९३४ ई. मा एस्.एल.सी. बोर्डको स्थापना भएपछि नेपालमा पहिलोपटक विद्यालय तहको पाठ्यक्रम निर्माण भयो । यस पाठ्यक्रममा जम्मा ८०० पूर्णाङ्कका ७ विषय राखिएको थियो । अङ्ग्रेजी एक विषयलाई दुई पत्रहरूमा विभाजित गरी २०० पूर्णाङ्कको बनाइएको थियो । यस पाठ्यक्रममा १०० पूर्णाङ्कको अनिवार्य गणित र १०० पूर्णाङ्ककको इच्छाधीन गणित पनि राखिएको थियो । यसरी विद्यार्थीहरूले चाहेमा पूर्णाङ्क २०० को गणित लिन पाउने भएका थिए । १९४७ ई. मा आधार शिक्षाको नाममा व्यावसायिक तालिम सुरु भयो । यस तालिम कार्यक्रमको पाठ्यक्रममा पनि गणितलाई महत्त्वपूर्ण स्थान दिइएको थियो ।

१९३४ ई. को माध्यमिक पाठ्यक्रमलाई मिल्ने किसिमको निम्नमाध्यमिक विद्यालयको पाठ्यक्रममा गणितलाई अनिवार्य विषयका रूपमा राखिएको थियो ।

राणा शासनको अन्त्य र प्रजातन्त्रको उदयपछि १९५१ ई. मा माध्यमिक तहका महिला र पुरुषका निम्ति छुट्टाछुट्टै पाठ्यक्रम तयार गरियो । महिलाको पाठ्यक्रममा गणितलाई इच्छाधीन

विषयमा राखिएको थियो भने पुरुषको पाठ्यक्रममा छात्रहरूले चाहेमा २०० पूर्णाङ्कको गणित दुई पत्र लिन र नचाहेमा ५० पूर्णाङ्कको अङ्कगणित लिए पनि हुने भयो ।

२००७ सालअघि नेपालमा कुनै सुनियोजित पाठ्यक्रम थिएन, देशभरिका विद्यालयहरूमा एकै किसिमको पढाइ पनि थिएन । कुनै ठाउँमा भाषा पाठशाला, कुनै ठाउँमा संस्कृत पाठशाला, कुनै ठाउँमा अङ्ग्रेजी पाठशाला, कुनै ठाउँमा आदर्श पाठशालाहरू थिए । विद्यालयहरूमा विदेशी लेखकहरूले लेखेको पाठ्यपुस्तकहरू पढाइन्थ्यो । प्राथमिक विद्यालयको पढाइमा एकरूपता ल्याउन २००७ देखि २०२८ सालभन्दा अगाडि लागू गरिएका सबै पाठ्यक्रमहरूमा गणितलाई महत्त्वपूर्ण स्थान दिइएको पाइन्छ । तर पढाइने विषयवस्तुका क्षेत्र तथा सङ्गठन त अवश्य नै फरक थिए ।

गणित पाठ्यक्रम (२०२८)

राष्ट्रिय शिक्षा पद्धतिको योजना (२०२८-२०३२) लागू भएपछि गणित पाठ्यक्रमलाई वैज्ञानिक किसिमको बनाइयो । विद्यालय स्तरका शिक्षाको सबै तहहरूमा गणितलाई अनिवार्य गरियो । प्राथमिक तह (कक्षा १-३ सम्म) मा गणितलाई विद्यालय घण्टाको ३० प्रतिशत (पूर्णाङ्क २००) दिनुको अर्थ गणितको ज्ञान साक्षरताको मूलभूत योग्यता मानिनु हो । यसप्रकार प्राथमिक विद्यालय स्तरमा जीवनको सङ्ख्यात्मक स्वरूप सम्झन एवम् बुझ्नका लागि गणितका सङ्गठन र क्रियाहरूको विद्यार्थीहरूमा ज्ञान दिलाउने प्रयत्न गरियो । निम्नमाध्यमिक र माध्यमिक तहमा (साधारण, व्यावसायिक तथा संस्कृत मा.वि.) क्रमशः विद्यालय घण्टाको २० प्रतिशत (पूर्णाङ्क १५०) र १२ प्रतिशत (पूर्णाङ्क १००) समय दिइयो । इच्छाधीन गणित पढ्न चाहने विद्यार्थीहरूका लागि १०० पूर्णाङ्कको अतरिक्त गणितको व्यवस्था गरियो । यसमा प्रचलित पाठ्यक्रमहरूको अध्ययन गरी त्यसमा रहेका त्रुटिहरू हटाई मनोविज्ञान तथा राष्ट्रिय आवश्यकता, आकाङ्क्षा र मान्यतालाई ध्यानमा राखी पाठ्यक्रम निर्माणका विभिन्न अङ्गहरूमा केन्द्रित रही पाठ्यक्रमहरू तयार गरियो । ती अङ्गहरूः १. सामान्य उद्देश्य २. कक्षाअनुसारको उद्देश्य ३. विषयवस्तुको क्षेत्र तथा क्रमबद्ध तालिका ४ विषयखण्ड तथा विषयवस्तु ।

यसरी पहिलो पटक अधिराज्यभर एउटै पाठ्यक्रम लागू गरियो । पढाइको माध्यम नेपाली हुन गयो र नेपाली भाषामा लेखिएका एकै किसिमका गणित पाठ्यपुस्तकहरूबाट पढाइ सुरु गरियो पाठ्यक्रम सामग्रीहरू जस्तैः अध्यापन एकाइ, शिक्षकनिर्देशिका, शैक्षिक सामग्रीहरू तथा मूल्याङ्कनका नयाँ प्रविधिहरू तयार पार्ने प्रयासको थालनी भयो । पाठ्यपुस्तकहरू नयाँ किसिमबाट लेखिने प्रयास गरियो । पाठ्यपुस्तकहरूमा केही मात्रामा भए पनि नयाँ विधिहरूको प्रयोग सुरु गरियो । शिक्षक तालिममा जोड दिइयो ।

गणित विषयमा २०२८ सालभन्दा पहिले प्राथमिक तहमा अङ्कगणित मात्र पढाउने काम हुन्थ्यो । तर प्राथमिक पाठ्यक्रम (२०२८) कक्षा १-३ सम्म रेखागणितका साधारण ज्ञान दिने गरी पाठ्यक्रम तर्जुमा गरियो । तदनुसार निम्नमाध्यमिक पाठ्यक्रम (कक्षा ४-७ सम्म) र माध्यमिक पाठ्यक्रम (कक्षा ८-१० सम्म) मा अङ्कगणित, बीजगणित, ज्यामिति तथा तथ्याङ्कका पाठ्यवस्तुहरू क्रमबद्ध र स्तरीय रूपमा समावेश गरियो ।

२०२८ सालमा लागू गरिएको पाठ्यक्रममा समयानुकूल परिवर्तन गर्न आवश्यक ठानी यसमा केही परिवर्तन तथा परिमार्जन गरी २०३८ सालमा प्राथमिक (कक्षा १-५ सम्म), निम्नमाध्यमिक (कक्षा ६-७ सम्म) र माध्यमिक (कक्षा ८-१० सम्म) पाठ्यक्रम लागू गरियो । यस पाठ्यक्रम (२०३८) मा कक्षा ४-५ को गणित पाठ्यक्रममा (६ पिरियड प्रतिसप्ताह र पूर्णाङ्क १००) केही परिवर्तन गरियो । त्यस बाहेक अन्य कक्षाहरूमा गणितको पाठ्यभार (६ पिरियड प्रतिसप्ताह) र पूर्णाङ्कमा (पूर्णाङ्क १००) केही परिवर्तन भएन । पाठ्यक्रममा उद्देश्यहरू र पढाइने पाठ्यवस्तुहरूलाई सरलीकरण र स्तरण गर्ने प्रयास गरियो । पाठ्यक्रमलाई अझ स्पष्ट पारियो । २०२८ को पाठ्यक्रममा समावेश भएका केही पाठ्यवस्तुहरूलाई हेरफेर, थपघट गरियो । उदाहरणका लागि गणित पाठ्यक्रम (२०२८) मा कक्षा ४-७ सम्मका लागि राखिएको तथ्याङ्क सङ्कलन र सङ्गठनअन्तर्गतका पाठ्यवस्तुहरू त्यहाँबाट हटाई माध्यमिक तहमा अतिरिक्त गणित पाठ्यक्रम (२०२८) अन्तर्गत राखिएको छ ।

विद्यालय गणित पाठ्यक्रम (२०४९- २०५०)

विद्यालय तहको गणित शिक्षालाई उद्देश्यमूलक व्यावहारिक एवम् समसामयिक बनाउने क्रममा राष्ट्रिय शिक्षा आयोग र २०४९ द्वारा निर्दिष्ट शिक्षाको राष्ट्रिय उद्देश्यलाई मूल आधार बनाई गणित पाठ्यक्रम तयार गरिएको छ । विद्यालय तहका पाठ्यक्रमलाई प्राथमिक शिक्षा पाठ्यक्रम (२०४९) र माध्यमिक गणित शिक्षा पाठ्यक्रम (२०५०) गरी दुई भागमा बाँडिएको छ ।

प्राथमिक तहको पाठ्यक्रममा परम्परागत ढाँचामा परिवर्तन ल्याई प्रत्येक विषयवस्तुबाट विद्यार्थीहरूमा विकास गर्न खोजिएको खास ज्ञान, सीप र अभिवृत्तिगत सिकाइ उपलब्धिहरूलाई विस्तारित रूपमा प्रस्तुत गरिएको पाइन्छ । यसमा (१) सङ्ख्याको ज्ञान, (२) गणितका आधारभूत क्रियाहरू: जोड, घटाउ, गुणन र भाग, (३) नाप तौल र मुद्रा-समय, दूरी, क्षेत्रफल, क्षमता, आयतन, (४) भिन्न दशमलव, प्रतिशत, ऐकिक नियम (५) ग्राफ चार्ट, (६) बीजगणितीय अभिव्यञ्जक र समीकरण, (७) ज्यामिति र (८) समूह गरी ८ ओटा गणितका पाठ्यक्षेत्रहरू समावेश छन् । यी पाठ्यक्षेत्रअन्तर्गत ८ ओटा सिकाइ उपलब्धिहरू निर्धारण गरिएका छन् । ती कक्षा १ मा २३, कक्षा २ मा २५, कक्षा ३ मा ४१, कक्षा ४ मा २३ र कक्षा ५ मा ३२ गरी जम्मा कक्षा १-५ सम्म १६४ ओटा छन् । यस पाठ्यक्रममा समूहको

धारणालाई औपचारिक रूपमा सुरुआत गरिएको छ । प्राथमिक शिक्षा पाठ्यक्रम (२०४९) मा गणितको कक्षा १-३ सम्म पाठ्यभार ८ घण्टी प्रतिसप्ताह र पूर्णाङ्क १५० राखिएको छ भने कक्षा ४-५ मा पाठ्यभार ६ घण्टी प्रतिसप्ताह र पूर्णाङ्क १०० राखिएको छ राष्ट्रिय शिक्षा आयोगको प्रतिवेदन (२०४९) ले दिएको सुझावभन्दा कक्षा १-३ सम्मको अङ्क वितरणमा केही भिन्नता पाइन्छ । उक्त प्रतिवेदनले कक्षा १-३ सम्म पनि पूर्णाङ्क १०० हुनुपर्छ भन्ने सुझाव प्रस्तुत गरेको छ ।

निम्नमाध्यमिक विद्यालय गणित पाठ्यक्रममा कक्षा (६-८ सम्म) कक्षागत उद्देश्यहरू दिइएका छन् । यी उद्देश्यहरू प्राप्त गर्नका लागि मुख्य पाठ्यक्षेत्रहरू सङ्ख्या र क्रिया, समूह, भिन्न र दशमलव, पूर्ण सङ्ख्याः तथ्याङ्क (औसतसम्म) अनुपात, समानुपात र प्रतिशतः बीजगणितीय अभिव्यञ्जकहरू, समीकरण, असमता र निर्देशाङ्क र ज्यामितीय आकार र नापअन्तर्गतका पाठ्यवस्तुहरू राखिएका छन् ।

त्यसैगरी माध्यमिक विद्यालय गणित पाठ्यक्रमलाई पुनः अनिवार्य गणित र इच्छाधीन गणित पाठ्यक्रम गरी दुई भागमा बाँडिएको छ । पाठ्यक्रममा कक्षागत उद्देश्यहरू कक्षा ९ र १० का लागि छुट्टाछुट्टै निर्धारण गरिएका छन् । यसभन्दा अघिको पाठ्यक्रम (२०३८) मा कक्षा ९ र १० का लागि संयुक्त उद्देश्य निर्धारण गरिएको थियो । यस पाठ्यक्रमलाई २०३८ को पाठ्यक्रममा भन्दा व्यापक हेरफेर गरिएको छ । उक्त पाठ्यक्रममा समावेश गरिएका विषयहरू अनिवार्य गणित, वाणिज्य गणित र अतिरिक्त गणितमा विभाजन गरिएको छ । अनिवार्य गणित अन्तर्गत निम्नमाध्यमिक गणित पाठ्यक्रम (२०५०) मा दिइएको सबै पाठ्यक्षेत्रहरूको स्तरीकृत (Graded) पाठ्यवस्तुहरू समावेश गरिएका छन् । अतिरिक्त गणितमा विशेषतः उच्च अध्ययनका लागि आवश्यक गणितीय ज्ञान वा सीपहरू समावेश गरिएको छ ।

स्रोत :

१. नेपालमा शिक्षाको इतिहास - गोपीनाथ शर्मा
२. नेपालमा शैक्षिक प्रक्रिया - लेखनाथ पौडेल
३. राष्ट्रिय शिक्षा आयोगको प्रतिवेदन २०४९
४. प्राथमिक गणित पाठ्यक्रम - पाठ्यक्रम विकास केन्द्र, सानोठिमी
५. निम्नमाध्यमिक गणित पाठ्यक्रम - पाठ्यक्रम विकास केन्द्र, सानोठिमी
६. माध्यमिक शिक्षाको पाठ्यक्रम भाग १ र २ - पाठ्यक्रम विकास केन्द्र, सानोठिमी
७. माध्यमिक गणित शिक्षण - डा. हिराबहादुर महर्जन, लेखनाथ पौडेल र हरिनारायण उपाध्याय

पाठ पाँच : पाठ्यपुस्तक, शिक्षक निर्देशिका र अन्य सन्दर्भ सामग्रीहरू
(Textbook, teacher's guide and other references)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) पाठ्यक्रम र पाठ्यपुस्तकबीचको सम्बन्ध बताउन,

ख) शिक्षक निर्देशिकामा प्रयोग गर्ने तरिका बताउन,

ग) गणितका असल पाठ्यपुस्तकका गुणहरू बताउन,

घ) असल गणित पुस्तकमा हुनुपर्ने गुणहरूको आधारमा गणितका अन्य सन्दर्भ सामग्रीहरूको छनोट गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) पाठ्यक्रम र पाठ्यपुस्तक

ख) शिक्षक निर्देशिका

ग) अन्य सन्दर्भ सामग्रीहरू

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) पाठ्यक्रम र पाठ्यपुस्तक

पाठ्यक्रमको बारेमा यसभन्दा अगाडि प्रशस्त चर्चा भइसकेको छ । यहाँ पाठ्यपुस्तकको बारेमा चर्चा गर्नु उपयुक्त देखिन्छ ।

पाठ्यपुस्तक शिक्षक सिकाइको प्रमुख आधार मानिन्छ । पाठ्यपुस्तक शिक्षण सिकाइको साध्य (End) नभई एउटा माध्यम वा साधन (Mean) मात्र हो । पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेका उद्देश्यहरू परिपूर्तिका लागि तयार पारिएका विषयसूची (Contents) र यसको क्षेत्र (Scope) का आधारमा निर्धारित उद्देश्य प्राप्तिमा सहयोग पुग्ने गरी तयार पारिएको सामग्रीलाई पाठ्यपुस्तक (Textbook) भनिन्छ । अर्थात पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेका उद्देश्यहरू क्रमशः पूरागर्नका लागि विद्यार्थीहरूले प्रयोग गर्ने लिखित पुस्तकको रूपमा पाठ्यपुस्तकलाई लिइन्छ । पाठ्यक्रममा राखिएको उद्देश्य पूरा गराउनमा पाठ्यपुस्तकको ठूलो भूमिका हुन्छ । अधिराज्यभरि एकैनासको शिक्षा दिने काम पनि यसले गर्दछ ।

गणित पाठ्यपुस्तकलाई के सिकाउने, कति सिकाउने भन्ने कुराको आधिकारिक सामग्री मानिन्छ । हाम्रो जस्तो आवश्यक सन्दर्भ सामग्रीहरू पर्याप्त मात्रामा नपाइने ठाउँमा यसैलाई मुख्य रूपमा आधार मानिन्छ । यसमा विद्यार्थीले सिक्नुपर्ने विषयवस्तु अन्तर्गतका ज्ञान, सीप र धारणालाई एकै ठाउँमा राख्ने प्रयास गरिने हुनाले शिक्षक र विद्यार्थीहरूले एकीकृत सामग्रीको रूपमा प्रयोग गर्न सक्दछन् । पाठ्यपुस्तकले शिक्षकलाई योजना निर्माण गर्न, गृहकार्य दिन,

पाठको प्रस्तुतीकरण गर्न सहयोग गर्दछ । त्यसैले यसलाई शिक्षण सिकाइको महत्त्वपूर्ण र अपरिहार्य सामग्रीको रूपमा लिने गरिन्छ । तर स्मरण रहोस् यो सामग्री पाठ्यक्रमको पूर्ण सामग्री भने होइन, यो त केवल प्रमुख पूरक सामग्री मात्र हो ।

पाठ्यक्रम र पाठ्यपुस्तकबीच सम्बन्ध (Realtion between curriculum and textbook)

सामान्य रूपमा भन्दा बालबालिकाहरूलाई विभिन्न किसिमका ज्ञान र सीपहरू प्रदान गर्ने कार्यक्रमको विस्तृत रूप पाठ्यक्रम हो भने पाठ्यक्रमले गरेका निश्चित विषयहरूको सरल रूपमा प्रस्तुत गरिएका पाठ्यसामग्री पाठ्यपुस्तक हो । पाठ्यक्रम र पाठ्यपुस्तकबीचको सम्बन्धलाई बुँदागत रूपमा निम्नानुसार उल्लेख गर्न सकिन्छ :

- पाठ्यक्रम शैक्षिक क्रियाकलापको योजना हो भने पाठ्यपुस्तक पाठ्यक्रमका उद्देश्य पूरा गर्न चाहिने महत्त्वपूर्ण साधन मात्र हो ।
- पाठ्यक्रमले स्पष्ट नगरेका कुराहरू पाठ्यपुस्तकले स्पष्ट गराउँछ ।
- पाठ्यपुस्तकमा विषयवस्तुका अतिरिक्त निर्देशन र अभ्यास पनि दिएको हुन्छ, ती निर्देशन र अभ्यासको आधारमा शिक्षकले कक्षा सञ्चालन गर्दछ भने पाठ्यक्रमले विषयवस्तुको क्षेत्र र क्रम, पाठ्यभार, मूल्याङ्कन, अङ्कभार आदि निर्धारण गरेको हुन्छ ।
- पाठ्यपुस्तक पाठ्यक्रमको प्रयोगात्मक सन्दर्भ सामग्री र गणित शिक्षणका लागि महत्त्वपूर्ण शैक्षिक सामग्री हो ।
- पाठ्यक्रमले निर्दिष्ट गरेको मूल्याङ्कन पाठ्यपुस्तकको आधारमा गरिन्छ ।
- पाठ्यक्रमले तोकेका कक्षागत र साधारण उद्देश्यहरूकै आधारमा पाठ्यपुस्तकका विषयवस्तुहरू र क्रियाकलापहरू समावेश गरिएको हुन्छ ।
- राष्ट्रले निर्धारण गरेको शैक्षिक लक्ष्यहरू मुताविक पाठ्यक्रम तयार गरिएको हुन्छ भने पाठ्यक्रमका उद्देश्य पूरा गर्न मूल सामग्रीको रूपमा पाठ्यपुस्तक तयार पारिएको हुन्छ ।
- पाठ्यसामग्रीको स्रोत पाठ्यक्रम हो भने पाठ्यसामग्रीको प्रस्तुतिको मुख्य आधार पाठ्यपुस्तक हो । पाठ्यक्रमलाई ख्याल गरेर पाठ्यपुस्तक तयार गरिन्छ ।
- पाठ्यक्रम शिक्षण सिकाइको मूल आधार हो भने पाठ्यपुस्तक पाठ्यक्रमको पूरक सामग्री मात्र हो ।
- पाठ्यक्रम शिक्षण क्रियाकलापको सम्पूर्ण कार्ययोजना हो भने पाठ्यपुस्तक शिक्षक र विद्यार्थीको सहयोगी (निर्देशिक) हो ।
- पाठ्यक्रमले व्यापक क्षेत्र ओगटेको हुन्छ भने पाठ्यपुस्तक पाठ्यक्रमका उद्देश्यहरू पूरा गर्ने एक सहयोगी पक्ष मात्र हो ।

ख) शिक्षक निर्देशिका (Teacher's guide)

शिक्षकले गर्नुपर्ने शिक्षण सिकाइ कार्यमा सहयोग पुऱ्याउने किसिमले विषयवस्तुहरू केके पढाउने, कसरी पढाउने (विधि), कुन पाठलाई कति समय दिने, कुन पाठमा कुन शैक्षिक सामग्रीको प्रयोग गर्ने र विद्यार्थीको मूल्याङ्कन कसरी गर्ने भन्ने कुराको विस्तृत विवरण भएको निर्देशन पुस्तिकालाई शिक्षक निर्देशिका भनिन्छ । यसमा खासगरी पाठशीर्षक, उद्देश्य, सामग्री, शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप, अनुमानित घण्टी, पाठ्यपुस्तकका अभ्यासका केही प्रश्नहरूको समाधान र अभ्यासका लागि थप प्रश्नहरू समावेश गरिएको हुन्छ । यसले शिक्षकलाई हरेक पाठ शिक्षणका लागि कार्य निर्देश गर्ने हुनाले शिक्षकको लागि अत्यन्त उपयोगी सामग्री मानिन्छ ।

शिक्षक निर्देशिकाको प्रयोग

शिक्षक निर्देशिकाको प्रयोगले शिक्षण कार्यलाई सरल, स्पष्ट, व्यवस्थित र योजनाबद्ध बनाउन महत्त्वपूर्ण सहयोग पुग्दछ । यसको प्रयोग मूलतः निम्न कार्यमा गर्न सकिन्छ :

- पूर्व तयारी गर्न,
- विभिन्न शैक्षिक योजनाहरू (वार्षिक, एकाइ र पाठयोजना) निर्माण गर्न,
- शैक्षिक सामग्रीको छनोट र प्रयोग गर्न,
- उपयुक्त शिक्षण विधिको चयन गर्न,
- शैक्षिक क्रियाकलापहरूको तयारी र सञ्चालन गर्न,
- मूल्याङ्कनका उपयुक्त विधि प्रविधिहरूको छनोट, निर्माण र प्रयोग गरी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्न,
- तालिम अप्राप्त, कम अनुभवी र कम योग्यता भएका शिक्षकहरूलाई सहयोग गर्न ।

शिक्षक निर्देशिका प्रयोग गर्दा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- पाठ्यपुस्तक र शिक्षक निर्देशिकाले प्रायः सबै उद्देश्यहरूलाई समेट्ने प्रयास गर्दा गर्दैपनि कुनै कुनै समेट्न छुटेको हुनसक्छ ।
- शिक्षक निर्देशिकामा दिइएका निर्देशनहरू निर्धारित उद्देश्यहरू हासिल गर्नको लागि ध्यान दिनुपर्ने सङ्क्षिप्त सूचना र सञ्चालन गर्नुपर्ने न्यूनतम क्रियाकलापहरू मात्रै हुन् ।
- दिइएको समय अनुमानित मात्रै हो । विद्यालयको वातावरण, विद्यार्थी सङ्ख्या, शिक्षकको अनुभव आदि कुराहरूलाई ध्यानमा राखी थपघट गर्न सकिनेछ ।
- शिक्षक निर्देशिका विद्यार्थीहरूको सङ्ख्या, समय, अनुभव तथा उपलब्ध स्रोत र सामग्री अनुसार थप क्रियाकलाप तथा अभ्यास गराउन बाधक हुनेछैन ।

- दिइएका क्रियाकलाप विधि वा तरिका परिवर्तन गरी अधिकतम उपलब्धि हासिल गर्न र सिकाइ सबलीकरण गर्न बाधक हुनेछैन ।
- शिक्षक निर्देशिकामा उल्लिखित क्रियाकलाप न्यूनतम मात्रै भएकाले सबै शिक्षकले यी क्रियाकलाप गराउन जरूरी छ ।
- पाठले नसमेटेका विषयवस्तु समेट्नको लागि थप क्रियाकलाप सञ्चालन गर्न पनि निर्देशिकाका क्रियाकलापहरूलाई नमुनाको रूपमा लिई, समान खालका क्रियाकलाप विकास गर्न वा अन्य सान्दर्भिक क्रियाकलाप सञ्चालन गर्न पनि सकिनेछ ।

ग) अन्य सन्दर्भ सामग्रीहरू (Other references)

शिक्षण सिकाइको क्रममा पाठ्यपुस्तकको प्रयोग मात्र अपर्याप्त हुन्छ । विद्यार्थीहरूलाई रोचक र प्रभावकारी रूपमा शिक्षण गर्न तथा त्यससम्बन्धी थप जानकारी र सीप हासिल गर्नको लागि पाठ्यपुस्तकबाट मात्र सम्भव हुँदैन । यस्तो अवस्थामा अन्य सन्दर्भ सामग्रहिरूको आवश्यकता पर्दछ । यस्ता सामग्रीहरूले शिक्षक तथा विद्यार्थीहरूलाई लगनशील र अध्ययनशील बनाउनुका साथै पाठ्यक्रम र पाठ्यपुस्तकमा समावेश भएका विषयवस्तु सजिलै ग्रहण गर्न सहयोग पुऱ्याउँछन् । त्यस्तै व्यक्तिभित्र लुकेर बसेको क्षमतालाई प्रस्फुटित गरी गणितीय ज्ञान, दक्षता र सीपको विकासमा गणितका सन्दर्भ सामग्रीहरूले ज्यादै महत्त्व राख्दछन् । गणित पाठ्यक्रममा समावेश भएको तर पाठ्यपुस्तकले समेट्न नसकेको विषयवस्तुलाई शिक्षण गर्न र पाठ्यपुस्तकले उल्लेख गरेका विषयवस्तुहरूमा थप ज्ञान तथा दक्षता प्राप्त गर्नको लागि पनि अन्य सन्दर्भ सामग्रीहरूको आवश्यकता पर्दछ । यस्ता सामग्रीहरूमा बजारमा पाइने गणितका विभिन्न पुस्तकहरू, गणितसम्बन्धी पत्रपत्रिका, लेखरचना, इन्टरनेटबाट प्राप्त गणितीय सूचनाहरू आदि पर्दछन् । यस्ता सामग्रीहरू हाम्रोजस्तो विकट भौगोलिक वातावरण र अभावै अभावको अवस्थाम प्रशस्त सन्दर्भ सामग्रीहरू प्राप्त गर्न कठिनाइ छ तापनि "जहाँ इच्छा त्यहाँ उपाय" भने झैँ व्यक्तिको प्रयास जारी रहेमा धेरै थोरै सन्दर्भ सामग्रीहरू सङ्कलन गरी गणितको शिक्षण सिकाइमा प्रभावकारित ल्याउन सकिन्छ र गणितको सिकाइमा आइपर्ने कठिन समस्याहरूलाई समाधान गर्न सहयोग पुग्न जान्छ । तर सन्दर्भ सामग्रीहरूको उचित छनोट गर्नु जरूरी पर्दछ ।

यसै सन्दर्भमा दुईजना शिक्षक शिक्षिकाबीचको वार्तालाप अध्ययन गरौँ :

शिक्षिका सहनशीला आफ्नो कोठाको टेबुलमा प्रशस्त पुस्तकहरू राखेर अध्ययन गरिरहेकी थिइन् । त्यही समयमा शिक्षक हरि उनको कोठामा प्रवेश गरे ।

हरि : नमस्कार मिस ! उभिएर टेबुलतिर हेरिरहन्छन् ।)

सहनशीला : नमस्कार सर ! आउनुहोस् न, के हेरेर उभिराख्नुभएको ?

हरि : मिसको टेबुलमा धेरै किताबहरू देखेँ । । यति धेरै किताब के गर्ने होला भनेर सोचिरहेको नि ।

सहनशीला : हिजो बजारतिर गएकी थिएँ । जिल्ला शिक्षा कार्यालयमा पनि पसेँ, अनि कुनै कार्यालयबाट कुनै बजारबाट ल्याएकी सर !

हरि : यति धेरै किताबहरू हामी शिक्षकहरूले पढ्नुपर्छ र मिस ?

सहनशीला : हो, विद्यार्थीहरूलाई पढाउन कक्षामा जानुभन्दा पहिला पाठ्यक्रम, पाठ्यपुस्तक, शिक्षक निर्देशिका र अन्य सन्दर्भ सामग्रीहरू सबै राम्रोसँग अध्ययन गरेर जानुपर्छ ।

हरि : किन यति धेरै किताब पढ्नुपर्ने ? पाठ्यपुस्तकका सबै पाठ सरसर्ती पढाए हुँदैन र मिस ?

सहनशीला : आम्मै ! सरले पनि के भन्नुभएको होला ? कहाँ पाठ्यपुस्तकमात्र पढाएर हुन्छ ? पाठ्यपुस्तक त पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेका उद्देश्यहरू पूरा गराउने सामग्रीहरूमध्ये एउटा मात्र हो । शिक्षक निर्देशिकाले कुन पाठलाई कति घण्टी दिने, कस्ता क्रियाकलापहरू सञ्चालन गर्ने आदि बारेमा हामीलाई निर्देशित गर्छ भने पाठ्यक्रमले विषयवस्तुको क्षेत्र र क्रमको जानकारी गराउँछ । त्यस्तै अन्य सन्दर्भ सामग्रीहरूले सम्बन्धित थप गणितीय ज्ञान गराई गणितको शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप सञ्चालन गर्नमा सहयोग गर्दछन् । त्यसैले शिक्षकहरूको लागि आवश्यक पर्ने भएर नै ल्याएकी हुँ सर !

हरि : यस्ता धेरै पुस्तकहरू हामीलाई आवश्यक र उपयोगी हुँदा रहेछन् । पढ्न अति आवश्यक रहेछ । (तर अझै पनि शिक्षक हरि आवश्यक पुस्तकहरूको छनोट कसरी गर्ने होला भन्ने बारेमा स्पष्ट हुन नसकी अलमल परिरहे ।)

माथिको वार्तालापबाट शिक्षक हरिले देखेको समस्या के हो ? आफूलाई आवश्यक पर्ने थप सन्दर्भ पुस्तकहरूको छनोट गर्ने आधारहरू के कस्ता होलान् ? विचार गर्नुहोस् ।

गणितका सन्दर्भ सामग्रीहरू छनोट गर्ने आधारहरू

निश्चित गुण वा विशेषता भएका पुस्तक तथा सामग्रीहरू मात्रै शिक्षण सिकाइका लागि उपयोगी र उद्देश्यमूलक हुन्छन् । त्यसैले सन्दर्भ पुस्तक तथा सामग्रीहरूको छनोट गर्दा असल पुस्तक तथा सामग्रीहरूमा हुने गुणहरू भएका पाठ्यपुस्तकहरू छनोट गर्नुपर्दछ । गणितका असल पुस्तक तथा सामग्रीहरूमा हुनुपर्ने प्रमुख गुणहरू निम्नअनुसार छन् :

- पाठ्यक्रम अनुरूपको हुनुपर्दछ ।
- चाहिने विषयवस्तुलाई समेटेको हुनुपर्दछ ।
- पुस्तकको भाषाशैली सरल, स्पष्ट र विद्यार्थीहरूको स्तरअनुरूप हुनुपर्दछ ।

- विषयवस्तुको दृष्टिले पाठ्यपुस्तक पूर्ण (up-to-date) हुनुका साथै आधुनिक जानकारी र तरिकाहरू उल्लेख भएको हुनुपर्दछ ।
- स्पष्ट, बुझिने र व्यावहारिक उदाहरणहरू समावेश भएको हुनुपर्दछ ।
- सरल देखि कठिनको क्रममा विषयवस्तुलाई समावेश गरिएको हुनुपर्दछ ।
- पाठ्यपुस्तक छपाइलगायत अन्य त्रुटिबाट मुक्त हुनुपर्दछ ।
- आफ्नो खरिद पहुँचभित्र भएको हुनुपर्दछ ।
- पाठ्यपुस्तकले आगमन-निगमन, खोज विधि, समस्या समाधान, प्रयोगात्मक, विश्लेषण आदि विधिको अनुसरण गरेको हुनुपर्दछ ।

विद्यालय तहको गणितका सन्दर्भ पुस्तकहरू तथा अन्य सामग्रीहरूको छनोट गर्नुपर्दा माथि उल्लिखित बुँदाहरूको आधारमा गर्नुपर्दछ ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) पाठ्यक्रमले समावेश गरेको तर पाठ्यपुस्तकले नसमेटेको विषयवस्तुको शिक्षण गर्नुपर्दा तपाईंले कसरी गर्ने गर्नुहुन्छ ?

ख) तपाईंलाई तपाईंको छिमेकी शिक्षक साथी पाठ्यक्रम, पाठ्यपुस्तक, शिक्षक निर्देशिका र अन्य सन्दर्भ सामग्रीहरूबीचमा केकस्तो सम्बन्ध छ ? र यिनीहरूको के प्रयोजनको लागि प्रयोग गर्ने गरिन्छ ? भनी सोध्न आएको अवस्थामा उसलाई कस्तो जवाफ दिनुहुन्छ ?

ग) तपाईं एउटा ठूलो पुस्तकालयमा पुग्नुभयो, भोलिबाट तपाईंले कक्षा ९ को अनिवार्य गणित पढाउनुपर्ने छ भने कस्तो सन्दर्भ पुस्तकको छनोट गर्नुहुन्छ ? तपाईंका छनोटका आधारहरू के के हुन्छन् ?

एकाइ : दुई
सिकाइ सिद्धान्त

Competency 2	: Analyse different learning theories and use them in promoting student's learning mathematics through instruction
Total hours	: 15 hours
Total sessions	: 10

पाठ एक : पियाजेको संज्ञानात्मक विकास सिद्धान्त (Piaget's theory of cognitive development)

१. **उद्देश्य** : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) पियाजेको संज्ञानात्मक विकासको सिद्धान्तको बयान गर्न,

ख) पियाजेको वर्गीकरणअनुसार विभिन्न अवस्थाका बालकहरूको सिकाइसँग सम्बन्धित विशेषताहरू उल्लेख गर्न,

ग) गणितको शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा पियाजेको सिद्धान्तको उपयोगिताहरू (Implications) बताउन ।

२. **मुख्य विषयवस्तु** :

क) पियाजेको संज्ञानात्मक विकासको सिद्धान्त,

ख) गणितको सिकाइमा पियाजेको सिद्धान्तको उपयोगिता ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण** :

गणित शिक्षाको मूल मर्म कुन उमेर समूहका विद्यार्थीहरूले कुन गणित, कति र कसरी सिक्न सक्छन् र गणित सिक्ने कार्यमा व्यक्तिगत भिन्नता वा सामूहिक भिन्नतामा आधारित तरिकालाई बुझेर शिक्षकले शिक्षण सिकाइ व्यवस्थापन गर्ने पक्षसँग सम्बन्धित छ । सिकाइ सिद्धान्तहरूले विद्यार्थीहरूमा सिकाइ कसरी हुन्छ, सिकाइका अबरोधक र सहयोगी पक्षहरू केके हुन् र सिकाइ यवस्थापन कसरी गर्ने भन्ने बारेको व्याख्या र प्रयोग बताउँछ । सिकाइ सिद्धान्तको कुरा गर्दा ज्ञानको संरचना कसरी हुन्छ भन्ने कुरा जति महत्त्वपूर्ण छ, सिकाइ कसरी हुन्छ भन्ने कुरा पनि त्यतिकै महत्त्वपूर्ण हुन्छ । कुनै पनि एउटा सिकाइ सिद्धान्त

अरूभन्दा प्रबल छ र सबै अवस्थामा लागू हुन्छ भन्ने होइन । यसर्थ शिक्षकहरूले सिकाइका विभिन्न सिद्धान्तहरूको राम्रो जानकारी राख्नुपर्दछ र यसको आधारमा कक्षाकोठामा सिकाइ व्यवस्थापन गर्नुपर्दछ । सिकाइ सिद्धान्तहरूलाई मूलतः दुई हाँगामा विभाजन गर्ने गरिन्थ्यो - व्यवहारवादी (Behaviorist) र संरचनावादी (Structuralist) सिद्धान्तहरू । तर बीसौं शताब्दीमा सामाजिक संरचनावादी सिकाइ सिद्धान्तको नयाँ प्रयोग सिकाइ व्यवस्थापनमा सुरू भइसकेको छ । गणितको अर्थपूर्ण र व्यावहारिक शिक्षण सिकाइको व्यवस्थापन गर्न विभिन्न सिकाइ सिद्धान्तहरूको ज्ञान शिक्षकहरूमा हुनु अनिवार्य हुन्छ ।

क) पियाजेको संज्ञानात्मक विकासको सिद्धान्त
(Piaget's theory of cognitive development)

वालकको संज्ञानात्मक विकासका सम्बन्धमा स्विट्जरल्याण्डका मनोविज्ञानवेत्ता Jean Piaget ले महत्त्वपूर्ण योगदान दिएका छन् । उनले बालकको मानसिक विकासका अवस्थालाई मूलत : दुई भागमा बाँडेका छन् । ती हुन् :

(क) Prelogical stage (ख) Logical stage

उनको विकासात्मक अवस्थाको वर्गीकरणमा बालकको उमेरलाई एउटा आधार बनाएका छन् , तर उमेरबाहेक अन्य कुरालाई पनि उनले यस वर्गीकरणमा समावेश गराएका छन् ।

१. **पूर्वतार्किक अवस्था (Prelogical stage)**

यस पूर्व तार्किक अवस्थालाई Piaget ले पूनः दुई भागमा बाँडेका छन् ।

अ) इन्द्रिय चाल अवस्था (Sensory motor stage):

- जन्मदेखि करिब दुईवर्षसम्मको उमेर
- मुख्य रूपमा शाब्दिक सञ्चार हुनुपूर्वको अवस्था (Preverbal stage)
- अवलोकनको भरमा वा देखेको भरमा वरपरका वस्तुका बारेमा धारणा बनाउने यस उमेरमा के गर्न सक्छन् ।
- आवाज निकाल्ने ।
- आफ्नो वरिपरिको (नजिकैको) वातावरणका विषयमा प्रतिक्रिया जनाउने
- बाबुआमा वा सम्पर्कमा रहने अन्य व्यक्तिको हाउभाउ, वा आवाजको नक्कल गर्ने ।
- आफूलाई मात्र सम्झने, अरूको बारे सोच्न नसक्ने (बालक भोकाएको छैन वा उसलाई खान मन छैन भने अरूलाई खान पर्दैन भन्ने (Acting in an ego centric manner) ।

आ) पूर्व क्रियात्मक अवस्था (Pre- operational stage)

- दुईवर्षदेखि करिब सातवर्षसम्मको उमेर
- आफ्नो अगाडि नभएका वस्तुका बारेमा पनि धारणा बनाउने , त्यसका गुणहरूका आधारमा त्यसका बारेमा आफ्ना विचार व्यक्त गर्ने ।
- भाषिक विकास : शब्दद्वारा वस्तुलाई व्यक्त गर्ने, जनाउने, अर्थ्याउने ।
- आफ्ना अगाडि नभएका वस्तुको पनि नक्कल गर्न सक्ने ।
- एउटा वस्तु जनाउन अर्को वस्तुको प्रयोग गर्ने, जस्तैः बालकको खेलमा एउटा ढुङ्गा बाघ हुनसक्छ, खानेकुरा हुनसक्छ , अथवा मोटर पनि हुनसक्छ ।
- आफूले देखेका, अनुभव गरेका वस्तुको वा चित्रको रूप झल्कने चित्र कोर्न सक्ने
- कुनै वस्तुको आकृतिका बारेमा मानसिक चित्र बनाउने ।
- यस अवस्थामा बालकको सामाजिकीकरण सुरु हुन्छ । भाषिक विकासले पनि यसलाई सघाउँछ । साथीसँग मिलेर विभिन्न किसिमका खेल खेल्ने गर्छन्, जुन सामाजिकीकरणका हिसाबले निकै महत्त्वपूर्ण हुन्छ ।

यस अवस्थामा (सात/आठ वर्ष नपुग्दासम्म) बालकले निम्नलिखित प्रकारका संज्ञानात्मक कठिनाइ महसुस गर्ने गर्दछन् :

- **Transformation :** बालकले कुनै वस्तु एक रूपबाट अर्को रूपमा परिवर्तन भएपछि पहिलेको रूप याद गर्न सक्दैनन् । जस्तै, काठबाट मेच बनाइसकेपछि त्यो मेचमा काठको गुण विद्यमान छ भन्ने याद गर्दैनन् ।
- **De-centration:** कुनै घटनाको विविध पक्षमा एकसाथ ध्यान केन्द्रित गर्न सक्दैनन् । जस्तै तलको उदाहरणमा लम्बाइ र सङ्ख्या मा एकसाथ ध्यान लगाउन नसक्नाले छ ओटा गुच्चा भएको लहरमा धेरै गुच्चा छन् भन्छन् ।
- **Reversibility :** यस उमेरमा उल्टो क्रियालाई राम्ररी ठम्याउन सक्दैनन्, जस्तै दुई लहरमा बराबर सङ्ख्यामा गुच्चा उत्तिकै फरकमा राख्दा बरबर छ भन्ने थाहा पाउँछन् । लगत्तै उनीहरूकै अगाडि एउटा लहरमा गुच्चा अलि टाढा पारेर लहरको लम्बाइ बढाउँदा जुन लहर लामो छ , त्यसैमा धेरै गुच्चा छ भन्छन् ।
- **Conservation :** सङ्ख्या, लम्बाइ पिण्ड (Mass) को संरक्षणकाबारेमा ज्ञान हुँदैन । जस्तै दुईओटा भिन्न नापका सिसीमा बराबर मात्रामा पानी नापेर खन्याउँदा जुन सिसीमा माथिसम्म पानी देखिन्छ, त्यसैमा धेरै पानी छ भन्छन् ।

२. **तार्किक अवस्था (Logical stage)**

Piaget ले यस अवस्थाअन्तर्गत दुई तहको व्याख्या गरेका छन् ।

- Concrete operational stage
- Formal operational stage

अ) मूर्त क्रियात्मक अवस्था (Concrete operational stage)

- करिब ७ वर्ष देखि ११ वर्षको उमेर
- तर्कशक्तिको विकास
- एकैपटक कुनै घटनाको एकभन्दा बढीपक्षमा ध्यान लगाउन सक्छन्
- Transformation, conservation, reversibility जस्ता समस्या समाधान गर्नसक्ने हुन्छन् ।
- कुनै अनुभव गरेको (देखेको, सुनेको) कुरालाई पनि तर्कको कसीमा राखेर हेर्न सक्छन् ।

मुख्य विशेषताहरू

- **Classification :** एउटा विशेषताका आधारमा वर्गीकरण गरिसकेपछि फेरि regroup गर्न सक्छन् । जस्तै केही model हरूलाई पहिला रङको आधारमा वर्गीकरण गरेपछि फेरि मिसाएर आकार (Shape) का आधारमा वर्गीकरण गर्न सक्छन् ।
- **Class - Inclusion :** सिङ्गो र त्यसका टुक्राका सम्बन्धमा ज्ञान जस्तै मेच फर्निचर हो तर त्योभन्दा पहिला काठ हो ।
- **Seriation :** वस्तुलाई निश्चित गुणको आधारमा क्रममा राख्न सक्छन् ।
- **Conservation :** सङ्ख्या, तौल, आयतन र लम्बाइको संरक्षणसम्बन्धी ज्ञान ।

Limitations of a concrete thinker

- ज्ञान र बुझाइको मुख्य आधार व्यक्तिगत अनुभव ।
- धारणाहरू सही रूपमा पहिचान गरे पनि त्यसलाई बयान गर्नमा कठिनाइ हुनसक्ने ।
- सम्भाव्य विकल्पहरूमध्ये केही सीमित विकल्पहरूका बारेमा मात्र विचार गर्न सकने ।
- कुनै समस्यालाई योजनाबद्ध ढङ्गले समाधान गर्ने सीप कम । (Lacks a systematic "plan of attack")
- नयाँ नयाँ प्रयोग गर्न आँट नगर्ने ।

- कुनै तथ्यमा आधारित भएर निष्कर्ष निकाल्ने भन्नेमा अस्पष्ट, अर्थात् सही निष्कर्ष निकाल्नमा कठिनाइ हुने ।
- Hypothesis निर्माण गर्नमा कठिनाइ हुने ।

यस अवस्थामा पुग्दा बालक अझ बढी सामाजिक व्यवहार देखाउन थाल्छ । यस क्रममा अरूका बारेमा सोच्ने, अरूको विचारलाई कदर गर्ने जस्ता गुणहरू विकास हुन्छन् ।

शैक्षिक दृष्टिले हेर्दा पनि यो अवस्था निकै महत्त्वपूर्ण देखिन्छ । यसै अवस्थामा बालबालिकाहरू :

- समय र गतिको सम्बन्ध र अर्थ बुझ्ने हुन्छन् ।
- कारण र असरको सम्बन्ध अर्थ्याउन सक्ने हुन्छन् ।
- दिइएका वस्तु र तथ्यलाई वर्गीकरण गर्न र क्रममा मिलाएर राख्न सक्ने हुन्छन्

तसर्थ शिक्षकले समस्या समाधानमा विद्यार्थीलाई अझ बढी सहभागी गराउने र समस्यामा विविधता ल्याउने प्रयास गर्नुपर्छ । यसप्रकार समस्यामा विविधता ल्याउनाले विद्यार्थीलाई नयाँ ढङ्गले सोच्ने अवसर प्राप्त हुन्छ ।
यही अवस्थाको अन्तातिर बालकमा सङ्क्रमणकालीन सङ्केतहरू देखापर्न थाल्छन् । जस्तै :

- समस्यासमाधानमा सुनियोजित प्रयास सुरु गर्छन् ।
- अझ जटिल सम्बन्ध पनि पहिचान गर्न सक्ने हुन्छन् ।
- अन्य विकल्पहरू पनि खोज्छन् ।
- निचोड/निष्कर्षमा विभिन्न तथ्यका प्रयोग गर्न थाल्छन् ।
- किन ? को उत्तर खोज्न थाल्छन् र प्रयोग गर्न इच्छुक हुन्छन् ।
- सामान्यीकरण गर्न थाल्छन् ।

आ) औपचारीक क्रियात्मक अवस्था (Formal operations)

- एघारदेखि पन्ध्र वा सो भन्दा माथिको उमेर ।
- पहिलेभन्दा जटिल तर्कशक्ति प्रयोग गरी समस्यासमाधान गर्न थाल्छन् ।
- वयस्क विचार शक्तिको सुरुआत ।
- सबै ब्यक्ति यो तहमा यही उमेरमा प्रवेश गर्छन् भन्ने छैनन । केहि अलि ढिलोमात्र यस प्रकारको औपचारिक सोचाइको लागि समर्थ हुन्छन् । कोही

जीवनभर औपचारिक सोचाइको तहसम्म पुग्न सक्दैनन् । उनीहरू concrete operations वा माथिल्लो तहको सङ्क्रमण अवस्थासम्म मात्र पुगेका हुनसक्छन् । "मनोवैज्ञानिकहरूका अनुसार आधा जसो अमेरिकी जनता जीवनभर बौद्धिक विकासको यो तहमा पुग्न असक्षम हुन्छन् ।

मुख्य विशेषताहरू

- **Probability :** निश्चित र सम्भाव्य घटना सम्बन्धी सम्बन्धहरू स्थापित गर्ने क्षमता
- **Correlation :** दिइएको घटनामा कारण र असर (Causes & relationship) छ वा छैन भने यकिन गर्ने ।
- **Combinations :** दिइएको समस्यासमाधान गर्ने क्रममा सम्भाव्य Combinations पत्ता लगाउन सक्ने क्षमता ।
- **Proportional reasoning:** दिइएको अनुपातहरूबाट समानुपातको अवस्था पत्तालगाउने क्षमता ।
- **Conservation :** अन्तिम अवस्था हेरी संरक्षणको निष्कर्ष निकाल्ने (जस्तै दुई थुप्रामा बराबर सुन्तला बाँकी रहेछन् सुरुमा बराबर राखेको कुन थुप्राबाट धेरै झिकियो ?)

यसप्रकार Formal thinker ले दिइएको तथ्य ताथ कारण र असर हेर्ने, hypothesis निमार्ण गर्ने र अनुभव विश्लेषण गर्नुका अतिरिक्त आफ्ना विचारहरूका बारेमा पुनर्विचार (Reflect) गरी समाधान खोज्न सक्छन् ।

नोट :

Piaget को सिद्धान्तलाई नेपालको सन्दर्भमा केही मात्रामा प्रयोग/परीक्षण गरिएको भए पनि पर्याप्त अधारहरू तयार गर्न बाँकी नै छ । तसर्थ यी तथ्य हाम्रो सन्दर्भमा हुबहु लागू नहुन पनि सक्छन् । त्यसैले शिक्षकका आफ्ना अनुभवलाई यी सिद्धान्तसँग तुलना गर्दै गणित शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापलाई अघि बढाउनु उचित हुन्छ ।

ख) गणित शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा पियाजेको सिद्धान्तको उपयोगिता
(Implications of Piaget's theory in mathematics teaching learning process)

गणित सिकाइमा पियाजेको सिद्धान्तका प्रमुख उपयोगिताहरू निम्नअनुसार छन् :

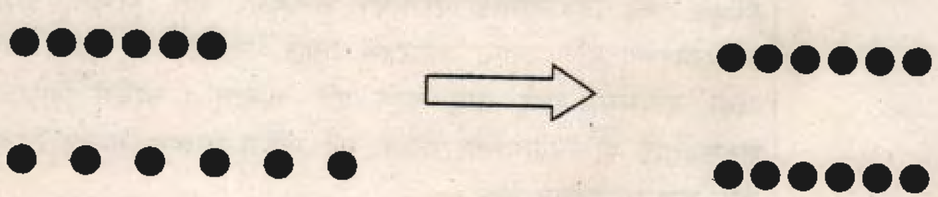
१. बालकको मानसिक विकासका अवस्थाअनुसार पाठ्क्रम तयार गर्नु पर्दछ । पाठ्यक्रममा विषयवस्तु छनोटका प्रमुख दुई आधार छन् । ती दुई आधारमा पहिलो कुनै पनि नयाँ धारणा सिक्नका लागि बालक मानसिकरूपले तयार हुनु पर्दछ । दोस्रो सिकेका नयाँ धारणाले बालकलाई आगामी सिकाइ वा अर्को अवस्थाको विकासका लागि सहयोग गर्नु पर्दछ । पियाजेले दिएका मानसिक विकासका अवस्थाहरू अध्ययन गरी बालकको मानसिक विकाससँगैसँगै समायोजित हुने गरी पाठ्यक्रम तर्जुमा गर्नुपर्ने भएकाले पाठ्यक्रम योजनाका लागि यसले आधार प्रदान गर्दछ ।

२. कुनै पनि नयाँ धारणा सिक्नका लागि बालकलाई आवश्यक पूर्वज्ञान दिइनु पर्दछ । बालकमा आवशयक पूर्वज्ञान भएन भने नयाँ धारणा सिक्न नसक्ने भएकाले उसको पूर्वज्ञान परीक्षण गरेर उपयुक्त ज्ञानको अभाव भएमा त्यही कुरा पहिले सिकाउनु पर्ने कुरा यस सिद्धान्तले स्पष्ट गरेका छ ।

३. शिक्षणसिकाइ क्रियाकलापलाई बालकको बौद्धिक स्तरअनुसार व्यवस्थित गरिनुपर्दछ । जस्तै : मूर्त क्रियात्मक अवस्थामा ठोस सामग्रीको प्रयोग गरेर गणितीय धारणा दिनु पर्दछ भने औपचारिक क्रियात्मक अवस्थाबाट ठोस सामग्री आवश्यक नहुन सक्तछ ।

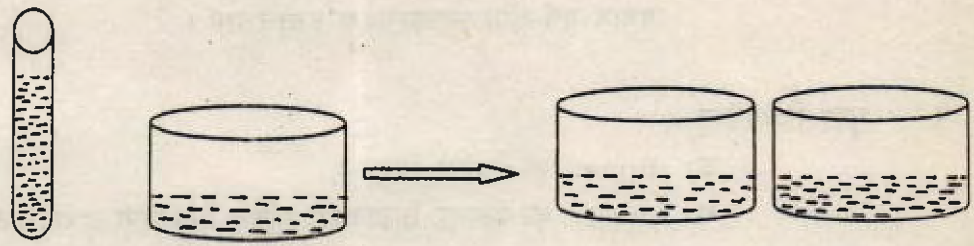
४. बालकले गरेका गल्तीहरूलाई उसको मानसिक अवस्थासँग दाँजेर हेर्नु पर्दछ । बालकले गरेको गल्तीलाई हाम्रो स्तरबाट नहेरी उनीहरूकै स्तरबाट हेरिनु पर्दछ । बालकले गर्ने यस्ता गल्तीहरू हटाउन पर्याप्त अभ्यासको अवसर प्रदान गर्नु पर्दछ ।

५. बालकले गर्ने गल्तीलाई स्पष्ट देखिने खालका अनुभवहरू दिएर हटाउनु पर्दछ । जस्तै पूर्व क्रियात्मक अवस्थाका बालकले गर्ने निम्नानुसारका गल्तीलाई निम्नअनुसार हटाउनु सकिन्छ ।



कुन समुहमा बढी गुच्चा छ ? भन्ने प्रश्नमा लम्बाइको आधारमा दोस्रो समूहमा बढी छ भन्ने गल्तीलाई एकएक मिलान वा दोस्रो समूहको अन्तिम गुच्चालाई पुनः पहिले कै ठाउँमा राखेर अब कुनमा बढी छ ? भन्ने प्रश्न गर्न सकिन्छ । त्यस्तै गरी आयतनको

लागि ती आयाम विचार नगरी उचाइका आधारमा मात्र आयतनको निर्धारण गर्ने निम्नअनुसारको गल्तीलाई एउटा भाँडोको पानी अर्कोमा वा अर्को एउटा भाँडोमा क्रमशः खन्याएर स्पष्ट पार्न सकिन्छ । यसैका आधारमा आयतनका आयामहरूबारे स्पष्टता हासिल गराउनु सकिन्छ ।



६. गणितीय क्रियाहरूमा समर्थ बनाउन विद्यार्थीलाई विपरित क्रियाहरू सँगसँगै गराउनु पर्दछ । जस्तै जोड र घटाऊ , गुणन र भाग, वर्ग र वर्गमूल इत्यादि ।

७. मूर्त क्रियात्मक अवस्थाका विद्यार्थीहरूमा समूह (Set) र उपसमूह (Subset) को धारणा त्यति राम्रोसँग बसेको हुँदैन । त्यसैले उनीहरूलाई विभिन्न किसिमका ठोस उदाहरण दिएर शिक्षण गरिनु पर्दछ ।

८. भौतिक क्रियालाई सिकाइको आधार बनाउनु पर्छ । सङ्ख्या र स्थान (Number and space) को धारणा स्पष्ट पार्न भौतिक सामग्री तथा क्रिया प्रयोग गरेर त्यसलाई क्रमशः मानसिक क्रियामा विकसित गरिनु पर्दछ । तर बालकका क्रियाकलापहरूलाई सधैंका लागि भौतिक क्रियाकै स्तरमा राखिनु हुन्न । भौतिक क्रियाहरू मानसिकक्रियाको जग बसाल्ने कामका लागि मात्र प्रयोग गर्नुपर्दछ ।

९. विद्यार्थीहरूलाई स्थानशास्त्रीय (Topological) धारणाहरूको विकास गराएपछि मात्र युक्लिड विधि (Euclidian idea/ Method) को धारणा दिनु उचित हुन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) तपाईंले गणित शिक्षण गर्ने क्रममा सँगाल्नुभएको अनुभव यो सिद्धान्तसँग कत्तिको मेल खान्छ ? कसरी ?

ख) हाम्रो विद्यालयको गणित सिकाइ प्रक्रियामा यो सिद्धान्त कहाँकहाँ कुन रूपमा प्रयोग गर्न सकिन्छ ? खोजी गर्नुहोस् ।

पाठ दुई : सिकाइका सिद्धान्तहरू - ब्रुनरको सिद्धान्त

१. उद्देश्यहरू : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) Bruner का सिकाइ सिद्धान्तहरू बयान गर्न,

ख) माध्यमिक विद्यालय तहको गणित शिक्षणमा ती सिद्धान्तको उपादेयता बयान गर्न तथा उदाहरणहरू प्रस्तुत गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

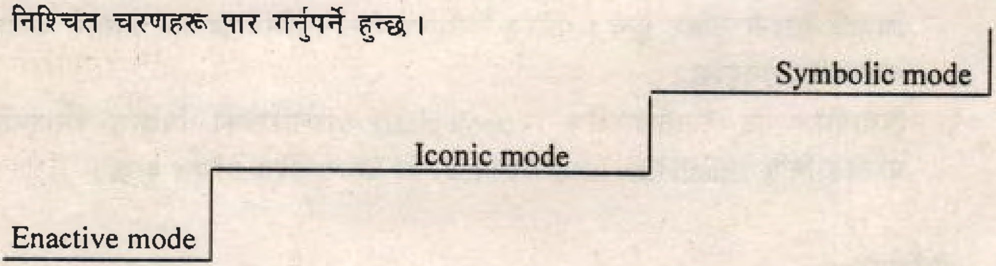
क) Bruner का सिकाइ सिद्धान्त,

ख) Bruner का सिकाइ सिद्धान्तको गणित सिकाइमा उपयोगिता ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

Jerome S. Bruner को शिक्षा मनोविज्ञानमा महत्त्वपूर्ण योगदान छ । विद्यार्थीले कसरी सिक्छन् र सो सिकाइलाई प्रोत्साहित गर्न केकस्ता शिक्षण क्रियाकलाप अपनाउने भन्ने बारेमा उनका सिद्धान्तको उपयोगितालाई सबैतिर स्वीकारिएको छ । खासगरी Discovery learning सम्बन्धी उनको सिद्धान्तले विशेष चर्चा पाएको छ ।

यो सिकाइ सिद्धान्तले Piaget ले जस्तो उमेरगत आधारमा विकासात्मक अवस्थाहरू प्रस्तुत गरेकोछैन । तर उनका अनुसार सिकाइ प्रक्रियमा वस्तुलाई represent गर्ने क्षमताका हिसाबले निश्चित चरणहरू पार गर्नुपर्ने हुन्छ ।



- Enactive mode मा यथार्थ वस्तुहरू छुने, चलाउने, र यसरी Physical world सँग प्रत्यक्ष अन्तर्क्रिया गर्ने, Concrete object सँग चल्ने ।
- Iconic mode मा चित्रको प्रयोग गरी भौतिक संसारलाई प्रतिनिधित्व गर्ने (यो semi-concrete representation हो । जस्तै : चित्र वा फोटो हेरी कुनै वस्तुलाई अर्थ्याउने ।

- Symbolic mode मा भाषा र सङ्केत (Symbol) प्रयोग गरी वस्तुहरू जनाउने र सङ्केतसँग चल्ने ।

यसरी उनका अनुसार वास्तविक वस्तुसँगको निर्भरता घटेर चित्र र सङ्केतसँग अन्तर्क्रिया गर्न सक्नु तथा time जस्ता अमूर्त धारणालाई Interchange गर्न सक्नुले सिकारूको बौद्धिक विकासको अवस्था दर्शाउँछ ।

Discovery learning

- An approach to instruction through which students interact with their environment - by exploring and manipulating objects, wrestling with questions and controversies, or performing experiments.
- "आहा" वा "युरेक्का" भनेर पत्ता लगाएर दङ्ग पर्ने सिकारु ।
- आफैंले खोजविन गरी पत्ता लगाएको कुरा हत्तपत्त बिर्सन्न ।
- यो सिद्धान्तले Problem-based learning मा जोड दिन्छ । उपयुक्त समस्याको छनोट गर्ने, अनि उपयुक्त वातावरण (सामग्री सहित) सिर्जना गर्ने ।
- विद्यार्थीहरूसँग आवश्यक पूर्वज्ञान हुनुपर्दछ । अनि विस्तारै बानी पार्नुपर्दछ - स्वतन्त्ररूपमा काम गर्न । नत्र आफैं काम गर्नुभन्दा शिक्षकबाटै solution आओस् भनेर मुख ताक्ने हुनसक्छ । त्यसैले सुरू सुरूमा steps हरू प्रष्ट पार्नुपर्दछ ।

" You can't teach people everything they need to know. The best you can do is position them where they can find what they need to know when they need to know it. "
- Seymour Papert

Theorems

Bruner ले शिक्षणका सन्दर्भमा निम्नानुसार चारओटा Theorems प्रस्तुत गरेका छन् :

a. The construction theorem

- कुनै विचार वा धारणा शिक्षण गर्दा त्यसलाई Internalize गर्न सक्ने गरी प्रस्तुत गर्नुपर्दछ ।
- त्यो वस्तु/घटना/प्रक्रिया बारे विद्यार्थीले आफैं कसरी बयान गर्दछ ? उपयुक्त उदाहरण दिन सक्यो भने त्यो धारणालाई आत्मसात गरेको ठहर्छ ।
- विद्यार्थीलाई Rule निर्माण गर्ने मौका दिने, अनि उनीहरूकै भाषामा express गर्ने मौका दिने ।

b. The notation theorem

- Notation ठिकसँग प्रयोग गर्न सकेमा त्यसले धारणा निर्माणमा निकै सहज तुल्याउँछ । त्यसैले शिक्षण/प्रशिक्षणमा scheme बनाउने, diagrammatic representation गर्ने कार्य धेरै हदसम्म प्रयोगमा ल्याइएको पाइन्छ ।
- Word problem लाई गणितीय भाषामा परिवर्तन गर्न, चित्रमा समस्यालाई व्यक्त गर्ने कार्यमा efficient भएमा समस्या समाधान गर्ने क्षमता बढ्छ । किनकि Notation ले गर्दा Learning construct गर्ने कार्यलाई cognitively सरल बनाइदिन्छ ।

c. The theorem of contrast and variation

- कतिपय गणितीय धारणाहरूलाई अर्कोसँग फरक देखाएपछि मात्र ठिकसँग बुझ्न सकिन्छ । जस्तै - जोर सङ्ख्या बुझ्न बिजोर भन्दा के फरक भनेर छुट्टयाउनुपर्दछ ।
- त्यस्तै a^2 लाई 2a सँग तुलना गरी फरक देखाएपछि यी दुवै धारणालाई ठिकसँग बुझ्न सहयोग पुग्छ ।
- एउटा अवस्थाबाट अर्को अवस्थामा क्रमशः रूपान्तरित भएको देखाउने, अनि धारणाहरूमा के फरक छ देखाउने । जस्तै - स्वर ब्यान्डले rectangle बनाउने, L र B को फरक घटाउँदै लगेर square बनाउने ।

d. The theorem of connectivity

- Formal system मा कुनैपनि धारणा वा क्रिया अर्को धारणासँग असम्बन्धित हुनसक्दैन । त्यसकारण आपसी सम्बन्धलाई प्रस्तुत गर्नाले सिकाइ बढी खँदिलो र अर्थपूर्ण हुनजान्छ । यथार्थमा सिकाइ भनेको नयाँ धारणा वा ज्ञानलाई त्यससम्बन्धी पूर्वअनुभव वा धारणा (Pre-concept) सँग मिलाई धारणाको निर्माण गर्ने प्रक्रिया पनि हो । त्यसैले सिकाइ प्रक्रियाले त्यो connection कार्यलाई सहज तुल्याएमा प्रभावकारी आउँछ ।

गणित शिक्षण सिकाइमा ब्रुनरको सिद्धान्तको उपयोगिता
(Implication of Bruner's theory in learning and teaching maths)

गणित शिक्षण सिकाइमा ब्रुनरको सिकाइ सिद्धान्तको प्रमुख उपयोगितालाई निम्नानुसार उल्लेख गर्न सकिन्छ :

१. सिकाइमा बालकको पूर्वअनुभवको विशेष महत्त्व रहन्छ । विचार गर्ने तरिकालाई ती अनुभवले कसरी प्रभावित गर्दछन् भन्ने कुराका आधारमा शिक्षण कार्यमा समायोजन गर्नुपर्दछ ।

२. नयाँ धारणा प्रस्तुत गर्दा ठोस वस्तुको प्रयोगबाट सुरू गरी क्रमश: अर्धमूर्त र अन्तमा अमूर्त सङ्केतको प्रयोग गर्नुपर्दछ । अनुभव, क्षमता, उत्सुकता र उमेरअनुसार शिक्षण प्रक्रियामा विविधता हुने भएपनि कुनै पनि नयाँ धारणाको शिक्षण गर्दा ठोस सामग्रीबाट सुरु गर्दा पूर्व धारणासँग connect गर्न र पूर्व धारणामा परिमार्जन गर्न सजिलो हुन जान्छ ।

३. बालकले सिकाइमा के कस्ता समस्या भोगेका छन् भन्ने चिन्न महत्त्वपूर्ण हुन्छ । त्यो समस्या चिनेपछि मात्र पूर्व धारणामा परिवर्तन वा परिमार्जनका उपायहरू खोज्न सजिलो हुन्छ । जस्तै : $3a^2 - a = 2a^2$ लेख्यो भने 'a^2' र 'a' को अर्थ खुल्ने गरी कागज काटेर देखाउन सकिन्छ ।

४. आ-आफ्ना फरकफरक पूर्वअनुभव हुने भएकाले सिकाइमा प्रशस्त मात्रामा व्यक्तिगत विभिन्नता देख्न सकिन्छ । त्यसकारण शिक्षण गर्दा यो विभिन्नतालाई ख्याल गर्दै व्यक्तिगत कार्य र समूह छलफल मार्फत पूर्व अनुभवमा परिमार्जन गर्ने मौका दिन सकिन्छ :

- व्यक्तिगत कार्य वा Project ले (यदि carefully design गरिएको छ भने) प्रयोग मार्फत आफ्ना धारणा परिमार्जन गर्ने मौका दिन्छ, Discover गर्ने मौका दिन्छ ।
- समूहकार्य गर्दा अर्को साथीको सोच्ने तरिकाबारे थाहापाउने मौका पाउँछ ।
- आफ्नो विचारसँग अरूलाई सहमत गराउनसके तर्क गर्नुपर्ने हुन्छ र यो प्रक्रियाले सिकाइलाई उन्नतस्तरसम्म पुऱ्याउँछ ।

५. ब्रुनरलाई भौतिक शास्त्रका एक प्राध्यापकले चिठी लेखे - " मैले एकपटक भने विद्यार्थीले बुझेनन्, दोस्रो पटक सम्झाउँदा पनि सबै अनुहार रित्तै पाएँ । अनि तेस्रोपटक मेहनत गरेर सम्झाएँ पछि बल्ल त्यो विषयवस्तुमा म छर्लङ्ग भएँ ।" अर्थात विषयवस्तुको गहिराइमा गएर बुझेपछि सिकाउन उपाय खोज्न सकिन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) Bruner का सिकाइ सिद्धान्तहरूको गणित शिक्षणमा के उपयोगिता छ ? शिक्षकले यो सिद्धान्तबाट आफ्नो शिक्षणमा कसरी सुधार गर्न सक्छ ?

पाठ तीन: सिकाइ सिद्धान्तहरू

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) अर्थपूर्ण शाब्दिक सिकाइ सिद्धान्तको व्याख्या गर्न र कक्षाकोठाको सिकाइ व्यवस्थापनमा प्रयोग गर्न

ख) भानहेलेको संज्ञान विकास तहहरू व्याख्या गर्न र यसलाई ज्यामिति लगायत अन्य विषयवस्तुको शिक्षण सिकाइ व्यवस्थापनमा प्रयोग गर्न,

ग) ग्याग्नेको सिकाइ सिद्धान्तको व्याख्या एवम् प्रयोग गर्न,

घ) ग्याग्नेको निर्माणमा बीसौं शताब्दीदेखि प्रयोगमा आएको social constructivism लाई गणितको शिक्षण एवम् सिकाइमा उपयोग गर्न,

ङ) सिकाइ सिद्धान्तकाअनुसार दैनिक कक्षायोजनाहरू, अभ्यास सामग्रीहरू आदि निर्माण गरी प्रयोग गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) अर्थपूर्ण शाब्दिक सिकाइ सिद्धान्त,

ख) भानहेलेको संज्ञान विकास तहहरू,

ग) ग्याग्नेको सिकाइ सिद्धान्त ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

परिचय

सिकाइ सिद्धान्तका कुरा गर्दा सिकाइ के हो ? कसरी हुन्छ ? भन्ने कुराहरू नै मुख्य अध्ययनको क्षेत्र हुन्छ । मानिसले कसरी सिक्छन् भन्ने बारेमा हालसम्म देखापरेका सिद्धान्तहरू व्यवहारवादी सिकाइ सिद्धान्त, संज्ञानात्मक सिकाइ सिद्धान्त, सामाजिक संज्ञानात्मक सिकाइ सिद्धान्त मुख्य वर्ग हुन् । व्यवहारवादी सिकाइ सिद्धान्तले सिकाइका लागि नियमित अभ्यास, सिकारुको सिकाइ तत्परता र आकर्षण र आवस्यक पूनर्वल महत्त्वपूर्ण तत्त्वहरू मान्दछ । व्याहारवादी सिकाइ सिद्धान्त खासगरीकन प्रणिहरूमा गरिने प्रयोगका आधारमा प्राणीहरूले कसरी सिके त्यसलाई मानवहरूको सिकाइमा प्रयोग गरिएको हो । जस्तै. प्याभलभले कुकुरमाथि गरेको शास्त्रीय उत्तेजना प्रतिक्रिया सिकाइलाई मानव सिकाइको व्याख्या गर्न प्रयोग गरिएको छ । यस सिकाइ सिद्धान्तअनुसार गणित सिकाइको प्रक्रियालाई व्याख्या गर्दा सिक्ने विषय र सिकारुले देखाउने ठिक प्रतिक्रियामा पुरस्कार वा प्रेरणा दिने र यो प्रक्रियाको क्रम र मात्रा बढाएमा सिकाइ राम्रोसँग हुन सक्छ भन्ने हो । मानव स्वभाव र प्रकृती अन्य

प्रणीहरूसँग नमिल्ने हुदा यो सिकाइ सिद्धान्तले मानवसिकाइमा उपयुक्त ब्याख्या गर्न सक्दैन भन्ने टिप्पणी यस उपर छ । अर्को सिकाइ सिद्धान्त भनेको संज्ञानात्मक सिकाइ हो । संज्ञान भन्नाले कुनै चिज या विषयवस्तुको बारेमा मानसिक क्रियाप्रतिक्रियाका आधारमा चिन्न सक्ने बन्नु, व्याख्या गर्न सक्ने बन्नु, आफ्नो मूल्याङ्कन प्रस्तुत गर्न सक्ने क्षमतालाई लिइन्छ । विद्यालयले सिकाउने कुरा भनेकै संज्ञानात्मक हुन्छ । यस खाले सिकाइ सिद्धान्तमा परिचत उदाहरण जिन पियाजेको संज्ञान विकास सिद्धान्त हो । विद्यालयका विद्यार्थीहरू माथि गरिएको सिकाइसम्बन्धी प्रयोगका आधारमा यस सिद्धान्तको विकास गरिएको हो । विज्ञान र गणितको सिकाइमा यस सिद्धान्तको प्रयोग विशेष रूपमा गरिएको पाइन्छ । यस सिकाइ सिद्धान्तले मानिसहरूमा कुनै विषयवस्तुलाई बुझ्ने क्षमताको आफ्नो एक खाले मानसिक संरचना हुन्छ र यो संरचना अनुसार विषयवस्तुको संरचना पनि मिल्न गएमा सिकाइ सजिलोसँग सम्भव हुन्छ भन्ने कुरा यस सिकाइ सिद्धान्तको मूल आधारभूत व्याख्या हो । सिकाइ विद्यार्थीहरूले आफैँ काम गरेर हुन्छ, शिक्षकले ब्यख्या तथा विश्लेषण गरेर मात्र हुन सक्दैन भन्ने यसको मूल आधार हो । यसर्थ पियाजेलाई निर्माणवादी सिकाइ सिद्धान्तका प्रवर्तकको रूपमा पनि लिइन्छ । अर्को सिकाइ सिद्धान्त सामाजिक संज्ञानात्मक सिकाइ सिद्धान्त हो । अहिले यस सिकाइलाई बढी जोड दिइएको पाईन्छ । यसअनुसार सिक्ने काम सामाजिक हो अर्थात् विद्यार्थीहरूले एक्लै होइन समूहमा काम गरेर सिक्न सक्छन् भन्ने हो । यसमा सहयोगात्मक सिकाइलाई बढी प्रथमिकता दिइन्छ । समस्या समाधानबाट गणितका विषयवस्तुहरू सिक्न सकिन्छ र सिकाइ कार्य विद्यार्थीहरूलाई समूह कार्यमा सङ्लग्न राख्न शिक्षकले एक सहयोगीको रूपमा सिकाइको व्यवस्थापन गराएर गराउनु पर्छ भन्ने हो ।

विभिन्न सिकाइ सिद्धान्तका प्रवर्तक र सक्रिय समर्थकहरूका विचार र व्याख्यलाई अध्ययन गर्ने हो भने कुनै एक सिकाइ सिद्धान्त एकदमै पूर्ण छ भन्ने भान पर्न जान्छ तर यथार्थता यस्तो होइन । सबै उमेर, तह, संस्कृतिबाट आएका विद्यार्थीहरूलाई एकै तरिकाले सिकाउन सकिन्छ भन्ने कुरामा प्रयोगकर्ता र अनुसन्धानकर्ताहरू छैनन् । अनि सबै खाले विषयवस्तुका लगि एउटै सिकाइ सिद्धान्तले व्याख्या गर्न खोज्नु पनि न्यायसँगत छैन । यसर्थ शिक्षक कुनै सिद्धान्तकारको रूपमा त्यसको वकालत गरेर वस्ने व्यक्ति भन्दा पनि प्रयोगकर्ता भएकाले हरेक विकसित भएका सिकाइ सिद्धान्तहरूलाई तिनका सबल र दुर्बल पक्षहरूको एकिन विश्लेषणका साथ प्रयोग गर्नुपर्छ । एउटा सफल शिक्षकले सबैखाले सिकाइ सिद्धान्तहरूलाई राम्ररी अध्ययन गर्न पर्ने हुन्छ । केही महत्त्वपूर्ण सिकाइ सिद्धान्तहरूको छोटो चर्चा यहाँ गरिएको छ ।

अर्थपूर्ण शाब्दिक सिकाइ (Meaningful verbal learning)

ड्याभिड पि असुवेल संज्ञानात्मक सिकाइ सिद्धान्तका पक्षधर हुन् । असुवेल (Ausubel), इलिनइ विश्वविद्यालयको संज्ञान सिकाइ सिद्धान्तसम्बन्धी अध्ययनमा समावेश भएका एक अमेरिकी सिकाइ सिद्धान्तकार हुन् । उनी खोज विधिबाट मात्र गणितीय ज्ञान सिक्न सकिन्छ भन्ने कुरामा विश्वास नगर्ने र अर्थपूर्ण शाब्दिक सिकाइमा जोड दिने व्यक्ति हुन् । गणित सिकाइमा खोज विधि र समस्या समाधान विधिलाई अत्यधिक महत्त्व दिइएको समयमा यस उपर आलोचनात्मक टिप्पणी सहित व्याख्यान वा शाब्दिक सञ्चार विधिको प्रबलताका बारेमा व्याख्या गर्ने व्यक्ति असुवेल हुन् । सिकाइको अर्थपूर्णता सिकाइको अवस्थाले निर्धारण गर्ने कुरा हो, कुनै विधि विशेषको प्रयोग आफैँ अर्थपूर्ण हुने वा नहुने भन्ने होइन भन्ने मान्यता नै उनको सिकाइ सिद्धान्तको मूल सार हो । सबै प्रयोगशालामा सिकाइने वा समस्यासमाधानका आधारमा सिकाइने गणितिय विषयवस्तु अर्थपूर्ण हुने र ब्याख्यान विधि चाहिँ कहिल्यै पनि अर्थपूर्ण हुँदैन भन्ने कुरालाई निरपेक्ष रूपमा मान्न सकिँदैन भन्ने उनको मान्यता हो । यी दुवैखाले विधिहरू अर्थपूर्ण हुन्छन, यी दुवै अर्थपूर्ण हुदैनन् । सिकाइ अर्थपूर्ण नहुनुमा विधिहरूको दूष्प्रयोग महत्त्वपूर्ण छ भन्ने उनको ठम्याई छ । उनका अनुसार :

- संज्ञान विकासका हैसियतले अपरिपक्क भएका विद्यार्थीहरूलाई अपरिपक्व तरिकाको व्याख्यानको प्रयोग,
- अबयवस्थित, असङ्गठित तथ्य तथा सिद्धान्त लगायतका सिकाइ विषयवस्तुहरूको कक्षामा गरिने व्याख्या,
- नयाँ सिकाइका विषयवस्तुहरूलाई विद्यार्थीहरूले पहिले सिकेका सिकाइसँग अन्तरसम्बन्ध नगरी गरिने शिक्षण, र
- टुक्रे तथ्यहरूको सम्भनाको आधारमा गरिने मूल्याङ्कन प्रविधि नै व्याख्यान विधिलाई प्रयोग गर्दा अर्थपूर्ण नहुनुका कारणहरू हुन् । यी सिकाइका परिवेशहरू शाब्दिक व्याख्यान विधिलाई अर्थपूर्ण नबनाउने अवस्थाहरू हुन् ।

उनको अनुसार 'अर्थपूर्ण शाब्दिक सिकाइका' दुई मुख्य पक्षहरू छन् :

- **Cognitive variable structure** - विद्यार्थीहरूमा निहीत संज्ञान र स्वरूपको पहिचान र त्यसको सञ्चालन : आधारभूत ज्ञान र सिक्ने अभिलाषा
- **Meaningful learning set** - विद्यार्थीहरूमा हुने अर्थपूर्ण सिकाइ सम्बन्धी ज्ञान र संवेज्ञानात्मक तहको परिचालन

विद्यार्थीहरूले अर्थपूर्ण सिक्ने वा नसिक्ने कुरा शिक्षकको व्याख्या र प्रस्तुतिमा मात्र सीमित हुने कुरा नभई नयाँ विषयवस्तु सिक्न विद्यार्थीमा निहित संज्ञान तहको स्तर र सिकाइप्रतिको

सकारात्मक भाव महत्त्वपूर्ण हुन्छ । यो अवस्था भएमा शिक्षकले विषयवस्तुहरूलाई क्रमिकरूपमा प्रस्तुत गरेमा सिकाइ अर्थपूर्ण हुन्छ भन्ने हो । अर्थपूर्ण सिकाइ घोक्ने वा कण्ठ गरी गरिने सिकाइ भन्दा फरक हो ।

एउटा भान्सेलाई तयार पारिएको cook book रूपको पढाइ भएमा अर्थपूर्ण सिकाइ हुँदैन । त्यस्तै अपरिपक्व अवस्थाका विद्यार्थीहरूलाई क्रमबद्धरूपमा विषयवस्तुको सङ्गठन गरी प्रस्तुत गरेमा पनि अर्थपूर्ण बन्न सक्दैन ।

असुवेलका अनुसार ११/१२ वर्षसम्मका केटाकेटीहरूलाई अनुभव गरेर सिक्ने र शब्दहरूको प्रयोग कम हुने विषयवस्तुहरू भएमा मात्र केटाकेटीहरूको संज्ञानको तहमा मिल्न सक्ने हुन्छ । यस उमेरभन्दा माथि शब्दहरूबाट/व्याख्याबाट सिक्ने सिकाइ महत्त्वपूर्ण र अर्थपूर्ण हुन्छ । सधैंभरी विद्यार्थीहरूलाई खोजविधिबाट सिकाउने कुरा अबयवहारिक हुन्छ । पहिले पत्ता लागिसकेका कतिपय विषयवस्तुहरूलाई प्रशस्त समय खर्च गरेर खोज विधिबाट सिकाउन खोज्दा कहिलेकाहीं अनावश्यक रूपमा समय खर्च हुन जान्छ । अर्को कुरा आवश्यक आधारभूत ज्ञान वा धारणाहरूको ज्ञान विना कुनै पनि खोजपूर्ण वा समस्या समाधान सिकाइ पुनः कण्ठ गर्ने सिकाइकै रूपमा रूपान्तर हुन पुग्छ । हाम्रा विद्यालयका कतिपय विद्यार्थीहरूले समस्याको प्रकारको आधारमा समाधान गर्ने गरेका उदाहरणहरू प्रशस्त छन् । यसरी समस्यासमाधान सीप हासिल गरेका विद्यार्थीहरूले अलिकति पनि नयाँ किसिमको परिस्थितिमा आएका समस्यालाई समाधान गर्न नसकेका आस्थाहरू प्रशस्तै छन् र विद्यार्थीहरूको असफलता हाम्रो परिवेशमा यसैको परिणाम हुन सक्छन् । जुनसुकै विधिलाई अर्थपूर्ण वनाउन आवश्यक चिज विद्यार्थीहरूको उपयुक्त संज्ञान विकास अवस्था र विद्यार्थीहरूमा हुने सिकाइ प्रतिको सकारात्मक एवम् उत्प्रेरित भाव हुन् । यी दुई चिजहरूको अभावमा सिकाइ अर्थपूर्ण हुँदैन ।

अर्थपूर्ण सिकाइ सम्बन्धमा असुवेलको भनाइ-

"If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this : the most important single factor influencing learning is what the learner already knows. Accertain this and teach him accordingly."

Van Hiele's theory of learning

डाइना भान हेले र पेरे भान हेले दुईजना नेदरल्याण्डका सिकाइ सिद्धान्तकार हुन् । उनीहरूले माध्यमिक विद्यालयमा शिक्षण गर्ने क्रममा नै गणित शिक्षामा यस खाले सिद्धान्त निकालेका हुन् । उनीहरूले यो सिद्धान्त ज्यामिति सिकाइसँग सम्बन्धित गरी विकास गरेका थिए । यस

सिद्धान्तअनुसार ज्यामितीय धारणाहरू/सिद्धान्तहरूको सिकाइको तहगत व्याख्या गरिएको छ। ज्यामिति सिक्न यी तहहरू क्रमशः विकास हुँदै जानुपर्दछ। एकतहलाई छोडेर माथिल्लो तहको विषयवस्तुलाई सिकाउन सकिदैंन भन्ने मान्यता नै यस सिद्धान्तको मूल विश्लेषण हो। यदि विद्यार्थीहरूलाई उपयुक्त किसिमको सिकाइ अनुभवहरू उपलब्ध गराउन सकिएमा उनीहरू यी तल दिइएका ५ ओटा तहहरू क्रमशः पार गर्दै सिकाइ कार्य पूरा गर्छन् भन्ने कुरा भान हेलेको सिद्धान्तको सिकाइ सम्बन्धि ब्याख्या हो। उनका अनुसार ज्यामितीय धारणाहरू/सिद्धान्तहरूको सिकाइलाई ५ ओटा तहमा विभाजन गरिएको छ :

1. **Level 0: Recognition (ज्यामितीय आकार चिन्ने तह)** : ज्यामितीय आकारको पहिचान, नाम भन्नु। यस तहमा ज्यामितीय आकारहरूलाई सिकारुले सिङ्गो रूपमा हेर्ने, आकार चिन्ने, नाम भन्ने कुराहरू पर्छन्। साथै ज्यामितिय आकार र आकृतिहरूको नापजाँच गर्ने, अवलोकन गर्ने लगायतका कार्यहरू यस तहमा अपनाउने क्रियाकलापहरू हुन्। उदाहरणको लागि विद्यार्थीहरूले आयतको आकार चिन्ने, तिनका कोणहरूलाई नाप्ने र नापहरू थाहा पाउने सम्मका कार्यहरू यस तहमा पर्छन्।

2. **Level 1: Analysis (विश्लेषण तह)** : ज्यामितीय आकारका अङ्गहरू, अङ्गहरूबीचको सम्बन्ध बुझ्नु। यस तहमा परिभाषा बनाउने, एउटा आकारका अङ्गहरूबीचको गुणहरूलाई सम्बन्धका रूपमा व्याख्या गर्न सक्ने क्रियाकलापहरू पर्छन्। उदाहरणको लागि माथि तह ० मा विद्यार्थीहरूले आयतका ४ ओटा कोणहरूको नाप निकालेर थाहा पाइसके अब यस तहमा आयतका विपरित कोणहरू बराबर हुन्छन् भन्ने कुरा पत्ता लगाउन पर्छ। ती कोणहरू पत्ता लगाएर चिह्न लगाइदिने वा रङ् लगाएर देखाउने कार्यहरू यसमा पर्छन्। यस तहमा सिक्ने सिकाइको लागि अघिल्लो तहको ज्ञान राम्ररी नभइकन सम्भव हुँदैन।

3. **Level 2: Logical (तार्किक तह)** : ज्यामितीय आकृतिको गुणहरूबीच सम्बन्ध स्थापना गर्ने, एक चित्र र अर्को चित्र (आकृति) बीचका गुणहरूको सम्बन्ध स्थापित गर्ने। जस्तै सबै वर्ग आयात हुन् तर सबै आयात वर्ग होइनन्। उदाहरणका लागि माथि तह १ मा विद्यार्थीहरूले आयतका कोणहरूको अन्तरसम्बन्धबारे थाहा पाइसके अब उनीहरूले किन यी कोणहरू बराबर हुन्छन् त्यसबारे अनौपचारिक रूपमा तर्कहरू गर्ने गराउन पर्छ। यस्ता तर्क प्रस्तुत गराउँदा विद्यार्थीहरूले पहिले सिकेका अनुभवहरूलाई सम्बन्धित गरि तर्किक विश्लेषण गर्न लगाउनु पर्छ।

4. **Level 3: Deduction (निगमन तह) : स्वयंसिद्ध तथ्य तथा स्वीकृतिलाई प्रयोग गरी ज्यामितीय सिद्धान्तको प्रमाणित गर्न सक्ने । सिद्धान्तहरूको प्रमाणित गर्ने, व्याख्या गर्ने जस्ता सिपहरू यस तहमा पर्छन् । यस तहमा आयतका विपरित भित्री कोणहरू बराबर हुन्छन् भन्ने कुराको सैद्धान्तिक प्रमाण गर्ने कार्य यसमा पर्छ । यस किसिमको प्रमाणको लागि विद्यार्थीहरूले पहिले जानेका परिभाषा, स्वयंसिद्ध तथ्यहरू, स्वीकृतीहरूलाई तार्किक रूपमा संयोजन गर्न सक्नुपर्छ ।**

5. **Level 4: Rigor (अतिनिगमन तह)** : एक गणितीय पद्धति र अर्कोबीचमा सम्बन्ध स्थापना गर्न सक्ने ज्ञान र सिकाइका तह यसमा पर्छन् ।

यी माथिका तहहरूको विश्लेषण र एकअर्का बीचको फरक विद्यार्थीहरूमा आउने विचारको वस्तुका आधारमा भएको पाइन्छ । जस्तै पहिलो तहमा विचार निर्माणको वस्तु ज्यामितीय वस्तुहरू आफैं हुन्छन्, दोस्रो तहमा विचारको वस्तु ज्यामितीय चित्रहरूका कुनै एक समूह हुन्छन् । यस तहका लागि विचारका वस्तु पहिलो तहबाट निर्माण भएको हुन्छ । यसरी हेर्दा हरेक अघिल्लो तहको सिकाइ पछिल्लो तहको लागि विचारको वस्तु (Object of thought) बन्न सक्छ ।

निर्माणवादी सिकाइ सिद्धान्त (Constructive learning theory)

बीसौं शताब्दीमा बहुचर्चित सिकाइ तथा ज्ञान निर्माण र संरचना सिद्धान्त निर्माणवादी सिकाइ सिद्धान्त हो । यस सिकाइ सिद्धान्त सामाजिक मनोविज्ञानको संज्ञान विकाससँग सम्बन्धित छ । निर्माणवादी सिकाइ सिद्धान्तको मुख्य अर्थ सिकाइहरू आफैंले व्यक्तिगत वा सामाजिक अन्तरक्रिया र सहमतिबाट हरेक धारणा वा सिद्धान्तको अर्थ निर्माण सिकाइ हो । अर्थको निर्माण गर्नु नै सिकाइ हुनु हो । जोन डिवे, जिन पियासे, भिगात्सकी लगायतका विद्वानहरू यस सिद्धान्तका प्रर्वतक हुन् । यस सिकाइ सिद्धान्तको मुख्य दुइओटा मान्यताहरू छन् :

१. सिकाइका लागि सिकारूलाई नै पहिलो प्राथमिकता दिने, सिक्ने विषयवस्तुलाई होइन । सिक्ने विषयवस्तु सिकारू आफैंले निर्माण गर्ने भन्ने मान्यता सिकाइ प्रक्रियाको केन्द्र विन्दु हो । तर सिकारु आफैंले केही त्यत्तिकै सिक्न सक्दैनन् । सिक्नका लागि क्रियाकलापहरू र उपयुक्त सिक्ने वातावरण हुनुपर्छ । सिकाइ नितान्त व्यक्तिगत मानसिक प्रक्रिया हो र यो विना व्यवस्थित सिकाइको वातावरणमा हुनसक्दैन । सिकाइका लागि विद्यार्थीहरूलाई विभिन्न मानसिक तथा भौतिक क्रियाकलापहरूमा समावेश गराईराख्नुपर्छ । यिनै क्रियाकलापहरूमा सरिक हुँदै विद्यार्थीहरूले आफैं ज्ञानको

निर्माण गर्छन र यही नै सबैभन्दा ठूलो सिकाइ हो । यस किसिमको क्रियाकलापहरूलाई प्रतिक्षेपक क्रियाकलाप (Reflective activity) भनिन्छ ।

२. सिकारूको अनुभव भन्दा अलग्गै कुनै ज्ञानको अस्तित्व हुन सक्दैन । प्लेटोको दर्शनअनुसार सिकाइ भन्नाले परिस्कृत वा बनिबनाउ ज्ञान वा विचारलाई सम्झनु, वा चिजको सत्य स्वरूपलाई जान्नु/बुझ्नु हो । तर निर्माणवादी दर्शनमा सिक्नु भन्नाले व्यक्तिले आफ्नो अनुभवका आधारमा निर्माण गर्ने अर्थ हो । यसरी अर्थ बनाउने कार्य कुनै क्रम्रम वा विशेष स्वरूपमा हुँदैन केवल व्यक्तिले बनाउने अर्थ हो यो जुनकुनै क्रममा पनि हुन सक्छ ।

यसरी निर्माणवादी दर्शनका आधारमा हेर्दा प्रचलित ज्ञानको स्वरूप र सिक्ने तरिका र निर्माणवादी दर्शनका आधारमा लिइने ज्ञानको स्वरूप र सिक्ने तरिकाबीचमा उलटपुलटको फरक पाइन्छ । निर्माणवादी सिकाइ सिद्धान्तले सिकाइका लागि विद्यार्थीहरूले मानसिक तथ्यहरू/विवरणहरूसँग अन्तरक्रिया गर्न र त्यसका आधारमा अर्थनिर्माण गर्न पाउनुपर्छ । शिक्षकको शिक्षणकला उनले स्वीकारेको ज्ञानको स्वरूप र ज्ञान आर्जन गर्ने तरिकामा भरपर्छ । यसर्थ आफूलाई परिवर्तन गर्नका लागि यस सिकाइ सिद्धान्तको बुझाई र यसलाई विषयवस्तुको सिकाइ योजना निर्माण गर्दा प्रयोगमा ल्याउनु पर्छ ।

निर्माणवादीहरूका अनुसार सिकाइ सिद्धान्त निम्नानुसार छन् :

१. सिकाइ एउटा सक्रिय प्रक्रिया हो यसमा विद्यार्थीहरू ग्याग्नेन्द्रियजन्य अनुभवहरूलाई प्रयोग गरेर अर्थ निर्माण हुन्छ । सिकारुहरू निस्क्रिय रहेर सिकाइ हुँदैन, पूर्वसंचित ज्ञानको निस्क्रिय स्थानान्तरणबाट सिकाइ हुन सक्दैन ।
२. मानिसहरूले सिक्दै जाँदा सिकाइ नै सिक्नको लागि हुनुपर्छ ।
३. सिक्ने कार्यको मूल सुरुआत मानसिक हुन्छ, र हरेक चिजको अर्थ वनाउने कुरा मानसिक हो ।
४. सिकाइका लागि भाषा महत्त्वपूर्ण हुन्छ । हामीहरूले प्रयोग गर्ने भाषाको किसिम सिकाइको आधार हुन्छ ।
५. सिकाइ एक सामाजिक प्रक्रिया हो । मानिसहरूबीचको अन्तरक्रियाबाट मात्र सिकाइ हुनसक्छ । एउटा विद्यार्थीले आफ्ना शिक्षक, साथीहरू, अरु कुनै आकस्मिक रूपमा भेटेका मानिसहरू आदिसँगको अन्तरक्रियाका आधारमा कुनै एक चिज उपर आफ्नो विचार या अर्थ निर्माण गर्छ त्यो नै सिकाइ हो । सिकाइका लागि व्यक्तीलाई विषयवस्तुसँग मात्र

सम्वन्ध कायम गराउने विचमा आउने अन्य अन्तरक्रियालाई सिक्ने व्यक्तिसँगबाट टाढा राख्ने पुरानो सिकाइ पद्धति हो ।

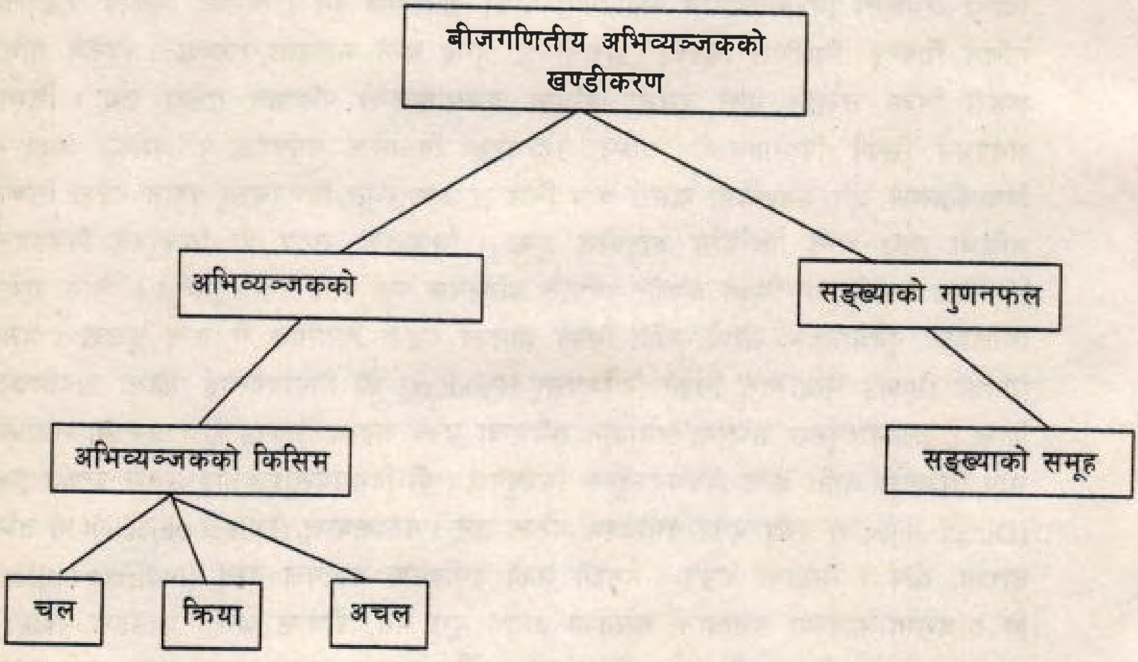
६. सिकाइ सन्दर्भमा हुन्छ । अर्थात् सिक्ने कार्य एक्लो संसारमा एक्लै हुन सक्दैन । कुनै पनि सिकाइ पहिलेका अनुभवहरू, सिकाइहरू आदिका आधारमा हुन्छ । सिकिसकेका चिजहरूलाई नयाँ सिक्न पर्ने चिजसँग सम्बन्ध गरीकन मात्र नयाँ सिकाइ हुन सक्छ ।
७. सिकाइका लागि समय चाहिन्छ, एकै चुड्कीमा सिक्न सकिँदैन ।
८. सिक्नका लागि पनि ज्ञान चाहिन्छ ।
९. ध्यानाकर्षण सिकाइका लागि विषेश महत्त्वको चिज हो ।

अत: निर्माणवादी सिद्धान्तका दृष्टिले हेर्दा सिकाइका लागि कक्षा सङ्गठन समूह पद्धतिमा आधारित हुन्छ र विशेषगरी सहयोगात्मक सिकाइ प्रक्रियामा जोड दिइन्छ । शिक्षकको भूमिका सिकाइ व्यवस्थापक र सहयोगीको रूपमा हुन्छ ।

ग्याग्ने (Gagne) को सिकाइ सिद्धान्त

ग्याग्ने अमेरिकी विश्वविद्यालय क्यालिफोर्नियाका प्राध्यापक हुन् । यिनको सिकाइ सिद्धान्तले गणित सिकाइ 'निर्देशित सिकाइ' प्रक्रियाबाट हुन्छ भन्ने मान्यता राख्दछ । यिनले गणित कसरी सिक्न सक्छन् भन्ने बारेमा विभिन्न अवस्थाहरूको पहिचान गरेका छन् । सिकाइ सर्वप्रथम सिक्ने विषयहरूको शिक्षण उद्देश्यहरू निर्धारित गर्नुपर्दछ र यसैका आधारमा विद्यार्थीहरूले कुन अवस्थामा कसरी क्रम मिलाएर आधारभूत विषयवस्तु प्रदान गरेमा सिकाइ सजिलो हुन्छ भन्ने निर्णयमा आधारित हुन्छ । सिकाइको लक्ष्य वा सिक्नुपर्ने विषयवस्तु निर्धारित भएपछि सो सिक्न केकति पूर्वज्ञान आवश्यक पर्छ पत्ता लगाउनुपर्दछ । यसरी प्रत्येक सिकाइको पूर्वज्ञानहरू खोज्दै जाँदा सिक्ने ज्ञानको एउटा पिरामिड नै बन्न पुग्दछ । यसर्थ यिनको सिकाइ सिद्धान्तले सिक्ने विषयवस्तु (Product) को निर्धारणलाई पहिलो प्राथमिकता दिन्छ । उनकाअनुसार समस्या समाधान सबैभन्दा उच्च तहको सिकाइ हो । समस्या समाधान सीप सिक्नका लागि अन्य विषयवस्तुहरू सिक्नुपर्छ । यी विषयवस्तुहरूलाई उनले प्रत्यक्ष वस्तु (Direct objects) वस्तु भनेर वर्गीकरण गरेका छन् । प्रत्यक्षवस्तु (Direct objects) मा तथ्य, धारणा, सीप र सिद्धान्त पर्छन् । उनको अर्को वर्गीकरण अप्रत्यक्ष वस्तु (Indirect objects) हो र यसमा समस्या समाधान, साध्यको प्रमाण पूरा गर्ने, प्रोजेक्ट जस्ता कार्यहरू पर्दछन् । उनका अनुसार सिकाइको स्थानान्तरण दुई उस्तै अवस्था भएमा मात्र हुन्छ भन्ने पुरानो मान्यता राख्दछन् । यसर्थ उस्तै किसिमका धेरै प्रश्नहरूको अभ्यास गर्ने कार्यलाई सिकाइमा प्रमुख स्थान दिन्छन् । समग्रमा उनले सिकाइका लागि ४ ओटा अवस्थाहरू आवश्यक हुन्छ भन्छन् : सिकाइका लागि आवश्यक पूर्वज्ञान तथा सीपहरू, सिकाइका अवस्थाहरू, सिकाइको

स्थायीकरण, र सिकाइको तरिका । ग्याग्नेले मेरील्याण्ड प्रोजेक्टसँग आबद्ध भएर गणितको सिकाइबारेमा अध्ययन गरेका थिए । उनको यस अध्ययनले कुनै एक सिकारुले नयाँ विषयवस्तु सिक्नका लागि आवस्यक पर्ने सहायक ज्ञानहरू आर्जन गर्न नसक्दासम्म सो नयाँ विषयवस्तु सिक्न पूर्णरूपले असमर्थ हुन्छ भन्ने निष्कर्ष छ । साथै दोहोऱ्याएर गर्ने अभ्यास, र शिक्षकले गर्ने निर्देशनले एकलाएक्लै सिकारुको सिकाइमा सकारात्मक प्रभाव पार्न नसकेको तर यसलाई संयुक्तरूपमा गर्दा सकारात्मक प्रभाव पारेको कुरा अध्ययनले प्रमाणित गरेको छ । उनले यी दुई चिजलाई सिकाइका चलहरू भनेका छन् । त्यस्तै अर्को महत्त्वपूर्ण चल विषयवस्तु हो । यसको क्रमबद्ध सङ्गठनले सिकाइमा सकारात्मक प्रभाव पारेको पाईन्छ । अर्को महत्त्वपूर्ण तत्त्व सिकारुमा हुनु पर्ने तत्परता हो । सिकाइ तत्परता नभएमा सिकाइ असम्भव देखियो । सिकाइ तत्परता सिकारुमा हुने सहायक ज्ञानको स्तरसँग सम्बन्धित छ । तसर्थ सिकारुहरूमा सहायक ज्ञानको तह वृद्धि गर्नु शिक्षण कार्यक्रम तर्जुमा गर्दा ध्यान पुऱ्याउन पर्ने अर्को महत्त्वपूर्ण पक्ष हो । यदी अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न सिकाउन छ भने यसका लागि सहायक ज्ञानका तहको क्रम यसप्रकार हुन सक्छ ।



उनका अनुसार शिक्षण योजना गर्दा निम्न ९ ओटा तथ्यहरूलाई क्रममा लिनुपर्दछ ।

ग्याग्नेका शिक्षणका लागि ९ ओटा तथ्यहरू (Gagne's nine events of instruction)

१. ध्यानाकर्षण (Gain attention)

२. विद्यार्थीहरूलाई उद्देश्यको जानकारी (Inform learner of objectives)

३. पूर्वज्ञानको स्मरण (Recall proir knowledge)

४. सामग्रीको प्रस्तुति (Present material)

५. निर्देशित सिकाइ प्रदान (Provide guided learning)

६. सिकेका उपलब्धिलाई व्यक्त गर्न लगाउने (Elicit performance)

७. पुनर्बल प्रदान (Provide feedback)

८. उपलब्धि जाँच (Acess performance)

९. सिकाइको स्थायीकरण र स्थानान्तरण (Enhance retention and trasfer of learning)

४. प्रतिबिम्बन :

क) यस पाठ अन्तरगत प्रस्तुत गरिएका सबै सिकाइ सिद्धान्तहरूको गणित शिक्षणमा केकति उपयोगी छ, समीक्षा गर्नुहोस् ।

एकाइ : तीन

धारणा निर्माण, सम्बन्धको खोज र हिसाव गर्ने सीप

Competency 3	: Lead students to construct concept, discover relationships and develop knowledge and algorithm skills
Total hours	: 15
Total session	: 10

पाठ एक : अवधारणा निर्माण र अवधारणाहरूबीचको सम्बन्ध खोजी

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) अवधारणा (Concept), उप-अवधारणा (Sub-concept) र विशिष्ट अवधारणा (Specific concept) को व्याख्या गर्न ।

ख) गुणहरूको आधारमा अवधारणाको परिभाषा दिन,

ग) अवधारणाको उदाहरण र अनुधारण (Non-example) दिन आगनात्मक विवेचना (Reasoning) प्रयोग गर्न ।

घ) अवधारणा बनाउने उद्देश्य पूरा गर्न चारतहहरूको प्रयोग गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) अवधारणा निर्माण

ख) अवधारणाबीचको सम्बन्ध

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

गणित सिक्ने र सिकाउने क्रममा आधारभूत वस्तु र प्रकृया भनेको अवधारणाको निर्माण (Construction of concept) र धारणाहरूबीचको सम्बन्धको खोजी (Discover a relationship) नै हुन् । अवधारणा राम्ररी बसेको छ, अर्थपूर्ण छ भने विद्यार्थीहरूको गणित सिक्ने कार्य सजिलो हुनुका साथै छिटो पनि हुन्छ र अवधारणाहरूबीचको सम्बन्ध पनि सजिलै देख्न सक्छन् । गणित शिक्षामा सुधारका प्रयासहरूको इतिहासलाई हेर्ने हो भने अध्ययन अनुसन्धानबाट प्राप्त शिक्षा सिकाइ पद्धतिलाई नै कक्षाकोठासम्म ल्याउन खोजिएको पाइन्छ ।

यसर्थ गणित राम्ररी सिक्ने बनाउन शिक्षकहरूले धारणा निर्माण कसरी गर्ने सो बारे ज्ञान हासिल गर्नुपर्छ । प्राथमिकताहरू बराबरी बाड्न एउटाको भागमा कति पर्छ ? भन्ने प्रश्नमा समाधान गर्न "भाग क्रिया" को अवधारणा राम्रोसँग विकास नभएकै हो । त्यस्तै माध्यमिक विद्यालयमा पढ्ने रमेशले "सतहको क्षेत्रफल" निकाल्ने सूत्र निकाल्ने कार्य गर्न सक्छन् । गणित शिक्षणमा धारणाको निर्माण शिक्षण निकै जटिल कार्य हो ।

अवधारणा निर्माण शिक्षणका लागि अवधारणा के हो छुट्याउन सक्नु पर्ने हुन्छ । अब यसबारे यहाँ चर्चा गरिएको छ ।

"यो हाम्रो संसार विशिष्ट वस्तुहरू (Specifies) बाट बनेको छ, जुन हाम्रो अनुभवजन्य (Emperical) ज्ञानेन्द्रीयबाट पत्ता लगाउँछ । विशिष्ट वस्तुहरू अति नै धेरै हुन्छन्, प्रत्येक विशिष्ट वस्तुहरू अद्वितीय अस्तित्वको विचार गर्न हामीलाई गाह्रो हुन्छ । त्यसकारण हामीले विशिष्टहरूको साझा गुणको आधारमा तिनीहरूको वर्गीकरण गर्छौं र पून उपवर्गीकरण गर्छौं । यस्तो वर्गीकरणले ती विशिष्ट वस्तुहरूको जानकारी (Information) को भण्डार गर्न, पून प्राप्ति गर्न, बीचार गर्न एउटा मानसिक सूचि (Mental filing) प्रदान गर्छ । त्यो प्रक्रिया जसको आधारमा मानिसले विशिष्ट वस्तुहरूलाई समूहकृत गरी मानसिक वर्गीकरण (Mental category) निर्माण गर्छ त्यसलाई 'अवधारणा बनाउने' (Conceptalizing) भनिन्छ (The process by which a person groups specifics to construct a mental category is referred as "conceptualization") ।

अवधारणाका गुणहरू (Concept attributes)

कुनै विशेष वस्तु अवधारणाको एउटा उदाहरणले हो वा होइन भन्ने कुराको निर्धारण अवधारणा परिभाषित गुणहरू त्यस वस्तुमा छन् वा छैनन् भन्ने आधारबाट टुङ्गो लगाइन्छ । उदाहरणका लागि तल केही अवधारणाहरू दिइएका छन् :

क) त्रिभुज : त्रिभुज भन्दा तीनओटा सरल रेखाखण्डले घेरिएको, बन्द, समतलीय आकृति बुझिन्छ । यी तीन गुणहरू : सरल रेखाखण्ड, बन्दचित्र, समतलमा बन्नले नै कुनै ज्यामितीय आकृति त्रिभुज हो होइन भन्ने निष्कर्षमा पुगिन्छ ।

ख) जोरसङ्ख्या : दुई अपवर्त्य (Multiple) हुने पूर्णाङ्क (Integer) हरू नै जोरसङ्ख्या हुन् । यहाँ जोर सङ्ख्याका गुणहरूमा - इन्टेजर, २ को अपवर्त्य, दुईओटा गुणहरू हुन् । कसैले ७ जोर सङ्ख्या हो होइन ? छुट्याउन यसमा ती दुई गुण छ छैन भन्ने आधारमा टुङ्गोमा पुगिन्छ ।

अवधारणाका विशेषताहरू (Attributes) भन्नाले कुनै एक अवधारणालाई जनाउने उदाहरणहरू (Examples) का साझा गुणहरू छन् । अवधारणाका विशेषताहरू कुनै एक विशिष्ट/निर्दिष्ट वस्तु अवधारणाको अस्तित्व स्वीकार्न सकिँदैन । माथिको उदाहरण २ लाई हेर्दा जोर सङ्ख्याको अवधारणा इन्टेजर र "२" को अपवर्त्यमा आधारित छ । यी दुई जोर सङ्ख्याका आवश्यक शर्तहरू हुन् । यिनैका आधारमा जोर सङ्ख्यालाई Integer का अन्य उप-समूहबाट अलग गर्न सकिन्छ ।

अवधारणा विशेषताहरू (Concept attributes) को कुरा गर्दा कुनै concept अन्तर्गतका उदाहरणहरूमा अवधारणाका विशेषताहरूभन्दा फरक अन्य थप गुणहरू पनि पाइन्छ । यी गुणहरू अवधारणाका विशेषताहरू होइनन् र यिनलाई Example noise भनिन्छ । उदाहरणका लागि १० एउटा जोरसङ्ख्या हो किनकी जोरसङ्ख्याका विशेषताहरू यसले पूरा गर्छ । तर यस भन्दा बाहेक १०), ५ को अपवर्त्य पनि हो, यो १०० को वर्गमूल पनि हो र यो १२ भन्दा सानो छ आदि । यी गुणहरू जोरसङ्ख्यामा पाइँदैन । यी गुणहरूलाई Example noise अर्थात् अतिरिक्त गुणहरू भनिन्छ । यस्ता Example noise अवधारणा बुझ्नलाई सजिलो हुन्छ । यसले अवधारणा विकास गर्न बाधा दिदैंन । विद्यार्थीहरूमा अवधारणा विकास गर्न यसलाई कसरी प्रयोगमा ल्याउने भन्ने कुरामा शिक्षक सतर्क रहनु पर्छ । यसैलाई नै अवधारणाको आवश्यक सर्तको रूपमा विद्यार्थीहरूले लिन पुगेमा गणितका अन्य कुराहरू बुझ्न समेत समस्या आइपर्छ । गणितको निर्माण सामग्री नै अवधारणाहरू हुन् । गणितीय स्वरूप र सिद्धान्तहरू त अवधारणाहरूकै तार्किक सम्बन्धहरू हुन् ।

आगमनात्मक विवेचना (Inductive reasoning)

अवधारणा निर्माणमा विद्यार्थीहरूले आगमनात्मक विवेचना कुनै अवधारणाको उदाहरण र अउदाहरणका आधारमा प्रयोग गर्छन् । आगमनात्मक विवेचना विशेष उदाहरणहरूसँगको अर्न्तक्रियाका आधारमा गरिने सामान्यीकरण हो । यही संज्ञानात्मक प्रकृयाबाट विशेष उदाहरणहरूबीचका साझा गुणहरूलाई चुनेर विद्यार्थीहरूमा अवधारणा निर्माणको कार्य हुन्छ । यही अमूर्त वर्गीकरण नै वास्तवमा अवधारणा हो ।

उदाहरणका लागि तथ्याङ्कशास्त्रमा प्रयोग हुने Descrete र Continuous number लाई लिउँ । Variable को अवधारणा निर्माणको क्रम पछि Descrete र Continuous variable उप-अवधारणाहरू हुन् । Variable मा प्रयोग हुने सङ्ख्या परिमाण (Number quantity) को प्रकारका उदाहरणहरूलाई सम्बन्धित अवधारणाको उदाहरण र अउदाहरणका आधारमा अवधारणा निर्माण गरिन्छ । सिङ्गो सङ्ख्याले मात्र जनाउन सकेमा Descrete र भिन्न Rational सङ्ख्या पनि पर्न आएमा Continuous variable भन्ने अवधारणाको गुण (Concept

attributes) उदाहरणहरूबाट निर्माण गरिन्छ । यो प्रक्रिया आगमनात्मक विवेचना (Inductive reasoning) कै प्रक्रिया हो ।

अर्को एउटा उदाहरण पनि लिऔं - एक चलयुक्त वर्ग समीकरणको अवधारणा निर्माण । हाम्रा धेरै जसो गणितका कक्षाहरूमा यसको शिक्षण सुरू गर्दा परिभाषा भनिन्छ, त्यसपछि उदाहरण दिइन्छ र अन्य थप उदाहरणहरू प्रस्तुत गरी विद्यार्थीहरूलाई वर्ग समीकरण हो वा होइन, कुन किसिमको हो भन्ने बारेमा विभेद गर्न लगाइन्छ । यो प्रक्रिया विल्कुलै गलत भन्न त सकिदैन किनकी यसरी पनि गणित त सिकेकै छन् नि । तर पनि सुल्टो र सजिलो एवम् सिकाइ अर्थपूर्ण कसरी बनाउने भन्ने बारेमा सोचिनु पर्छ । यहाँ चर्चा गरिएको पद्धति निगमनात्मक ढाँचामा आधारित भयो । यसको पनि आफ्नै महत्त्व छ । अति भावात्मक, निकै माथिल्लो तहको गणित (Rigorous) अध्ययनमा यो पद्धति नै प्रयोग गरिन्छ । तर पनि बुझेन भन्ने कुरा फेरि पनि मिल्ने र नमिल्ने ठोस उदाहरणहरू दिन सकेमा मात्रै मानिन्छ । यो पक्ष आगमनात्मक ढाँचा हो ।

वर्ग समीकरणको अवधारणा दिन - निगमनात्मक विवेचना ढाँचामा सर्वप्रथम शिक्षकले विभिन्न समीकरणहरू रेखीय, शुद्धवर्ग, मिश्रितवर्ग, त्रिघातीय आदि गोलमटोल रूपमा प्रस्तुत गर्नुपर्छ र विद्यार्थीहरूलाई विभिन्न समीकरणका रूप चिन्न लगाउनु पर्छ ।
यस पछि घात २ भएकालाई छुट्याउन लगाउने र अन्यलाई अलगै राख्न लगाई प्रत्येकको वर्गीकरण गराउनु पर्छ । किन वर्गीकरण गरिएको हो त्यसको कारण भन्न लगाउनु पर्छ । वर्गसमीकरण भित्र पनि दुइखाले उदाहरणहरू पर्छन्

- मात्र २ घातका चल र अचल मात्र भएका र
- सबैभन्दा ठूलो घात २, त्यसपछि १ भएका चल सहितको समीकरण ।

यी वर्गीकरण वास्तवमा उदाहरण र अउदाहरणका आधारमा बनेका हुन् । अर्थात् आगमनात्मक विवेचना पद्धति नै अवधारणा निर्माणको प्रथम क्रियाकलाप हो ।

धारणा निर्माण

धारणाको निर्माणमा विद्यार्थीहरूले आगमनात्मक तर्कलाई प्रयोग गर्दछन्, जसमा धारणाका उदाहरणहरू र उदाहरणमा नमिल्ने चिजहरूलाई छुट्याउन सक्छन् । आगमनात्मक तर्क भन्नाले विशिष्ट उदाहरहरू सँग अन्तरक्रिया गर्नु र तिनीहरूलाई सामान्यीकरण गर्नु हो । त्यो एउटा संज्ञानात्मक प्रक्रिया हो । जसमा विशिष्ट उदाहरणहरूका बीचको साझा गुणहरू लिइन्छ । फलस्वरूप एउटा भावात्मक वर्ग निमार्ण गरिन्छ वा भावात्मक सम्बन्धहरू खोजिन्छ ।

धारणा निर्माण उद्देश्यहरूका लागि पाठहरूको योजना

चारओटा चरणहरू :

खोजमूलक सिकाइ क्रियाकलापले विद्यार्थीहरूलाई आगमनात्मकरूपमा तर्क गरी धारणा निर्माणमा सहयोग गर्छ । यस कार्यका लागि चार अवस्थाहरू दिइएको छ -

१. **छान्ने र वर्गीकृत गर्ने :** यो तहमा शिक्षकले विद्यार्थीहरूका लागि उदाहरणहरूलाई एक अर्काबाट छुट्याउन र वर्गीकरण गराउने कार्य दिनुपर्छ । यी क्रियाकलापहरू गर्न आवश्यक वातावरण र निर्देशन दिई विद्यार्थीहरूबाटै कार्यहरू गराउनुपर्छ ।

२. **पुनरावृत्ति र व्याख्या :** यस तहमा विद्यार्थीहरूले आफूले दिइएका उदाहरणहरूलाई वगीकृत गरेपछि किन सो वर्गमा राखियो त्यसको कारण उल्लेख गराउनु पर्छ । यसका लागि शिक्षकले प्रश्नहरू सोध्ने, बीचारलाई उत्तेजित गराइदिने र विद्यार्थीहरूको अभिव्यक्तिहरूलाई स्पष्ट पारिदिने गर्नुपर्छ ।

३. **सामान्यीकरण र व्यक्त गर्न :** यस तहमा विद्यार्थीहरूले हरेक धारणालाई तिनका गुणहरूको आधारमा व्याख्या गर्छन् । उदाहरण र उदाहरणमा नपर्ने चिजहरू दिन सक्छन्, यस तहमा विद्यार्थीहरूले धारणाको परिभाषा दिन पनि सक्छन् । तर यसलाई परम्परागत धारणाको परिभाषा भित्र पारिदैन ।

४. **परीक्षण गर्न र सुधार गर्न :** यस तहमा व्याख्या वा परिभाषालाई अझ थप उदाहरणहरू लिएर परीक्षण गरिन्छ । यसमा विद्यार्थीहरूलाई परिभाषाले समावेश गर्न, उदाहरणका केही नमुनाहरू दिन लगाइन्छ । साथै नहुने उदाहरणमा पनि यस किसिमको परीक्षाको आधारमा आवश्यक परेमा दिइएको परिभाषालाई पुनः स्पष्ट गराइन्छ ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

अवधारणा निर्माण र आगमनात्मक विवेचनाको गणित शिक्षणमा के उपयोगिता छ, विश्लेषण गर्नुहोस् ।

पाठ दुई : खोजविधि

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) शुद्ध खोजविधि र निर्देशित खोजविधिको अवधारणा व्याख्या गर्न,

ख) निर्देशित खोजविधिको प्रयोग उदाहरण सहित वर्णन गर्न,

ग) खोजयोग्य गणितीय सम्बन्धहरू (Discoverable mathmetical relationships) पत्ता लगाउन,

घ) सम्बन्धको खोजसम्बन्धी चरणहरू उल्लेख गर्न,

ङ) खोजविधि प्रयोग गरी कक्षामा शिक्षण गर्न सकिने विषयवस्तुहरूको सूची तयार गरी सोको लागि पाठयोजना निर्माण गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) शुद्ध खोजविधि र निर्देशित खोजविधिको अवधारणा,

ख) खोजविधिका उदाहरणहरू,

ग) खोजयोग्य गणितीय सम्बन्धहरू (Discoverable mathmetical relationships),

घ) सम्बन्धको खोज सिकाइको तह,

ङ) सम्बन्धका पाठसम्बन्धी पाठका चारतहहरू ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

क) शुद्ध खोजविधि र निर्देशित खोजविधिको अवधारणा

कक्षाकोठामा प्रयोग गरिने विभिन्न शिक्षण विधिहरूमध्ये खोजविधि पनि एक महत्त्वपूर्ण विधि हो । गणितज्ञहरूका लागि खोज भन्नाले पूर्वस्थापित तथ्य, नियम, सिध्दान्त, सूत्रहरूको आधारमा नयाँ कुराहरू आविष्कार गर्नुलाई मानिन्छ भने विद्यार्थीले आफैँ एक्लैले वा शिक्षकको सहायताले गणितीय समस्याहरूको समाधान गर्ने नियमहरू, तरीकाहरू, औंल्याउनु वा पत्तालगाउनु र समाधान गर्नुलाई उनीहरूका लागि खोज मानिन्छ ।

खोजविधि दुई किसिमका छन् - शुद्ध खोजविधि र निर्देशित खोजविधि

शुद्ध खोजविधि (Pure discovery approach) मा विद्यार्थीले कसैको सहायता नलिइकन एक्लैले समस्याको समाधान गर्न नियमहरू, उपायहरू पत्तालगाउछन् । शुद्ध खोज पूर्णरूपले विद्यार्थी केन्द्रित हुन्छ, सिकाइका उद्देश्यहरू आफै निर्धारण गर्दछ, विद्यार्थी एक्लैले

पाठ्यवस्तुहरूको छनोट गर्दछन् र उसले पत्तालगाएका ज्ञानहरू उसका लागि नयाँ हुनुपर्दछ। व्यावहारिक दृष्टिकोणले औपचारिक शिक्षामा गणितका सबै विषयवस्तुहरू यस विधिबाट शिक्षण गर्न सम्भव हुदैन किनकि सबै कुरा विद्यार्थीहरूलाई मात्र गर्न दिने र शिक्षकले निर्देशन नदिने हो भने उसको सिमित ज्ञानको आधारमा गणितका सबै नयाँ कुराहरू सिक्न र अगाडि बढ्न गाह्रो पर्छ। उसलाई खोजी गर्न धेरै समय र मेहनत जरुरी पर्दछ। कहिलेकाहिँ प्रतिकूल परिस्थितिले गर्दा विद्यार्थी आफैं निष्कर्षमा पुग्न सक्दैन र ऊ हतोत्साहित हुने सम्भावना रहन्छ। कहिलेकाहिँ सीमित अवलोकनबाट नै निष्कर्षमा पुग्ने / सामान्यीकरण गर्ने सम्भावना रहन्छ। त्यसैले गणित शिक्षणमा शुद्ध खोजविधि मात्र प्रयोग गर्न अप्ठ्यारो पर्न सक्छ। शुद्ध विधिका माथि उल्लेखित केही सीमितताको कारणले गर्दा गणित शिक्षणमा निर्देशित खोज विधिको महत्त्वपूर्ण स्थान रहेको पाइन्छ। यस विधिमा शिक्षकले विद्यार्थीहरूको स्तरअनुसार समस्या दिएको हुन्छ। विद्यार्थीहरूलाई चाहिने वातावरण र सामाग्रीहरू उपलब्ध गराइन्छ। त्यसपछि विद्यार्थीहरूले उपलब्ध सामग्री प्रयोग गरी शिक्षकको सहयोग/निर्देशनबाट समाधानको खोजी गर्दछ। शिक्षकले कति हदसम्म निर्देशन दिने भन्ने कुरा विद्यार्थीहरूको क्षमता र दिइएको समस्याको प्रकृतिमा भर पर्दछ। यस प्रकारको शिक्षण विधिले आफैँ समस्याको बारेमा सोच्ने, आफैंले सिक्ने र शिक्षकको सहायता सकेसम्म कम लिने हौसला प्रदान गर्दछ। विद्यार्थीको सोच्ने शक्ति र तर्क गर्ने शक्तिको विकास हुन्छ। यसले गर्दा विद्यार्थीहरूमा कुनै समस्यालाई घोक्ने/कण्ठ गर्ने बानी हटेर जान्छ। यसबाट प्राप्त ज्ञान स्थायी हुन्छ। गणितका धारणाहरू स्पष्ट हुन्छ।

ख) खोजविधिका केही उदाहरणहरू

खोजविधिका केही उदाहरणहरू यसप्रकार छन् :

१. n ओटा घनहरूको योगफल (Sum of n cubes)

$1^3 =$	$= 1$	$= 1$	$= 1^2$	$= 1^2$
1^3+2^3	$= 1+8$	$= 9$	$= 3^2$	$= (1+2)^2$
$1^3+2^3+3^3$	$= 1+8+27$	$= 36$	$= 6^2$	$= (1+2+3)^2$
$1^3+2^3+3^3+4^3$	$= 1+8+27+64$	$= 100$	$= 10^2$	$= (1+2+3+4)^2$

....

....

$1^3+2^3+3^3+4^3+........+n^3 =$ .... $= (1+2+3+4+.......+n)^2$

$= \{n(n+1)/2\}^2$

२. **किन ऋणात्मक र ऋणात्मक गुणन गर्दा धनात्मक हुन्छ ? (Why is minus x minus = plus?)**

विद्यार्थीहरूलाई ऋणात्मक र ऋणात्मक गुणन गर्दा किन धनात्मक हुन्छ भन्ने कुरा अर्थपूर्ण तरीकाबाट स्पष्ट पार्नको लागि एउटा गणितीय ढाँचा प्रयोग गर्न सकिन्छ जुन यसप्रकार छ । यसको लागि विद्यार्थीहरूले $(+a) \times (+b) = +ab$ हुन्छ भन्ने कुरा जानीसकेका छन् भनेर मान्नु पर्दछ ।

विद्यार्थीहरूको सङ्लग्नतामा यो तालिका पूरा गराउनु पर्दछ ।

$(+3) \times (+3) = +9$
$(+3) \times (+2) = +6$
$(+3) \times (+1) = +3$
$(+3) \times (0) = 0$
$(+3) \times (-1) = -3$
$(+3) \times (-2) = \ldots\ldots$
$(+3) \times (-3) = \ldots\ldots$

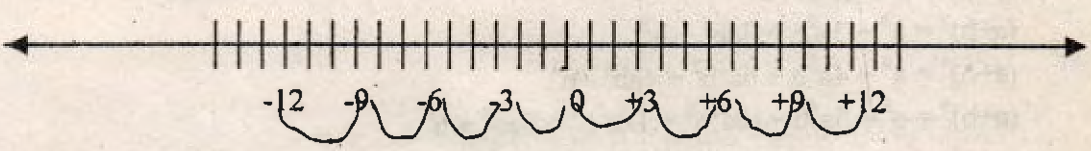
$(+2) \times (+3) = +6$
$(+2) \times (+2) = +4$
$(+2) \times (+1) = +2$
$(+2) \times (0) = 0$
$(+2) \times (-1) = -2$
$(+2) \times (-2) = \ldots\ldots$
$(+2) \times (-3) = \ldots\ldots$

$(+a) \times (-b) = ?$

विद्यार्थीहरूलाई तलदिइएका प्रश्नहरूमा सोच्न र छलफलगर्न निर्देशित गर्नु पर्दछ ।

- दोस्रो पङ्तिको गुणनखण्डमा के हुँदै छ ?
- के तिमी यो ढाँचालाई पूरागर्न सक्छौ ?
- के तिमी यहाँ केही निश्चित नियम पत्तालगाउन सक्छौ जसबाट यो ढाँचा पूरागर्न सकियोस् ?

विद्यार्थीहरूलाई सहयोग गर्नको लागि एउटा सङ्ख्यारेखा पनि प्रयोग गर्न सकिन्छ ।



यस छलफलबाट विद्यार्थीहरूलाई $(+a) \times (-b) = -ab$ हुन्छ भन्ने कुराको सामान्यीकरणमा पुऱ्याउनु पर्छ ।

त्यसै गरी विद्यार्थीहरूलाई $(-a) \times (+b) = -ab$ हुन्छ भन्ने कुरा पनि सामान्यीकरण गर्न लगाउनु पर्छ ।

छलफलको लागि तल दिइएको तालिका प्रयोग गर्न सकिन्छ ।

$(-3) \times (+3) = -9$
$(-3) \times (+2) = -6$
$(-3) \times (+1) = -3$
$(-3) \times (0) = 0$
$(-3) \times (-1) = +3$
$(-3) \times (-2) = +6$
$(-3) \times (-3) = +9$
....
....
$(-a) \times (-b) = ?$

विद्यार्थीहरूलाई पहिले जस्तै प्रश्नहरूको माध्यमबाट निर्देशित गरी छलफललाई अगाडि बढाउन सकिन्छ र विद्यार्थीहरूलाई $(-a) \times (-b) = +ab$ हुन्छ भन्ने नियम सामान्यीकरण गराउन सकिन्छ ।

३. $(a+b)^n$ को मान कसरी निकाल्ने (How to calculate $(a+b)^n$)

यसको लागि विद्यार्थीहरूले $(a+b)^2$, $(a+b)^3$ इत्यादिको मान निकाल्न जानीसकेका छन् भन्ने कुरा मान्नु पर्दछ । अब हामी गुणन नगरीकन $(a+b)^n$ को मान कति हुन्छ भन्ने कुरा पत्तालगाउन (खोजी गर्न) तिर विद्यार्थीहरूलाई लैजादै छौं ।

हामीले पहिले नै थाहा भएका विशिष्ट उदाहरणबाट सुरु गर्दछौं :$(a+b)^1 = a + b$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
....
....

यी नतिजाहरू गुणन गरेर विद्यार्थीहरूले पत्तालगाउन सक्छन् । तर गुणन गर्ने क्रममा विद्यार्थीहरूले दिक्क मान्न सक्छन् र यसको लागि केही छुट्टै नियम वा सूत्र छ कि भनेर सोध्न सक्छन् । पक्कै छ, त्यही कुरा हामी आफैंले पत्तालगाउन गइरहेका छौं भनी उनीहरूलाई अझ उत्प्रेरित गर्नु पर्दछ ।

हामीले २ ओटा कुरा स्पष्ट छुट्टयाउनुपर्छ :

- के हाम्रो सर्वसमिका (expressions) को बायाँ पट्टिको a र b को घातको निमित्त लागि केही नियम छ ?
- के हाम्रो सर्वसमिका (expressions) को बायाँ पट्टि गुणाङ्क (coefficient) को लागि केही नियम छ ?

पहिलो प्रश्नको उत्तरका लागि तलदिइएको तालिकाको माध्यमबाट a र b को घाताङ्कका बारेमा खोजगर्न तपाईंले विद्यार्थीहरूलाई पथप्रदर्शन गर्नु पर्दछ ।

Power of binomial	Power of a	Power of b
1	1	1
2	2, 1	1, 2
3	3, 2, 1	1, 2, 3
4	4, 3, 2, 1	1, 2, 3, 4
5	5, 4, 3, 2, 1	1, 2, 3, 4, 5

विद्यार्थीहरूले a का घाताङ्कहरू १ ले घटेको र b का घाताङ्कहरू १ ले बढेको कुरा पत्तालगाउने छन् । वृहत् छलफल पछि विद्यार्थीहरूले $(a+b)^n$ मा a र b का घाताङ्कहरू यसप्रकार हुने कुरा पत्तालगाउने छन् ।

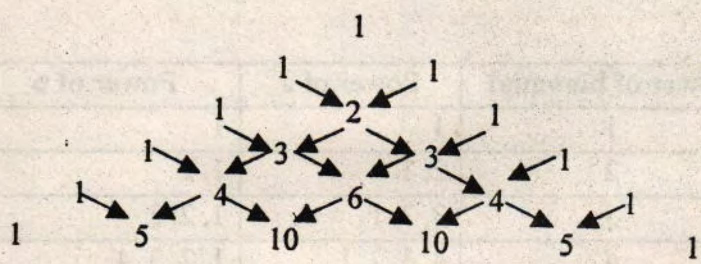
$a^n, a^{n-1}b, a^{n-2}b^2, a^{n-3}b^3, \ldots\ldots\ldots\ldots a^{n-3}b^3, a^2b^{n-2}, ab^{n-1}, b^n$

दोस्रो प्रश्नको उत्तरका लागि विद्यार्थीहरूलाई गुणाङ्कहरू यसप्रकार त्रिभुजाकाररूपमा लेख्न पथप्रदर्शन गर्नुहोस् ।

Power of binomial	Coefficients
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
....	....
....	....

के तिमीहरूले बाँकी ढाँचा पूरा गर्न सक्छौ ? कसरी ? के यहाँ त्रिभुज तयार गर्ने ढाँचाको बारेमा केही सुराक (Hint) पत्तालगायौ ? आदि प्रश्हरूको माध्यमबाट विद्यार्थीहरूलाई पथप्रदर्शन गरी देहायबमोजिमको ढाँचा पत्तालगाउन विद्यार्थीहरूलाई उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

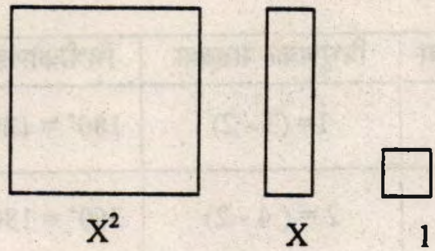
Coefficients



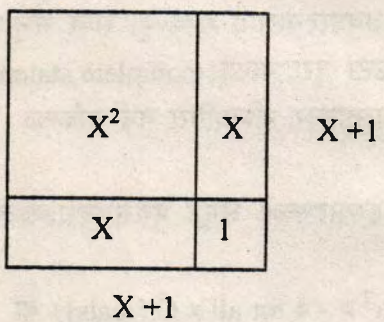
यो त्रिभुजाकार ढाँचाको माध्यमबाट विद्यार्थीहरू $(a+b)^7$, $(a+b)^8$ इत्यादिको विस्तार गर्न आफैँ सक्षम हुनेछन् ।

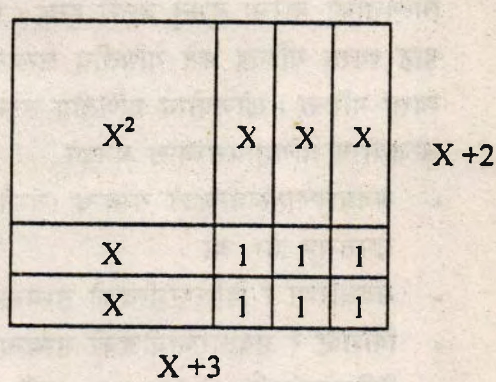
४. खण्डीकरण (Factorizing)

विद्यार्थीहरूलाई तीन किसिमका चेप्टा काठका टुक्राहरूँग खेल्न दिनुहोस् । पहिलो खाले टुक्राहरू वर्गाकार छन् जसलाई क्षेत्रफल थाहानभएको वर्ग अर्थात् X^2 भन्न सकिन्छ किनकी त्यस वर्गको लम्बाइ र चौडाइ दुवै X छन् । दोस्रो खाले टुक्राहरू आयताकार छन् जसलाई क्षेत्रफल थाहानभएको आयात अर्थात् X भन्न सकिन्छ किनकी यसका लम्बाइ X र चौडाइ 1 छन् । तेस्रो खाले टुक्राहरू वर्गाकार छन् जसको लम्बाइ र चौडाइ दुवै 1 छ अर्थात् क्षेत्रफल 1 एकाइ छ ।



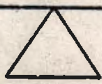
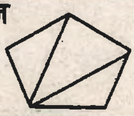
विद्यार्थीहरू यी टुक्राहरू लिएर खेल्ने छन् । उनीहरूलाई यो समस्या दिइने छ, के तिमी यी टुक्राहरू मिलाएर X^2 भन्दा पनि ठूला वर्गहरू बनाउन सक्छौ ? विद्यार्थीहरूले विभिन्न खाले वर्गहरू निर्माण गर्ने छन् । ती वर्गहरूका लम्बाइ, चौडाइ र क्षेत्रफलका सम्बन्धमा छलफल गराउँदा खण्डीकरण र गुणनखण्डको धारणा विद्यार्थीहरू आफैँले खोजको माध्यमबाट निर्माण गर्ने छन् ।





$(X+1)(X+1) = (X+1)^2 = X^2 + 2X + 1$ $(X+2)(X+3) = X^2+5X+6$

५. बहुभुजका भित्रीकोणहरूको योगफल कसरी पत्तालगाउने

बहुभुज	भुजाको सङ्ख्या	त्रिभुजको सङ्ख्या	भित्रीकोणहरूको जोड
त्रिभुज 	3	1= (3 - 2)	180° = 180° × (3-2)
चतुर्भुज	4	2 = (4 - 2)	360° = 180° × (4-2)
पञ्चभुज 	5	3 = (5 - 2)	540° = 180° × (5-2)
....	....	....	....
n - भुज	n	n-2	180° × (n - 2)

ग) खोजयोग्य गणितीय सम्बन्धहरू (Discoverable mathematical relationship)

खोजयोग्य गणितीय सम्बन्धको चर्चा गर्नु भन्दा गणितीय अवधारणा र गणितीयसम्बन्धबीचको भिन्नताको बारेमा बुझ्नु जरुरी हुन्छ । गणितीय अवधारणालाई शब्द वा शब्द समूह (phrase) बाट व्यक्त गरिन्छ भने गणितीय सम्बन्धलाई एउटा पूरा वाक्य (complete statement) बाट व्यक्त गरिन्छ । खोजयोग्य गणितीय सम्बन्धलाई यसप्रकार परिभाषित गर्न सकिन्छ :

खोजयोग्य गणितीयसम्बन्ध भनेको

- अवधारणाहरूबीचको सम्बन्ध (जस्तै, जोर सङ्ख्याहरूको समूह पूर्णसङ्ख्याहरूको समूहको उपसमूह हो) वा
- अवधारणा र विशिष्टबीचको सम्बन्ध (जस्तै, $x^2 > -4$ for all x ∈ {reals}) वा
- विशिष्ट र अवधारणाबीचको सम्बन्ध (जस्तै, 23 एउटा रुढ सङ्ख्या हो) वा
- विशिष्टहरूबीचको सम्बन्ध (जस्तै, $\sqrt{13} \geq 1.1$) हो ।

यसबाट स्पष्ट हुन्छ कि सबै गणितीय सम्बन्धहरू खोजयोग्य हुँदैनन् ।

गणितीय तर्क आगमनात्मक वा प्रयोगबाट पत्तालगाउन सकिने गणितीय सम्बन्धहरू नै खोजयोग्य गणितीय सम्बन्धहरू हुन् । खोजविधि प्रयोग गर्नु अगाडि उक्त गणितीय सम्बन्ध खोजयोग्य हो या होइन भन्ने कुरामा शिक्षक स्पष्ट हुनु जरुरी हुन्छ ।

निम्नमाध्यमिक/माध्यमिक तहका गणितमा भएका खोजयोग्य गणितीय सम्बन्धहरूको केही उदाहरणहरू यसप्रकार छन् ।

- वृत्तको क्षेत्रफल , $A = \pi r^2$
- आयातको क्षेत्रफल, $A = L \times B$
- त्रिभुज, चतुर्भुजका क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्रहरू,
- गोला, बेलना, घनाकार वस्तु, कोन, पिरामिड, प्रिज्म जस्ता ठोसवस्तुहरूका क्षेत्रफल तथा आयतन निकाल्ने सूत्रहरू,
- ज्यामितीय साध्यहरूका प्रयोगात्मक प्रमाणहरू,
- बीजगणीतीय सूत्रहरू, इत्यादि

घ) सम्बन्धको खोज सिकाइको तह (Discover a relationship learning level)

कुनै पनि गणितीय विषयवस्तुको पूर्ण सिकाइमा सम्बन्धहरूको खोजसम्बन्धी उद्देश्य सबैभन्दा पहिले आउँछ । अनि मात्र अन्य उद्देश्यहरू क्रमिक रूपमा आउँछन् । उदारणको लागि पाइथागोरस साध्य शिक्षणको क्रममा आउने चारतहका उदेश्यहरू तल प्रस्तुत गरिएका छन् :

यस पाठको अन्तमा विद्यार्थीहरू निम्नलिखित कार्यहरूमा सक्षम हुनेछन्

क) समकोण त्रिभुजमा कर्णको वर्ग र बाँकी दुई भुजाका वर्गहरू बीचको सम्बन्ध पत्तालगउन (सम्बन्धको खोज)

ख) पाइथागोरस साध्यको कथन बताउन (ज्ञान)

ग) समकोण त्रिभुजका कुनै दुई भुजाको नाप दिइएमा $a^2 + b^2 = c^2$ सूत्र प्रयोग गरी बाँकी भुजाको नाप पत्तालगाउन (हिसाब गर्ने सीप (algorithm skill)

घ) पाइथागोरस साध्य प्रयोग गरी दैनिक जीवनका समस्याहरू समाधान गर्न ।(प्रयोग)

यसबाट स्पष्ट हुन्छ कि विद्यार्थीहरूले पहिले आफैँले सम्बन्धको खोज गर्दछन् (पहिलो उद्देश्य)। अनि मात्र त्यसलाई सम्झने (recall) गर्दछन् (दोस्रो उद्देश्य)। अनि सो सम्बन्धको प्रयोग गरी हिसाब गर्दछन् (तेस्रो उद्देश्य)। अनि त्यस पछि मात्र दैनिक जीवनका समस्याहरू समाधानका लागि त्यसलाई प्रयोग गर्दछन् (चौथो उद्देश्य)। यो अति उच्च तहको सिकाइ हो । यी तहहरू क्रमिक रूपमा पार गरेर आउने विद्यार्थीहरूमा मात्र वास्तविक (अर्थपूर्ण) सिकाइ हुन्छ भन्न सकिन्छ ।

ङ) **सम्बन्धका खोजसम्बन्धी पाठका चारतहहरू**

(Four stages for discover a relationship lessons)

सम्बन्धका खोजसम्बन्धी पाठका चारतहहरू (Four stages for discover a relationship lessons) यसप्रकार छन् ।

- **पहिलो तह : परीक्षण (Experimenting)**

  विद्यार्थीहरूले विभिन्न विशिष्ट अवस्थाहरूमा परीक्षण/प्रयोग गर्दछन् (जस्तै विभिन्न नापका त्रिभुजहरू बनाएर तिनओटा कोणहरू नाप्नु र योगफल निकाल्नु) । शिक्षकले त्यसका लागि आवश्यक क्रियाकलापको व्यवस्था गर्दछन्, उपयुक्त वातावरण मिलाई दिन्छन् र आवश्यकता अनुसार पथप्रदर्शन् गर्दछन् । शिक्षकको भूमिका केवल एक सिकाइ सहजकर्ताको रूपमा रहन्छ ।

- **दोस्रो तह : प्रतिबिम्बन र व्याख्या (Reflecting and explaining)**

  विद्यार्थीहरूले परीक्षण/प्रयोगको नतिजा विश्लेषण गर्दछन् । शिक्षकका निर्देशित प्रश्नहरू अनुसार विद्यार्थीहरूले छलफल गर्दछन् र आफ्ना विश्लेषणको व्याख्या गर्दछन् । (जस्तै त्रिभुजहरूका तीनओटा कोणहरूको योगफल दुईसमकोण हुँदोरहेछ भन्ने कुरा व्याख्या गर्नु)

- **तेस्रो तह : परिकल्पना निर्माण (Hypothesizing and articulating)**

  विद्यार्थीहरूले आफूले परीक्षणबाट प्राप्त नतिजाको आधारमा त्यस सम्बन्धको लागि परिकल्पना निर्माण गर्दछन् । शिक्षकको निर्देशनमा अझ बढी जाच्दछन्, विश्लेषण गर्दछन् र आफूले पाएका नतिजाको आधारमा परिकल्पना/अनुमान/प्रस्तावना तयार गर्दछन् र व्याख्या गर्दछन् । (जस्तै त्रिभुजका भित्रीकोणहरूको योग सधैं दुईसमकोण हुन्छ भन्नु)

- **चौथो तहः पुनःपुष्टि (Verifying and refining)**

  विद्यार्थीहरूले आफूले निर्माण गरेको परिकल्पनाको पुनः पुष्टि गर्ने प्रयाश गर्दछन् । पुन पुष्टि हुन नसकेमा त्यो परिकल्पनालाई विपरित उदाहरण (ऋयगलतभच भहकउभि) बाट गलत सवित गर्न पनि सक्छन् । प्रस्तावना/परिकल्पनालाई पुनःपरिवर्तन गर्न पनि सक्छन् ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) तपाईंले आफ्नो विद्यालयमा गणित शिक्षण गर्दा कुनकुन शीर्षकका लागि कुनकुन विधि प्रयोग गर्नुहुन्छ ?

ख) तपाईंले आफ्नो विद्यालयमा गणित शिक्षण गर्दा सबभन्दा बढी प्रयोग गर्ने विधि कुन हो ?

ग) तपाईंलाई खोजविधि मन पर्छ कि पर्दैन ? पर्छ भने किन ? पर्दैन भने किन ?

अनुसूची १

सम्बन्धको खोजसम्बन्धी पाठको चारतहको शिक्षण योजनाको उदाहरण

Ms Gaudhaux का विद्यार्थीहरूले साधारण बीजीय फलनको ग्राफ खिच्न सिकिसकेका छन् । उनीहरूले ग्राफिङ क्यालकुलेटरबाट गणितीय सम्बन्धहरूको परीक्षण गर्ने सीप हासिल गरिसकेका छन् । यस परिप्रेक्ष्यमा Ms Gaudhaux ले रेखीय फलनसम्बन्धी पाठको लागि एउटा पाठ योजना यस प्रकार तयार गरेकी छिन् :

उद्देश्य

विद्यार्थीहरूले रेखीय फलन $f(x) = ax + b$ df a / b मानले ग्राफमा कस्तो असर पार्छ भन्ने कुरा व्याख्या गर्न सक्नेछन् ।

चारतहको पाठयोजना

१. प्रयोग/परीक्षण (Experiment)

मैले विद्यार्थीहरूलाई पाँचसमूहमा विभाजन गर्नेछु । प्रत्येक समूहमा हरेका विद्यार्थीसँगै ग्राफिङ क्यालकुलेटर हुनेछ । हरेक समूहमा एकजना सामग्री सुपरीवेक्षक र एकजना संवाहक (Communicator) हुनेछन् । सुपरीवेक्षकले क्यालकुलेटर तयारी रूपमा भए नभएको चेक गर्नेछ । मैले निर्देशनहरू संवाहक मार्फत दिनेछु ।

A. तिम्रो कार्यपत्र (Task sheet) मा भएकाको फलनको ग्राफ़िङ क्यालकुलेटर प्रयोग गरी ग्राफ खिच । समूहका प्रत्येक सदस्यको एउटै ग्राफ आउनुपर्दछ । त्यसपछि सो ग्राफ कार्यपत्रको खाली कोठामा खिच ।

B. दोस्रो लहरको फलनको लागि पनि उही कुरा दोहो-याऊ । यसको ग्राफ पहिलो फलनको ग्राफसँग तुलना गर ।

C. तेस्रो, चौथो र पाँचौ फलनको लागि पनि दोस्रो फलनको प्रक्रिया दोहो-याउ ।

D. सबै ग्राफ प्राप्त भइसकेपछि X मा कुन क्रिया गर्दा ग्राफमा के असर परेको छ, छलफल गर । छलफलको लागि समय १५ मिनेट हुनेछ र बाँकी ८ मिनेटमा समूहको प्राप्ती (Findings) सहितको प्रतिवेदन तयार पार्नुपर्नेछ

२. प्रतिबिम्बन र व्याख्या (Reflecting and explaining)

हरेक समुहलाई आफ्नो findings लाई व्याख्या गर्न ५ मिनेट समय दिनेछु । Reporter ले प्रतिवेदन प्रस्तुत गरेको समयमा मैले हरेक समूहको ग्राफ प्रदर्शनको लागि ग्राफिङ ओभरहेड

प्रोजेक्टर प्रयोग गर्नेछु । त्यसपछि छलफल सत्र सुरू हुनेछ । यसरी पाँचै समूहको प्रतिवेदनको संयोजन हुनेछ जसबाट $y = ax + b$ को ग्राफमा a र b को मान कसरी प्रभाव पार्छ भन्ने कुरा अनुमान गर्न सजिलो हुनेछ ।

३. परिकल्पना निर्माण (Hypothesizing and articulating)

गृहकार्यको रूपमा प्रत्येक विद्यार्थीलाई a र b को मानले स्थान (location) र रेखाको कोण (slope) कसरी प्रभाव पारेको छ भन्ने कुरा परिकल्पना निर्माण गर्न लगाउने छु । अर्को दिन उही पुरानै समूहमा जम्मा हुनेछन् । उनीहरूले व्यक्तिगतरूपमा बनाएका अनुमान (conjecture) हरू आदानप्रदान गर्नेछन् र समूहको निर्णयमा पुग्नेछन् । यसरी एउटा सामान्य परिकल्पना (general conjecture) तयार हुनेछ । उनीहरूलाई अन्य फलनहरू लिएर सो कुरा प्रयोग/परीक्षण गर्न लगाउनेछु ।

४. परीक्षण/पुनर्लेखन (Verifying and refining)

मैले उनीहरूलाई स्वतन्त्र कार्य सत्र (Independent work session) मा लगाउनेछु । यसका लागि पाठ्यपुस्तकका अभ्यासहरू प्रयोग गर्नेछु । उनीहरूलाई बाँकी गृहकार्यको रूपमा दिनेछु । अर्को दिन उनीहरूलाई प्रश्नोत्तर/छलफल सत्रमा व्यस्त गराउनेछु जुन समयमा उनीहरू आफ्नो गृहकार्यको प्रतिबिम्बन गर्नेछन् । यसले उनीहरूलाई उक्त परिकल्पना या त स्वीकार (accept) या पुनर्विचार (refine) गर्न र अर्को नयाँ परिकल्पना बनाउन मद्दत गर्नेछ ।

Team I Task sheet

i	$f_1(x)$	क्यालकुलेटरको पर्दामा देखिएको ग्राफ	ग्राफहरूको तुलना (ठीक अघिल्लोसँग)
1	x		
2	x+1		
3	x+2		
4	x+5		
5	x+10		

Team II Task sheet

i	$g_1(x)$	क्यालकुलेटरको पर्दामा देखिएको ग्राफ	ग्राफहरूको तुलना (ठीक अघिल्लोसँग)
1	x		
2	2x		
3	3x		
4	6x		
5	10x		

Team III Task sheet

i	$h_1(x)$	क्यालकुलेटरको पर्दामा देखिएको ग्राफ	ग्राफहरूको तुलना (ठीक अघिल्लोसँग)
1	x		
2	x-1		
3	x-2		
4	x-5		
5	x-10		

Team IV Task sheet

i	$f_1(x)$	क्यालकुलेटरको पर्दामा देखिएको ग्राफ	ग्राफहरूको तुलना (ठीक अघिल्लोसँग)
1	x		
2	-x		
3	-2x		
4	-6x		
5	-10x		

पाठ तीन : सूचनाहरूको प्राप्ति र स्मरण

(The acquistion and retention of informations)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) प्राप्त गणितीय सूचनाहरूको अर्थ, प्रयोग र महत्त्व वताउन,

ख) गणितीय सूचनाहरू प्राप्त गर्ने, गणितीय अवधारणाहरू बनाउने र मस्तिष्कमा चिर स्थाइ राख्ने सीपको अभिवृद्धि गर्न,

ग) गणितीय सूचनाहरू प्राप्त गरी अवधारणा बनाउने र स्मरण गर्ने पाँच तहहरूको व्याख्या उदाहरण सहित गर्न,

घ) यी पाँच तहहरू समाविष्ट भएको एउटा नमुना पाठ तयार गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) सूचनाहरूको प्राप्ति र स्मरणको उपयोगिता,

ख) सूचनाहरूको प्राप्ति र स्मरणको सीपवृद्धि,

ग) सूचनाहरूको प्राप्ति र स्मरणको पाँचओटा तहहरू,

घ) पाँचतहहरू समाविष्ट भएको नमुना पाठको तयारी ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

सूचनाहरूको प्राप्ति र स्मरण

परिचय :

शिक्षा आर्जनको थलो जतिखेर गुरूको आश्रम थियो, त्यतिखेर दुईओटा कुराहरूले प्रमुखता पाउँथ्यो । पहिलो कडा अनुशासन र दोस्रो हो घोकन्ते विद्या । अहिले २१ औं शताब्दीको शिक्षण सिकाइ पद्धतिले यी दुवै कुराहरूलाई नकार्दै सिकाइ त केवल खेलाँची हो (Learning is a fun) र सिकाइ त बडो आनन्ददायक हुनुपर्छ (Learning should be joyful) भन्ने मान्यता आएको छ । जेहोस शिक्षण पद्धती सहज वा आनन्ददायक अवश्य हुनसक्दछ तर सिक्नुपर्ने विषयवस्तुका अवधारणाहरू भने पक्कै पनि ग्रहण गर्नुपर्ने हुन्छ नै । खास गरी गणित विषयभित्रका परिभाषाहरू, सूत्रहरू आदि स्मरणमा नरहे यस विषयका अवधारणाहरू जती बुझेपनि समस्या समाधान गर्नुपर्दा बीचैमा अलपत्र पर्नुपर्ने हुन्छ । यसको मतलब जसरी पनि टुपी बाँधेर भएपनि परिभाषाहरू, सूत्रहरू, गणितीय साध्यहरू नघोकी उपाय नै छैन भन्ने चाहिँ कदापी होइन । कुरो यति मात्र हो कि, ती गणितीय तथ्यहरू जुन स्मरणमा रहनै पर्ने

हुन्, ती त्यहाँ यसरी रहन पुगुन जसको पत्तो नै नरहोस् । अर्थात प्रक्रिया यती सहज वा आनन्ददायक होस कि विद्यार्थीहरूले यसलाई बोझको रूपमा लिन नपरोस् । हामीहरू यस सत्रमा यीनै कुराहरूको सेरोफेरोमा रहने छौं ।

सर्वप्रथम : गणितीय अवधारणाहरू सिक्नु पूर्व ती कुराहरूका बारेमा विद्यार्थीहरू कुन हदसम्म परिचित छन् ? छैनन् भने उनीहरूसँग सम्बन्धित कस्ता अनुभवहरूको पुनस्मरण गराईदिनाले ती कुराहरूको नजिक पुग्न सक्तछन् ? विद्यार्थीहरूका भोगाइ, गराइ, सोचाइ, तथा अनुभवहरूको र ती गणितीय पक्षहरूको कस्तो किसिमको सह-सम्बन्ध रहेको छ ? ऐतिहासिक वा परम्परागत कुराहरूसँग पो ती गणितका अवधारणाका सुरूका तथ्यहरूले केही सम्बन्ध राख्दछन् कि ? अथवा शिक्षण पद्धतिका खोजविधि, आगमनविधि, छलफल (समूहगत), केस बनाई गरिने अध्ययन आदिको बारेमा सोच्नुपर्ने हुन्छ कि ? आदि जस्ता कुराहरूमा ध्यान पुऱ्याई जुन गणितीय अवधारणाहरू सिक्नु पर्ने र तत्सम्बन्धीको अवधारणालाई मस्तिष्कमा ताजा राख्दै पुनप्रयोग गर्नुपर्ने हो । यस सम्बन्धी प्रक्रियाको लागि यथेष्ट रूपमा पूर्वसूचनाहरू विद्यार्थीहरूलाई दिँदै शिक्षण सिकाइ अघिबढाएमा अवश्य पनि यो अर्थपूर्ण चिरस्थायी र आरामदायी सिकाइ हुनेछ ।

निम्न लिखित घटनाहरूमा एकछिन घोत्लिई चिन्तनमनन् गर्नुहोस् :

क) गन्तिका नम्बरहरू, हातखुट्टाका औंलाहरूको सङ्ख्या आदि कसरी र कहिले सिकियो भन्दा पनि यी कुराहरू कहिल्यै बिर्सिंदैनन् । किनहोला भनेर कक्षामा गणितको शिक्षकलाई सीमाले सोधिन ।

ख) एकजना विद्यार्थी मनिलालाई चिह्न परिवर्तन जस्तै : - x - = + हुन्छ भन्ने सिकाइ पूर्ण भए पछि उनको मनमा बिजोर नम्बरहरू जोडेर हेर्न मन लागेछ तब उनले एउटा नयाँसम्बन्ध पत्ता लगाइन जस्तै : 1+3=4, 1+5=6, 3+5=8 अर्थात दुईओटा बिजोर नम्बरको जोड सधैं जोडा नम्बर हुन्छ आदि । यो उनको अनौठो कामको परिणामको याद उनलाई सधैं आइरहन्छ ।

ग) प्रलितालाई सरल गर्दा पहिले कुनचिह्नको प्रयोग गर्ने भन्ने कुरामा सधैं द्विविधा हुने गर्थ्यो तर शिक्षकले उनले सरल गर्दा आउने चिह्नहरूको एउटाएउटा अगाडिको अक्षर लिएर एउटा शब्द बनाई हेर्ने सल्लाह मात्र के दिएका थिए । उनले एउटा गजबको शब्द बनाइन् :- BODMAS र त्यसपछि उनीले आफूले बनाएको शब्द भनि कहिल्यै नविसर्ने भइन ।

घ) रामुले गणितीय साध्यहरू जाँचमा त प्रमाणित गरेका हुन तर अहिले ति कुनै पनि याद छैनन् ।

द्रष्टव्य : माथि उल्लेखित सीमा, प्रलिता, मनिला र रामुका घटनाहरूको अध्ययन गरेपछि गणितीय सूचनाहरू प्राप्त गर्ने तरिका, सूचनाका आधारमा गणितीय अवधारणाहरू बनाउने र चिरस्मरणमा स्वत: रहने कारणहरू के के हुन समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) यदि तपाईंले परम्परागतरूपमा शिक्षण गर्दै आउनु भएको थियो तर अब नयाँ तरीका भेटनु भएको हो भने आफ्नो अनुभव साथीहरूसँग बाड्नुहोस् ।

ख) माथि प्रस्तुत गरिएको चरणबद्ध शिक्षण सिकाइको प्रभावकारिता बारेमा समूहमा छलफल गर्दै यसका फाइदा र बेफाइदा टिप्नुहोस् ।

ग) माथि दिइएको जस्तै एउटा "नमुना पाठ" तयार गर्नुहोस् ।

५. सन्दर्भसूची :

Cangelosi J.S. (2003). Teaching maths in secondary and middle school : an interactive approach, Merril prentice Hall, Ohio.

पाठपत्र १

गणितीय सूचनाहरूबाट प्राप्त हुने अवधारणाहरूको निर्माण र स्मरणका पाँच तहहरू

गणितीय सूचनाहरूबाट प्राप्त हुने अवधारणाहरूको निर्माण र स्मरणका पाँच तहहरू निम्न प्रकार छन् :

१. **खुला सिकाइ** : यो सुरुको चरणमा विद्यार्थीहरूलाई पुस्तकालय परामर्शको व्यवस्था गर्नुको साथै प्रशस्त स्रोत तथा सन्दर्भ सामग्रीहरूको व्यवस्था गरिएको हुन्छ । तदनुसार उनीहरू आवश्यक तथ्यहरूको खोजीमा परिचालित हुन्छन् । उनीहरूले सङ्ग्रह गरेर ल्याएका कुराहरूको विश्लेषण, ठीक/बेठीक, तथ्यहरूको गहिराई, प्रयोग तथा तहगत उपयोगिताको बारेमा छलफल गरी निचोडमा पुऱ्याइदिने गर्नु पर्दछ ।

२. **अर्थपूर्ण सिकाइ** : यसमा गणितीय ढाँचाहरूको अध्ययन गरिन्छ । जस्तै : गणितीय क्रम तथा श्रेणीको अध्ययन, पास्कल त्रिभुजको अध्ययन, नापतौलको एकाइको अध्ययन आदि ।

३. **स्मरणका आधारहरू** : नयाँ अवधारणाहरूलाई आफूमा भएका पुराना अवधारणाहरूसँग सम्बन्धित गरेर सिक्ने र स्मरण गर्ने तरिका हो । **जस्तै** : $(a+b)^2=(a^2+2ab+b^2)$ थाहा भएमा $(a+b)^3$ को सूत्र निकाल्नु पर्दा $(a^2+2ab+b^2)$ लाई $(a+b)$ ले गुणा गर्दा $(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)$ निस्कन्छ ।

४. **सुपरिवेक्षण तथा पृष्ठपोषण** : कतिपय गणितीय अवधारणाका सूचनाहरू एउटै प्रकृतिका हुने हुनाले तिनीहरूको निरीक्षण र तद्नुरूपको पृष्ठपोषण समयमै भएन भने सधैं द्विविधामा पर्ने समस्या रहिरहन्छ । जस्तै : त्रिकोणमीतीय अनुपातहरूको सिकाइ । यसका लागि तिनीहरूको अन्तरसम्बन्धको अवधारणा बन्दै गर्दा नै आवश्यक पृष्ठपोषण दिएको हुनुपर्दछ । त्यस्तै ६ ओटा मध्ये ३ ओटा त्रिकोणमितीय अनुपात्तहरूको मान थाहा भए पुग्दछ ।

५. **बढी सिकाइ** : मस्तिष्कमा भित्री सकेका कुराहरू पनि प्रयोगमा नआउँदा स्वतः विस्मृतिमा जान सक्छन । जस्तै : पहाडहरू नै । यसरी पुर्नताजगिको आवश्यकता रहिरहन्छ ।

माथि उल्लेखित पाँचतहहरूको अध्ययन (उदाहरण सहितको) गरेपछि निम्न प्रश्नहरूमा केन्द्रित रही विचार गर्नुहोस् । आफ्नो विचारबाट निस्केका निचोडहरू सबै एउटा नोट कपीमा टिपोट गर्नुहोस् ।

१. माथि उल्लेखित पाँचतहहरूको भूमिका, गणितीय अवधारणाहरू बनाउनमा कति महत्त्वपूर्ण ठान्नुहुन्छ ? टिपोट गर्नुहोस् ।
२. यी पाँच तहहरूको क्रम र अन्तरसम्बन्धको बारेमा सहमति वा थपघटको बारेमा समूहगत टिपोटहरू बनाउनुहोस् ।
३. यी पाँच तहहरूका बारेमा फाइदा/बेफाइदा टिपी समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।

पाठपत्र २

नमुना पाठ

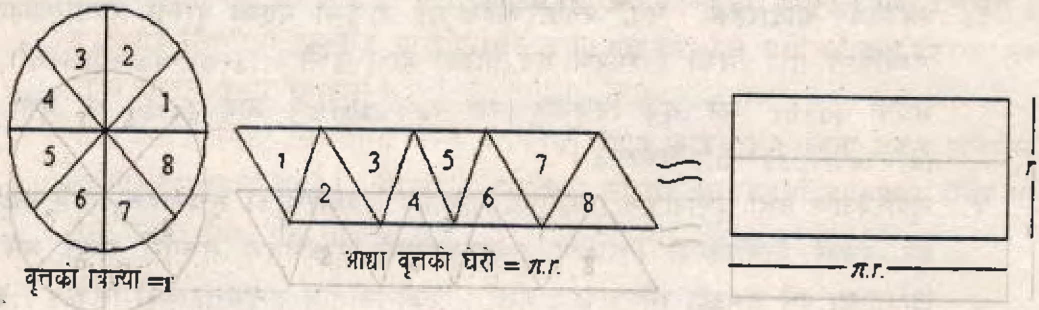
गणितीय सूचनाहरूको प्राप्ति, अवधारणाहरूको निर्माण र स्मरणका पाँच तहहरू समाविष्ट भएको एउटा यस प्रकार छ :

शीर्षक : वृत्तको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्रको निर्माण

पहिलो चरण : वृत्तको परिभाषा र तद्नुसारको वृत्तहरू बनाउन मिल्ने कुराहरूको खोजी कार्य ।

दोस्रो चरण : वृत्तको निर्माण ।

तेस्रो चरण : वृत्तलाई त्रिज्यागत कटाइबाट आयतमा परिवर्तन गर्ने कार्य ।



चौथो चरण :

वृत्तको पूरा घेराको लम्बाइ = $2\pi r$

वृत्तको आधा घेराको लम्बाइ = πr

आयतको लम्बाइ = वृत्तको आधा घेराको लम्बाइ

आयतको चौडाइ = वृत्तको त्रिज्याको लम्बाइ

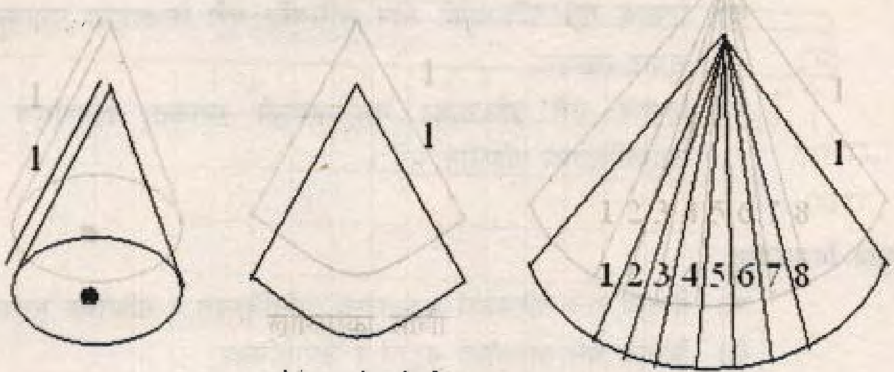
तसर्थ, वृत्तको क्षेत्रफल = आयतको क्षेत्रफल

= आयतको(लम्बाइ × चौडाइ)

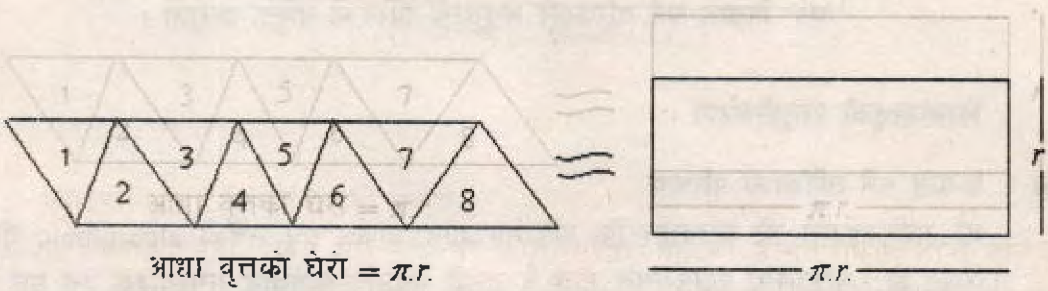
$= \pi r.r = \pi r^2$

नोट : यसकार्यमा विद्यार्थीहरूको सुपरिवेक्षण गर्दै उनीहरूलाई प्रशस्त पृष्ठपोषण दिने ।

पाँचौं चरण : सोलीको सतहको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् जसको लागि आवश्यक निर्देशनहरू दिनुपर्दछ । जस्तै : तल दिइएको चित्रको क्रमश: अध्ययन गर्न लगाउन सक्नुहुन्छ ।



खोलिएको सोली



आधा वृत्तको घेरा = π.r.

नोट : सोलीका टुक्राहरू जति ससाना बनाउन सक्यो त्यतिकै राम्रो आयत बन्दछ ।

पाठ चार : हिसाब गर्ने प्रक्रियाको शिक्षण (Teaching algorithm)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) हिसाब गर्ने प्रक्रिया (पद्धति) को अर्थ, परिभाषा र महत्त्व बनाउन,

ख) हिसाब गर्ने प्रक्रियाको सीप अभिवृद्धि गरी सिकाइमा प्रभावकारीता एवम् सुधार ल्याउन,

ग) हिसाब गर्ने प्रक्रियाका नमुनाहरूको व्याख्या, विश्लेषण गर्दै यसको उपयोगिताको पहिचान गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) हिसाब गर्ने तरिकाको अवधारणा (प्रतिबिम्बन र मस्तिष्क मन्थनबाट),

ख) हिसाब गर्ने तरिकाको महत्त्व र उपयोगिता,

ग) हिसाब गर्ने तरिकासम्बन्धी सीपको अभिवृद्धि,

घ) हिसाब गर्ने तरिकाको अनुसरण गरिएको नमुना प्रस्तुति ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) **हिसाब गर्ने तरिकाको परिचय**

धेरै मानिसहरूले यो सोच्दछन् कि गणितीय ज्ञान आर्जन गर्नु भनेको algorithmic सीपहरू सिक्नु हो । वास्तवमा परम्परागत सोच नै जसरी भएपनि गणितीय समस्याहरू हल गर्न सिक्नु नै गणितीय ज्ञानार्जन हो भन्ने रहेको पाइन्छ । यस सोचाइअनुसार गणितीय अवधारणाहरूको बुझाइ, प्रयोग, सृजनशील सोच, विस्तार, सहसम्बन्ध, सीपविश्लेषण, संश्लेषण, सिद्धान्त/ढाँचा आदि कुराहरू ओझेलमा परेको भान हुन्छ । यसको मतलब गणितीय ज्ञानआर्जन गर्ने प्रक्रियालाई न्यूनीकरण गर्न खोजेको नभई ती प्रक्रियाहरू कसरी प्रभावकारी रूपमा प्रयोगमा ल्याउन सकिन्छ भन्ने एउटा खोजको विषय बन्दछ । त्यसो त विकसित देशहरूमा कम्प्युटर, रेखा चित्रीय क्याल्कुलेटर आदि छन् । तर ती उपकरणहरूले पनि स्वचालित रूपमा काम नगरी हाम्रो मस्तिष्ककै निर्देशनमा सञ्चालित हुन्छन् । यी चरणबद्ध निर्देशनहरूको समूहबाट नै algorithm एउटा प्रविधिको रूपमा विकसित भएको हो । यसरी algorithm को प्रयोग ले नै शिक्षकमा भएका गणितीय अवधारणाहरू र तत्सम्बन्धी अनुभव र सीपहरू विद्यार्थीहरू समक्ष पुऱ्याई उनीहरूमा दिगोरूपले विकसीत गराउने एउटा प्रणालीको विकास गराउँछ । Algorithm कुनै एउटा ठोस आकारप्रकारको घनिभूत सूत्र होइन जुन यसका सीपहरूको विकास गराउन प्रयोग होस् । Algorithm skills सिक्न/सिकाउनको लागि त्यहाँ अरू धेरै

उपायहरू पनि हुन सक्दछन् साथै शिक्षकहरूको शिक्षण अनुभव खारिदैं जाँदा algorithm लोकप्रिय हुनुको कारण यसको बहुचरणीय विद्यार्थीहरू, उनीहरू कै मौलिकरूपका विधिहरू/चरणहरू पनि विकसित हुन सक्छन् । विद्यार्थी तथा शिक्षकहरूबीच algorithm नै प्रमुख छन् जसको सहयोगले नै गणितीय परिणामहरू प्राप्त हुन्छन् । खासगरी algorithm प्रणाली सहसम्बन्धमा नै आधारित छ । Algorithm प्रणाली स-साना कक्षामा प्राप्त हुने गणितीय ज्ञान तथा सीपहरू सिक्ने सिकाउने कार्य देखि उच्च अध्ययनमा समेत प्रयोग हुनुको साथै माध्यमिक तहको गणितको पाठ्यक्रममा समेत यसलाई विशेष ध्यान दिइएको छ ।

ख) तलको घटना अध्ययन गर्नुहोस् ।

मुनदीपा एक मेहनती, लगनशील र आफ्नो शिक्षणको पेसाप्रति अति नै बफादार शिक्षिक हुन । गतवर्ष उनले गणित शिक्षणमा धेरै नै परिश्रम गरिन तर विद्यार्थीहरूको सिकाइमा भने आशातीत सफलता पाउन नसक्दा आफ्नो शिक्षण विधिमा पुनर्विचार गर्नुपर्ने महसुस गर्छिन । यो कुरा उनले आफ्ना अरु गणित शिक्षकहरूसँग पनि राख्ने सोच बनाईन । खास गरी जब उनी शिक्षण विधिमा कसरी प्रभावकारिता ल्याउने बारेमा घोत्लिन्छिन तब उनलाई आफ्नो बिगत (स्कुल/कलेजमा पढ्दाको) ले बुझाउँछ । उनले सोच्न पुग्छिन कि आफूलाई पढाउने शिक्षकहरूले कसरीकसरी पढाउँथे ? कुनकुन शिक्षकले पढाएको राम्रोसँग बुझिन्थ्यो र ती विषयमा राम्रोगर्न सकिएको थियो ? उनीहरूले हिसाब गर्दा प्रयोग गर्ने ढाँचा कस्तो थियो ? कस्ता खालका हिसाब गराइका ढाँचाहरू पछिसम्म पनि सहजै सम्झनामा रहीरहन्थे ? आफ्नो हिसाब गराईको कुनप्रकारका ढाँचाहरूले गणितीय धारणाहरू प्रस्ट भई जाँचको तयारी समेत राम्रो गर्न सकिएको थियो ? आदि कुराहरू मनमा केलाउँदै गर्दा अर्को एउटा कुराले विशेषतः मन छोएको पाउँछिन त्यो हो ? गणितीय अवधारणाहरूको प्रयोग, यसका समस्या समाधानका चरणहरू व्याख्या गर्दै समस्या समाधानको प्रक्रिया भित्रका चरणहरू समेटिएको मार्ग चित्र (Road map) बनाई शिक्षण गर्ने । अर्थात, गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने पद्दतिको विभिन्न चरणहरू खुलेको नक्साङ्कन (framework, format, flowchart) सहितको शिक्षणविधि अपनाउने ।

मुनदीपा मिसमा आएको यो चिन्तनलाई उनले दैनिक जीवनमा आइरहने अन्य कुराहरूसँग पनि तुलना गर्न पुग्छिन । जस्तै : घरबाट निस्कनु अघि आफू पुग्नुपर्ने गन्तव्यसम्मको सडकचित्र (route), घर बनाउनु पूर्वको नक्साङ्कन, पर्यटकले प्रयोग गर्ने सहरका मार्ग चित्र, हाम्रो देश नेपाल भनी सम्झिदा हाम्रो मस्तिष्कमा तुरुन्त रेखाङ्कित हुने यसको तस्विर, कुनै साथीलाई सम्झिदा आफ्नो मस्तिष्कमा तुरुन्त बन्न आउने उसको प्रतिबिम्ब (image) आदि । यसरी उनले हिसाब गराइको प्रक्रियालाई पनि विद्यार्थीहरूमा तद्नुरूपका मार्गचित्र (flowchart) हरू प्रतिविम्बीत हुन गई उनीहरूको सिकाइमा सरल ढङ्गले चिरस्थाइपन आओस् भन्ने अपेक्षा राख्दछिन् ।

माथि दिइएको घटना अध्ययन (Case study) गरेपछि तपाईंलाई के लाग्छ ? निम्नलिखित प्रश्नहरूमा ध्यान केन्द्रित गर्नुहोस् ।

१. के मुनदीपा मिसको चिन्तन र आफूले पढ्दाको पुनस्मरणले उनको शिक्षणमा प्रभाकारीता ल्याउने देख्नु हुन्छ ? के उनको विचार ठीक हो ?
२. के उनले बनाएको नयाँ शिक्षण विधिसँग तपाई सहमत हुनु हुन्छ ?
३. के उनले गणितीय अवधारणाहरू र समस्या समाधानका विधि एवम् प्रक्रियाहरूलाई दैनिक जीवनका साधारण कुराहरूसँग तुलनागरी ती अवधारणाहरूलाई सरलीकरण गर्न खोजेको कुरा तपाईं पनि गर्न सक्नुहुन्छ ? थप केही सोच्न सक्नु हुन्छ कि ?
४. यो विधिबाट हिसाबगर्दा कुनै चरणहरूमा (Steps) दोहोर्‍याउनु वा थप जोडदिनु पर्दा वा चरणबद्ध रूपमा विद्यार्थीहरूले बुझे नबुझेका कुराहरू पत्ता लगाई शिक्षण गर्दा के बढी उपलब्धिमूलक होला ?
५. परम्परागत हिसाब गराई र मार्ग चित्र (Flowchart) सहितको शिक्षण सिकाइमा (हिसाब गर्ने प्रक्रियामा देखा पर्न सक्ने फाइदा/बेफाइदाहरूबारे विचार गर्नुहोस् ।

ग) **हिसाब गराइको प्रक्रियागत चरणहरूको सीप विकास**

तल दिइएका Algorithm का विशेषताहरू अध्ययन गरी आफ्नो धारणा बताउनुहोस् ।

नोट : Algorithm भन्नाले "Sequence of step by step instructions to be followed for solving a particular problem" भन्ने बुझिन्छ । अर्थात Algorithm is a finite set of rules which gives a sequence of operations for solving a given problem" हो ।

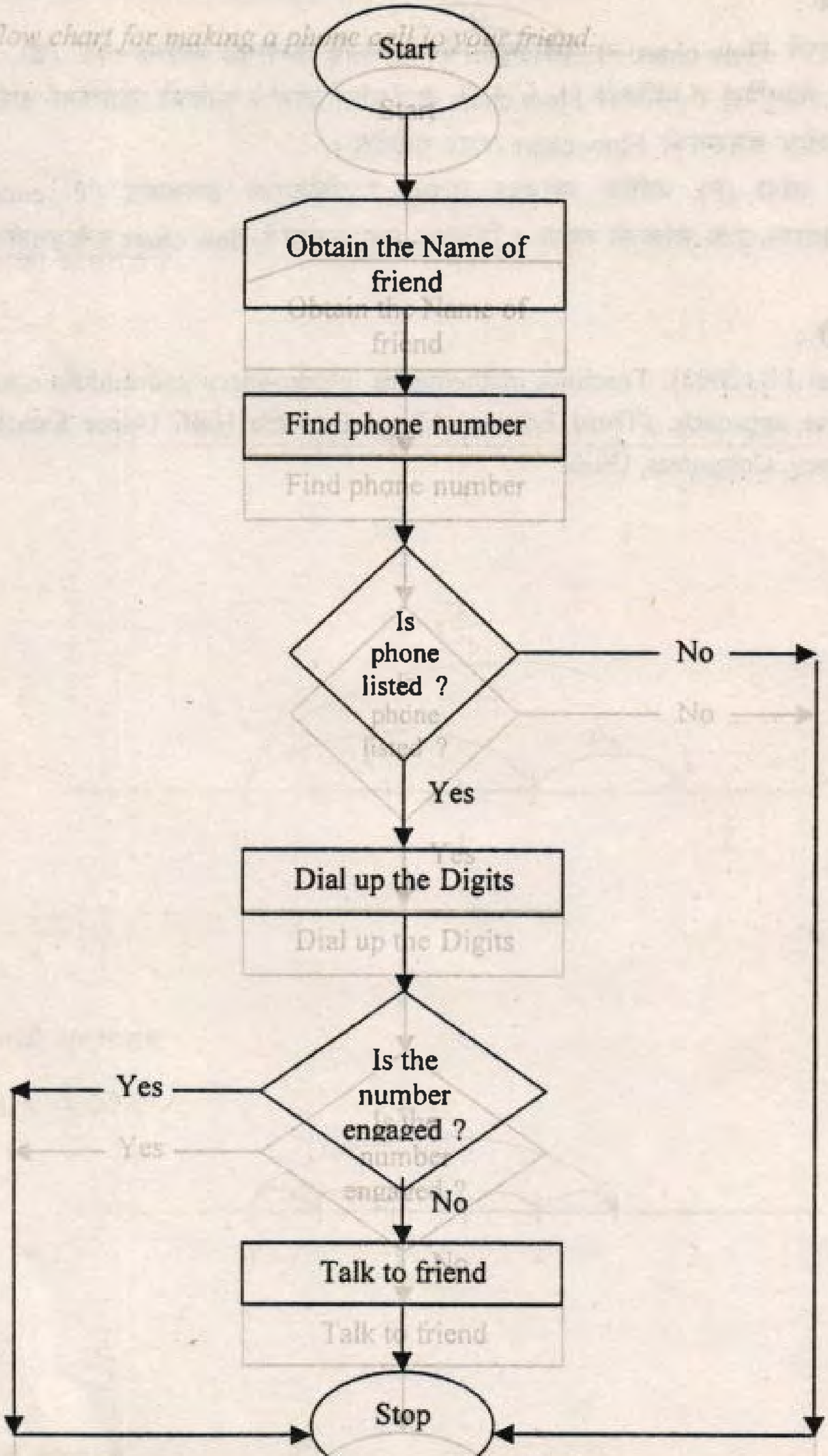
- Algorithm को पहिलो चरण "START" र अन्तिम चरण "STOP" हुन् ।
- Algorithm ले समस्या समाधानको मार्ग चित्र (design of a solution) दिन्छ ।
- Algorithm को पहिलो सोच भनेको समस्या समाधानका प्रमुख चरणहरूको चित्रण गर्नुहो भने यसको अन्तिम सोच अन्तरगत पहिलो सोचको हरेक चरणको विस्तृत रूप (refinement) ससाना चरणहरूमा चरणवद्ध गर्नु रहन्छ ।

अन्ततः यो एउटा कोड (code) भाषामा उद्रित कार्यक्रम हो । अर्थात Algorithm का चरणहरूलाई चित्रण गर्दा यसले flow chart/flow diagram दिन्छ ।

यसमा वाण अङ्कित रेखाहरूले जोडेको विभिन्न बक्सहरू (boxes) हुन्छन् । हरेक बक्सभित्र चरणबद्ध कार्यहरू (समस्या समाधानार्थ) लेखिएको हुन्छ ।

घ) माथि उल्लेखित Algorithm को विशेषताका आधारमा तल दिइएको यसको नमुनाको अध्ययन गर्नुहोस् ।

A flow chart for making a phone call to your friend:



४. प्रतिबिम्बन :

क) माथिको Flow chart मा देखाइएका कार्यहरूलाई चरणबद्ध रूपमा (क), (ख),............ गरी लेख्नुहोस् र माथिको Flow chart बाट प्राप्त ज्ञान र सीपको आधारमा तल दिइएका गणितीय समस्याको Flow chart तयार गर्नुहोस् ।

यदि साँवा (P), वार्षिक ब्याजदर (R%), र तोकिएको समयवधि (T year), दिएको अवस्थामा उक्त साँवाको ब्याज र मिश्रधन पत्ता लगाउने flow chart बनाउनुहोस्।

५. सन्दर्भसूची :

Cangelosi J.S.(2003). Teaching mathematics in secondary and middle school : an interactive approach. (Third Edition) Merril Prentice Hall. Upper Saddle River New Jersey, Columbus, Ohio.

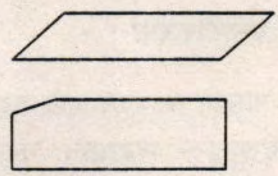
अनुसूची

Flow chart मा प्रयोग गरिएका विभिन्न आकार प्रकारका बक्सहरूको अर्थ निम्नानुसार छ :

- सुरु र अन्त्यका लागि :
  (Oval Shape)

- Yes/No उत्तर आउने प्रश्न अङ्कित बक्स :
  (Rhombus)

- निश्चित प्रकारको कार्य वा निर्देशनका लागि जसको परिणाम एउटै हुन्छ :

  (Rectangle)
- परिणाममुखि (कुनै कार्य गरिसकेपछि) बक्स :
  (Parallelogram or
  rectangle cut onthe left-top)
  

पाठ पाँच : हिसाब गर्ने प्रक्रियाको शिक्षण (Teaching algorithm)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) हिसाब गर्ने प्रक्रियाका पाँचओटा प्रकारहरूको परिचय दिन र प्रयोग गर्न ।

ख) हिसाब गर्ने प्रक्रियाका सातओटा तहहरू उदाहरण सहित प्रस्तुत गर्न ।

ग) हिसाब गर्ने प्रक्रियाका सबै तहहरू विचार गरी बनाई Algorithm को नमुना प्रस्तुत गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) Algorithm का पाँच प्रकारहरू

ख) Algorithm का सातओटा तहहरू

ग) Algorithm का साततहहरू समाविष्ट भएको यसको एउटा नमुना निर्माण

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

तल दिइएको पाठको अध्ययन गरी तद्नुरूपको धारणा बनाउनुहोस् :

क) **गणितीय समस्याहरू समाधान गरी निश्चित परिणाम (result) प्राप्त गर्ने प्रक्रियाहरू (विधिहरू)**

गणितीय समस्याहरू समाधान गरी निश्चित परिणाम (result) प्राप्त गर्ने प्रक्रियाहरू (विधिहरू) पाँचप्रकारका छन् :

१. **अङ्कगणितीय प्रक्रियाहरू** : गणितका चारओटा आधारभूत क्रियाहरू (जोड, घटाउ, गुण र भाग) अङ्कगणितीय समस्याहरू समाधानमा प्रयोग गर्दाका विभिन्न चरणहरू (steps) लगायत तथ्याङ्कशास्त्रका विभिन्न केन्द्रीकृत मानहरूको गणना गर्दा प्रयोग हुने प्रक्रियाहरू यस अन्तरगत पर्दछन् ।

२. **नापजाँच गर्ने प्रक्रियाहरू** : हिसाब गर्ने यस विधिमा प्रोट्याक्टरले कोणहरू नाप्ने, स्केलले सिधा रेखाहरूको लम्वाई नाप्ने, रेजाहरूको (Tally bars) प्रयोगबाट वारम्वारता (frequencies) पत्ता लगाउने, कोठाहरूको लम्वाइ, चौडाइ र उचाइ नाप्ने आदि प्रक्रियाहरू पर्दछन् ।

३. **अभिव्यञ्जकहरूको पुन :संरचना गरी हल गर्ने विधि** : यसमा वर्ग समीकरणहरू हल गर्ने, खण्डीकरण गर्ने आदि जस्ता प्रक्रियाहरू पर्दछन् ।

४. **गणितीय सम्बन्धहरूको रूपान्तरण :** यस विधि अन्तरगत विभिन्न तरीकाहरू अपनाई चरणबद्ध रूपमा दिइएका बीजगणित समीकरणहरूको हल गर्ने जस्तै : प्रतिस्थापना विधि, जोड/घटाऊ विधि, म्याट्रिक्स विधि आदि पर्दछन् ।

५. **गणितीय औजारहरू (tools) को प्रयोग :** कम्प्युटरमा विभिन्न कार्यक्रमहरू (Programs) बनाएर समस्याहरू समाधान गर्ने विधिहरू, क्याल्कुलेटर तथा ग्राफिक क्याल्कुलेटरहरू प्रयोग गरी विभिन्न आँकडाहरू सेट गरी हिसाबगर्ने विधिहरू आदि यस विधिमा पर्दछन् ।

माथि उल्लेखित हरेक विधिको एकएक गणितीय समस्या बनाई समाधान गर्ने चरणहरू/क्रमबद्ध रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् । आफूले बनाएको Algorithm साथीहरूसँग साटफेर गरेर अध्ययन गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।

ख) गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने विधिको स्वरूप निर्धारण

गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने विधिको स्वरूप निर्धारण (Design of algorithmic lesson) गर्दा विचार पुऱ्याउनुपर्ने सातओटा तहहरू निम्नप्रकार छन् :

१. **उद्देश्यको चर्चा :** Algorithm शिक्षणको यो पहिलो खुड्किलो हो । जसमा शिक्षकले विद्यार्थीहरूलाई त्यस Algorithm को उद्देश्य स्पष्ट पार्दै यसको प्रयोग र महत्त्व के छ ? भन्ने कुरामा उत्प्रेरित गर्नुपर्छ । विद्यार्थीहरू शिक्षकको प्रस्तुतिप्रति आश्वस्त हुँदै आज कुनै खास हिसाबगर्ने सीपको विकास गर्दैछौं भन्ने भानमा परेको हुनुपर्दछ । जसले गर्दा उनीहरू त्यस्ता तरीकाहरूको अभिवृद्धिमा पूर्ण रूपमा सकारात्मक हुन्छन् ।

२. **परिणाममुखी अनुमान, अभ्यास तथा व्याख्या :** Algorithm को परिणाम के आउँछ भन्ने बारेमा विद्यार्थीहरूलाई सजग गराउनुपर्ने हुन्छ । अन्यथा यस विधिले राम्रो काम गर्दागर्दै पनि यो केको लागि भन्ने द्विविधा रहनुको साथै अशुद्ध परिणाम पनि ल्याउन सक्छ । विद्यार्थीहरू अलमलिएमा त्यहाँ धेरै गल्तीहरू पनि हुनसक्छन् । यस विधिको प्रयोगबाट पूर्वअनुमानित परिणाम जाँच गर्ने, गल्तीहरू पत्ता लगाउन सजिलो हुने, Algorithm को समस्या समाधान (Problem solving) विधि सँग सम्बन्ध स्थापित हुने जस्ता कुरामा थप रुची पैदा गराउँछ ।

३. **प्रक्रियाको सामान्य पुनरावलोकन :** यस चरणमा विद्यार्थीहरूलाई शिक्षकले Algorithm को सामान्य खाका भनि दिनुपर्ने हुन्छ । यदि गणितीय समस्याको समाधान प्रक्रिया लामो छ भने त यो ज्यादै नै उपयोगी हुन जान्छ ।

४. **प्रक्रियाको तहगत व्याख्या :** एउटा गणितीय समस्याको उदाहरण दिएर यसका सुरुदेखि अन्त्यसम्मका हरेक चरणहरूमा कस्तो त्रियाहरू (Operations) भएका छन् ? किन ति

चरणहरू आवश्यक भए ? ती चरणहरू अघि, पछि वा दुवैतिरका चरणहरूसँग कस्तो सम्बन्ध स्थापित भएको छ ? स्पष्ट रूपमा व्याख्या गरिदिनुपर्दछ ।

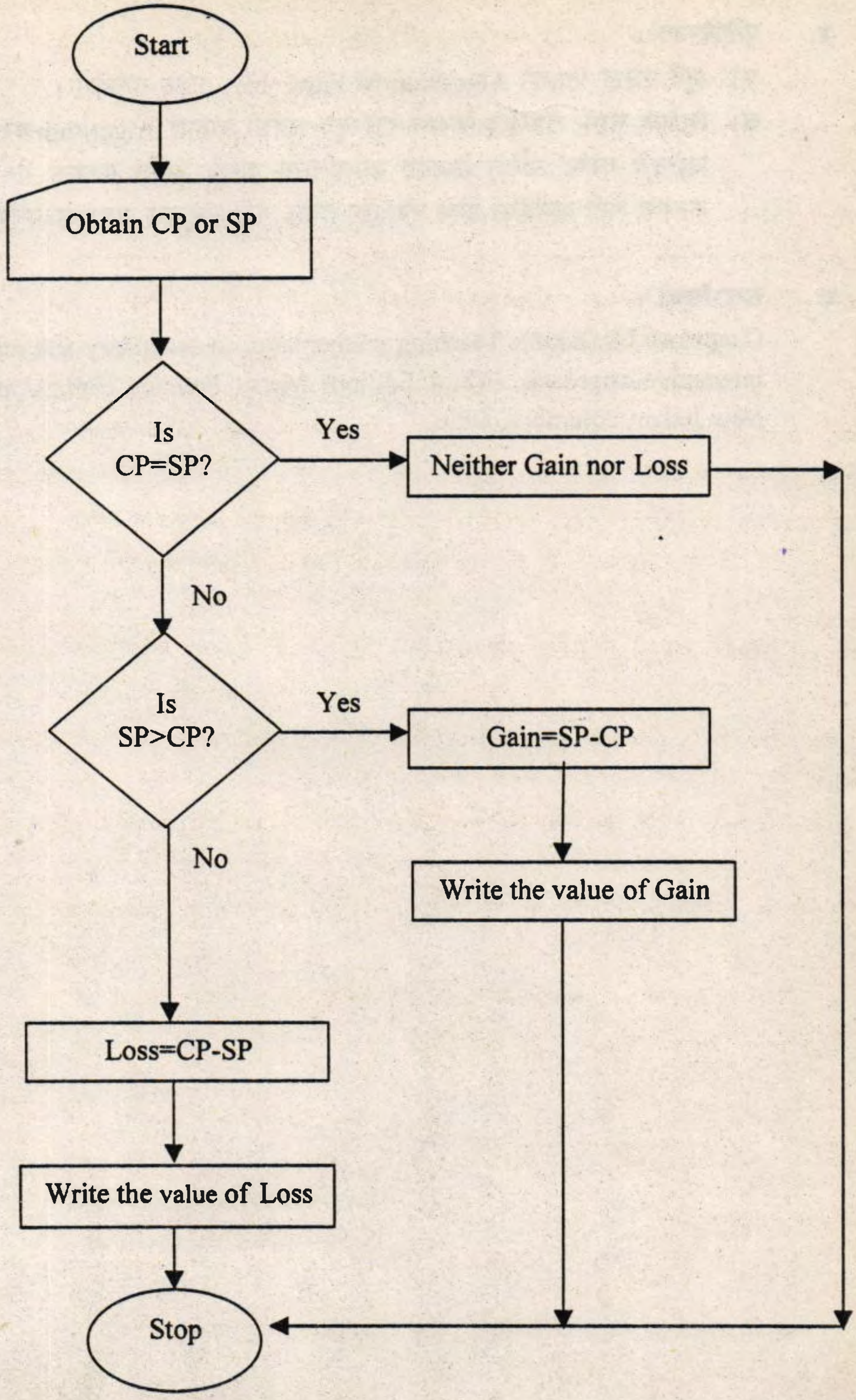
५. **प्रक्रियाको प्रयोग तथा परीक्षण :** एउटा नमुनाको रूपमा Algorithm को प्रयोग गरी हिसाब गर्न दिने र त्यसको परीक्षण गर्दा भेटिएका गल्ती, कमीकमजोरीहरूको विश्लेषण गरी, Algorithm मा निपुणता ल्याउने प्रयास यस चरणमा गरिन्छ ।

६. **गल्तीहरूको स्वरूप विश्लेषण तथा सुधार :** विद्यार्थीहरूले Algorithm लाई प्रयोगको रूपमा कार्यान्वयन गर्न सिकिसकेपछि यसको प्रक्रियागत चरणहरूमा देखापर्ने विद्यार्थीहरूका गल्तीहरूलाई विश्लेषण गरी गल्तीका स्वरूप अनुसारको पुनः शिक्षण गर्न तिनीहरूलाई पृष्टपोषणको रूपमा लिने Algorithm को यो छैटौँ तह हो ।

७ **बढी सिकाइ (Over learning) :** शिक्षक साथीले यहाँनिर ज्यादै ध्यानदिनुपर्ने कुरा यो छ कि विद्यार्थीहरूले प्राप्त गरेको Algorithm को सीपलाई त्यस्तै मेल खाने अन्य परिस्थितिमा (Subsequent situation/lesson) प्रयोग गर्न सक्ने स्थितिमा कतिको निमुण देखिन्छन् भनेर जानकारी राख्नु पर्ने हुन्छ । उनीहरूले प्राप्त गरेका सीपका आधारमा शिक्षकले थप कुराहरू कति र कसरी दिने भन्ने कुरा निर्धारित हुन्छन् ।

माथि दिइएको गणितीय समस्या समाधान गर्दा विचार पुऱ्याउनु पर्ने सातओटा तहहरू अध्ययन गरीसकेपछि निम्नलिखित कुराहरूमा चिन्तन मनन गर्नुहोस् ।

- Algorithm lesson को स्वरूप निर्धारण गर्ने सातओटा तहहरूसँग के तपाईं पूर्णतया सहमत हुनुहुन्छ ? किन ?
- के तपाईं यी सातओटा तहहरूमा केही थपघट गर्न चाहनु हुन्छ ? तपाईंका सुझावहरू सहपाठीसँग छलफलमा लैजानुहोस् ।
- यी सातओटा तहका उपयोगीतासम्बन्धी कम्तीमा चारओटा बुँदाहरू तयार गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।
- क्रयमूल्य (CP) र विक्रयमूल्य (SP) दिइएको अवस्थामा नाफा (P) वा नोक्सान (L) पत्ता लगाउने Algorithm को नमुना बनाई तल दिइएको Flowchart सँग तुलना गर्नुहोस् ।


Start
Obtain CP or SP
Is
CP=SP?
Yes
Neither Gain nor Loss
No
Is
SP>CP?
Yes
Gain=SP-CP
No
Write the value of Gain
Loss=CP-SP
Write the value of Loss
Stop

४. प्रतिबिम्बन :

क) कुनै एउटा पाठको Algorithm को Flow chart तयार गर्नुहोस् ।

ख) शिक्षक साथी तपाईंले शिक्षण गरिरहनु भएको पाठको Algorithm को Flow chart बनाइ पढाउने गरेमा गणित सिकाइ उपलब्धिमा कस्तो प्रगति महसुस गर्न सक्नुहुन्छ होला ? कल्पना गरी कम्तीमा पाँच बुँदाहरू तयार गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।

५. सन्दर्भसूची :

Cangelosi J.S.(2003). Teaching mathematics in secondary and middle school : an interactive approach. (Third Edition) Merril Prentice Hall. Upper Saddle River New Jersey,Columbus, Ohio.

एकाइ : चार

गणितीय सञ्चारसीप

Competency 4	: Develop communicative skills of mathematics in students
Total hours	: 6
Total session	: 4

पाठ एक : गणितीय सञ्चारसीप (Mathematical communicative skills)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) कक्षामा हुने गणितीय सञ्चार का सम्बन्धमा जानकारी दिन,

ख) कक्षामो सञ्चारलाई विद्यार्थी केन्द्रित बनाउने तरीका खोज्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) विद्यार्थी कार्य (Student task)

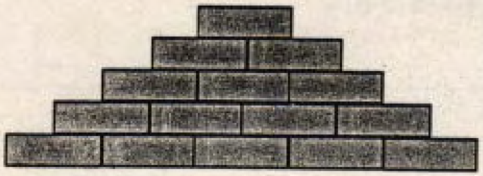
ख) कक्षामा भएको दोहोरो कुराकानी ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) **Student task**

यसलाई (Sequence) को धारणा निर्माणको लागि प्रयोग गरिन्छ । यसैको आधारमा विद्यार्थीले छलफल गर्दछन् ।

उदाहरणहरू (Examples)	गैर उदाहरणहरू (Non examples)
• 3, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, • -13, -2, 9..........,130, 141, 152 • नजितेसम्म रेडियोमा हुने बाजीमा सुरूमा रु 100 राख्ने र घण्टौ पिच्छे रु 20 ले वढदै जाने । • 15, 10, 5, ०, -5, -10, ... • रजिनाकी खुत्रुकेमा राखिएको पैसाको क्रम जसमा सुरूमा उनले रु 100 राखिन् र त्यसपछि हरेक शुक्रवार रु 10 का दरले थप्दै गइन ।	• 7, 0.7, 0.07, 0.007, 0.0007,............46, 6.78, 2.60, 1.61,..............,1.02, 1.00, 1.00, 1.00 • 4% ले प्रत्येक महिना जम्मा हुने रु 750 को मिश्रित ब्याज । • कक्षामा भएका विद्यार्थीको रोल नं. का आधारमा क्रमवद्ध पारिएको उनीहरूको उमेर । • 1, 2, 4, 8, 16, ..., 1048576

• 22.6, 22.6, 22.6, 22.6 • प्रत्येक हारमा राखिएका इट्टाहरू तलको चित्रमा : 	• 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21.

उदाहरणहरूमा केकस्ता समानता छन् ? यिनीहरू कसरी गैर उदाहरणबाट फरक छन् ?

- तपाईंको पहिलो परिकल्पना यहाँ लेख्नुहोस्..
- तपाईंको दोस्रो परिकल्पना यहाँ लेख्नुहोस्..
- तपाईंको तेस्रो परिकल्पना यहाँ लेख्नुहोस्..
- तपाईंको चौथो परिकल्पना यहाँ लेख्नुहोस्..

पहिलो छलफल :

शिक्षक रमाले विद्यार्थीलाई माथि दिइएको Student task दिएर १३ मिनेटको समयभित्र दुईओटा समूहका सम्बन्धमा पहिलो परिकल्पना बनाउन लगाइन् । यसमा उनले उदाहरणहरूमा हुने समानता र यिनीहरू गैरउदाहरण भन्दा के मानेमा फरक छन् भनी लेख्नलाई सम्झाइन् । यसपछि दिइएको समय सकिएपछि रमाले विद्यार्थीलाई प्रश्नोत्तरका लागि तयार रहन अप्रत्यक्षरूपमा निर्देशन दिइन । विस्तारै प्रश्नोत्तर सुरू भयो ।

रमा : राजु, तिम्रो पहिलो परिकल्पना पढ त ?

राजु : उदाहरणहरू उस्तै छन्, किनभने तिनीहरू एउटै कोलममा छन् । गैरउदाहरणहरू फरक कोलममा छन् ।

रमा : हो सही हो । मैले उदाहरण र गैर उदाहरणहरूलाई त्यसरी नै सङ्गठित गरेको छु । ठीक छ, रमेश, तिमी सुरू गर त ।

रमेश : दुवै कोलममा भएका संरचनाहरू क्रममा छन् । तर देब्रेतिरको अलि बढी क्रममा मिलेको जस्तो छ । हैन र शर्मिला ?

शर्मिला : दाहिने तिरको सङ्ख्यामा पनि क्रमको ढाँचामा छ नि । निश्चित ढाँचाको मात्र कुरा होला र प्रकाश ?

प्रकाश : सबै ढाँचामा छैनन् नि । दायाँ तिरको दोस्रोमा हेर त (त्यसमा ढाँचा छैन) ।

शर्मिला : तर म भन्छु त्यसमा पनि निश्चित ढाँचा छ ।

रमा : एक छिन है त । प्रकाश र शर्मिलालाई एकछिन कुरा गर्न दिएर एउटा निर्क्योल निकाल्न दिऔँ है त ।

शर्मिला : दोस्रोमा भएको सङ्ख्या घट्दै गएको छ । त्यसले त्यो पनि एउटा ढाँचा हो ।

प्रकाश : हैन, अन्त्यका दुईओटा त घटबढ भएनन् नि ?

शर्मिला : मैले ती सङ्ख्याहरूलाई मेरो क्याल्कुलेटरमा खेलेर हेरे । यसरी हेर्दा पहिलो सङ्ख्या अघिल्लोको वर्गमूल रहेछ । त्यो धेरै दशमलव स्थानसम्म लिँदा मिल्दोरहेछ ।

रमा : प्रकाश, के तिमी सहमत छौ कि गैर उदाहरणहरू पनि निश्चित ढाँचामा छन् ?

प्रकाश : हो, मैले त्यस्तै पाएँ ।

रमा : प्रकाश र शर्मिलासँग सहमत हुनेहरूले हात उठाऊ । राजु अहिलेसम्मको निचोडलाई बोर्डमा टिपोट गर ल ।

निचोड :

- छलफलको सुरूआत विद्यार्थीबाटै गराउन राम्रो
- राम्रोसँग योजना बनाई विद्यार्थीबीच छलफल गराउनु आवश्यक
- धारणा निर्माणमा विद्यार्थीको सक्रिय सञ्चार आवश्यक ।

शिक्षक रमाले अर्को छलफल निम्नअनुसार अघि बढाउँछिन :

दोस्रो छलफल :

रमा : रमेश तिम्रो परिकल्पनामा सुधार गर्न चाहन्छौं ?

रमेश : म मेरो परिकल्पनालाई पूरै परिवर्तन गर्न चाहन्छु, किनभने गैर उदाहरणहरूमा पनि निश्चित ढाँचा रहेछ ।

रमा : राम्रो । रविना, तिमी पढ त ।

रविना : अघिल्लो सङ्ख्यामा केही जोडदा पछिल्लो आउँछ हैन र चित्रा ?

चित्रा : मलाई त रविनाको कुरा नमिलेजस्तो लाग्यो । किनभने अन्तिम गैर उदाहरण हेर त त्यसमा $1+1=2$, $1+2=3$, $2+3=5$, $5+3=8$ । यसमा निश्चित कुरा देब्रेतिरको कोलममा लागू हुन्छ होला हैन र सुनिता ?

सुनिता : रविनाको कुरा तिमीले अहिले गरेमा पनि मिल्दैन र ? तिमीले केही जोडयौ । सुरूका दुईओटा बाहेक अरूमा क्रमशः सङ्ख्याहरू बढदै गएका छन् । तर एउटा उदाहरणमा त घटेको छ नी ।

रमा : एकपटक रविनाको कुरा सुनौन त । किनभने हामी उनको कुरामा छलफल गरी रहेका छौं ।

रविना : नकारात्मक सङ्ख्या जोडदा त घटछ नी सुनिता । म पनि आफ्नो परिकल्पनालाई परिवर्तन गर्दैछु । हरेक पछिल्लो सङ्ख्या अघिल्लो सङ्ख्यामा कति सङ्ख्या जोडदा आउँछ ।

रमा : राजु, सुनिताको परिकल्पना लेखेर त्यसको तलतिर पहिलो उदाहरण लेख त ।
राजुले ३, ३.१, ३.२, ३.३, ३.४, ३.५, ३.६ लेखे ।

रमा : त्यसरी नै पहिलो गैर उदाहरण लेख त ।
राजुले ७, ०.७, ०.०७, ०.००७, ०.०००७ लेखे ।

रमा : यदि रविनाको परिकल्पना ठीक छ भने यी दुईओटा Sequence हरूमा केकस्तो विशेषता हुनुपर्नेछ ? राजुलाई कसले सघाउछ त यहाँ ? हरि तिमी पनि अगाडि आउ त ?

राजु : वास्तवमा पछिल्लो सङ्ख्या पाउन अघिल्लोमा केही सङ्ख्या जोड गरिएको हुनु पर्नेछ ।

रमा : राजुको टेस्ट असफल भएमा के होला त रमेश ?

रमेश : परिकल्पना बेठीक हुन्छ ।

रमा : अनि पास भएमा के हुन्छ जीवन ?

जीवन : मलाई याद भएन । प्रश्न के होला ?

रमा : प्रश्न के हो त राजु ?

राजु : मैले यहाँ लेखेको छु ।

जीवन : ए........त्यसो भए त परिकल्पना ठीक छ ।

रमा : अनिता, तिम्रो विचारका परिकल्पना ठीक छ त ?

अनिता : परिकल्पना ठीक छ जस्तो लाग्यो हैन चित्रा ?

चित्रा : रमा मिसले सोधेका कुरा त्यतिमात्र हैन जस्तो लाग्यो ? मेरो विचारमा टेस्ट सफल हुँदा सो सत्य हुन्छ र मिसको प्रश्नको उत्तरमा आउछ "हैन" ।

सुनिता : काम गरेर हेरौं न त ।

रमा : हरी राजुको टेस्ट गरेर हेर त ?
हरिले निम्नअनुसारको टेस्ट गरे :

$3.0+0.1=3.1$

$3.1+0.1=3.2$

$3.2+0.1=3.3$

$3.3+0.1=3.4$

$3.4+0.1=3.5$

$3.5+0.1=3.6$

हरी : तर अर्को उदाहरणमा यसले काम गर्दैन । त्यसमा ऋणात्मक सङ्ख्या जोड्नु पर्ने हुन्छ । फेरी 0.7 बाट 0.07 पार्न जति जोड्नु पर्छ, 0.07 बाट 0.007 पार्न फरक सङ्ख्या जोड्नु पर्छ ।

रमा : हरी र राजुले आ-आफ्नो काम गर्नेछन् । तिमीहरू सबै क्याल्कुलेटरको प्रयोग गरी राजुको टेस्ट प्रयोग गर ।

त्यत्तिकैमा हरीले निम्नअनुसार लेख्छन् :

7+(-6.3)=0.7

7+(-6.93)=0.07

7+(-6.993)=0.007

7+(-6.9993)=0.0007

7+(-6.99993)=0.00007

केहिबेरको छलफल पछि कक्षा रविनको परिकल्पनामा सहमत हुन्छ । त्यसपछि शिक्षक रमाले सबैलाई Sequence को दुईदुईओटा उदाहरण लेख्नलाई भन्नुहुन्छ । त्यसपछि तेस्रो चरणको छलफल सुरू हुन्छ ।

- विद्यार्थीलाई कुरो बुझेन भनेर छोडनुको सट्टा दोहोऱ्याई/तेहेऱ्याई फरकफरक ढङ्गले प्रश्न गर्ने,
- एकजनाले जानेको अर्कोलाई बोल्न लगाउने,
- विद्यार्थीहरूलाई उनीहरूका भनाइ ठीक भएनभएको जाँच्न लगाउने ।

तेस्रो छलफल

रमा : रमेश, सुनिता र जनक आफ्नो कुनै एउटा उदाहरण बोर्डमा लेख त ?

रमेश लेख्दछ : 5, 10, 25, 20, ...

सुनिता लेख्छिन् : 0, 0, 0, 0

जनक लेख्दछ : ½, 0, -1/2, -1, $-1\frac{1}{2}$, -2

यी उदाहरणको आधारमा रमा छलफललाई अगाडी बढाउँछिन :

रमा : तिमीहरूले तेस्रो सङ्ख्या कसरी निर्धारण गऱ्यौ ? जनक तिमीले केको आधारमा तेस्रो सङ्ख्या कसरी निर्धारण गर्‍यौं ?

जनक : दोस्रो सङ्ख्यामा पहिलो र दोस्रोको फरकलाई जोडेर तेस्रो सङ्ख्या पत्ता लगाएँ ।

रमा : अलिशा तिमीले पहिलो सङ्ख्या छनोट गरयौं त ?

अलिशा : मलाई थाहा छैन ।

रमा : तिम्रो Sequence पढेर सुनाऊ त ।

अलिशा : 9, 10, 11, 12, 13

रमा : किन 9 ?

अलिशा : मेरो जन्मदिन 9 गते पर्छ ।

रमा : किन 1 को फरक ?

अलिशा : तपाईंको मतलब मिस ?

रमा : जस्तो रमेशको Sequence मा 5 ले फरक छ, सुनिताकोमा 0 ले र जनककोमा -1/2 छ । तिमीले किन 1 को फरकमा सङ्ख्या छनोट गऱ्यौं त ?

अलिशा : खासै कारण त छैन । यसै सजिलो लाग्यो ।

रमा : अलिशाको भनाइ के छ भने पहिलो सङ्ख्या पनि यसै छनौट गर्न सकिन्छ । त्यसरी नै फरक सङ्ख्या पनि । तर त्यसपछिका सङ्ख्याहरू ती दुई सङ्ख्याको आधारमा निर्धारण गरिन्छ । त्यस्तै हैन र मदन ?

मदन : हो मलाई त्यस्तै लाग्छ ।

रमा : तिम्रो विचारमा के हो त शर्मिला ? मैले भनेको कुरा ठीक छ ?

शर्मिला : हो ठीक छ ।

रमा : अनि तारा तिम्रो विचारमा ?

तारा : मलाई त ठीक छ जस्तो लागेन ? किनभने तपाईं बारम्बार त्यति प्रश्न गरिरहनु हुन्छ ?

रमा : यस बारेमा तिमीलाई के भन्नु छ, रविना ?

रविना : मलाई त के लाग्छ भने पहिलो सङ्ख्या र Difference थाहा भएमा सबै सङ्ख्याहरू पत्ता लाग्दै जान्छन् हैन र जानुका ?

जानुका : तर Sequence को अन्तिम सङ्ख्या कसरी थाहा पाउने त ?

ज्याङवो : मेरो विचारमा थाहा पाउनुपर्ने तेस्रो कुरा हो यो ।

रमा : त्यसो भए केके तीनकुरा अनिवार्य भयो त, Sequence का लागि ? तारा तिमी भन्न सक्छेऊ ?

तारा : पहिलो सङ्ख्या दोस्रो सङ्ख्या र कतिओटा सङ्ख्या, हैन त शर्मिला ?

शर्मिला : दोस्रो सङ्ख्याको सट्टामा "फरक" भन्नु पर्छ होला हैन र रमेश ?

रमेश : तर पहिलो र दोस्रो थाहा नभै कसरी फरक पत्ता लगाउने त ? दुवैकुरा उस्तै हुन् ।

शर्मिला : हो मलाई पनि त्यस्तै लाग्यो ?

रमा : रीता, रमेश, सुनिता र जनकले गरेको निर्णयको छलफलको निष्कर्षलाई तिमी कसरी भन्छ्यौ त ?

रीता : मिस, उनीहरूको निष्कर्ष : Sequence बनाउनलाई पहिलो सङ्ख्या, फरक र जुन सबैमा समान हुन्छ, र Sequence मा हुने सङ्ख्या कति ओटा भन्ने हैन र ।

रमा : रमेशको भनाइ के थियो त ?

रीता : पहिलो दुईसङ्ख्या भएमा फरक पनि पत्ता लागिहाल्छ ।

रमा : भन त शर्मिला के भन्न खोजेको तिमीले ?

शर्मिला : हामीले ती तीनओटाको नाम दिनु परेन त ? अघिल्लो पाठहरूमा हामीहरूबीच छलफलबाट आएका कुराहरूलाई हामीले नामाकरण गरेका थियौं नि त ।

रमा : एकदम राम्रो कुरा । राजु यो Sequence मा हामीले कुन काम गरेका छौं ? जोड्ने वा गुणन गर्ने ?

राजु : जोड्ने मिस ।

रमा : त्यसो भए यसलाई अहिलेलाई Addition Sequence भन्दा के होला ? कस्तो लाग्यो तिमीलाई तारा ?

तारा : तपाईंले त "अहिलेलाई" भन्नु पऱ्यो । यसको वास्तविक नाम के होला त ?

रमा : त्यो कुरा तिम्रो गृहकार्य गर्ने बेलामा किताब हेरेर याद पाउनेछौं । अहिले किताब हेर्नुपर्दैन । लौ त सुरू गरौं हाम्रो छलफल । ताराले भने जस्तै हामीलाई Addition sequence का लागि तीनओटा कुरा चाहिन्छ । पहिलो सङ्ख्या, सङ्ख्याहरूको बीचको फरक र सङ्ख्याहरूको सङ्ख्या । यस पछि शिक्षक रमाले चौथो छलफलको क्रम सुरू गर्नु हुन्छ । सुरूमा अहिलेको छलफलको निष्कर्षलाई बोर्डमा एक भागमा सबैले पालो गरी लेख्छन् ।

- सबै विद्यार्थीलाई छलफलमा सहभागी गराउने तरिकाहरू अरु पनि हुन सक्छन् तर शिक्षक रमाको तरीका तीनजनालाई उदाहरण दिन लगाएर अरुलाई छलफल गर्न लगाए बढी प्रभावकारी देखिन्छ ।
- धारणाको नामाकरणमा विद्यार्थीहरूको सक्रिय सहभागितालाई बढावा दिनुपर्दछ । सक्रिय ढङ्गले कुनै पनि विषयवस्तुको विषयमा सञ्चार गरिराखेको व्यक्तिले कुनै पनि धारणाको नामाकरण ठीकै ढङ्गले गरेको हुनसक्छ ।
- उनीहरूका निष्कर्ष अपूर्ण हुनसक्छन् । पूर्णता दिनका लागि आवश्यक प्रश्न (तर ठाडो हैन) हरू आवश्यक हुन्छन् ।
- विद्यार्थीका implicit धारणाहरूलाई Explicit गराउन उनीहरूलाई वारम्वार व्यक्त गर्ने मौका दिनुपर्छ ।

चौथो छलफल :

रमा : यसरी हामीले पहिलो सङ्ख्यालाई 'a' मान्यौ भने अर्को मान्नुपर्ने सङ्ख्या के हुन्छ जनक ?

जनक : a मा a जोडदा आउने सङ्ख्या होइन मिस ?

रमा : त्यो फरक नाम के राख्ने होला त हिशिला ?

हिशिला : 10 भने के हुन्छ मिस ?

रमा : जवाफका लागि धन्यवाद । तर कुनै सङ्ख्या भन्दा पनि पहिलो सङ्ख्यालाई दिइएको जस्तै दिँदा के होला ?

हिशिला : 'd' भन्या के होला त मिस ?

रमा : त्यसो भए दोस्रो सङ्ख्या के गरेर आउने भयो त चन्द्र ?

चन्द्र : a+d गरेर हैन र मिस ?

रमा : कसैको यसमा असहमति छ ? ल त छैन भने हरि भन त तेस्रो सङ्ख्या कसरी आउँछ ?

हरि : a+d+d मिस ।

रमा : जीवन, यसलाई सामान्य बनाएर भन त ?

जीवन : ओहो, मैले प्रश्नै बुझिन ?

रमा : यो बोर्डमा लेखेको पढ त ?

जीवन : a+d+d

रमा : यो expression लाई simplify गर त ।

जीवन : a+2d बनाउन भन्नु भएको हो ?

रमा : चौथो सङ्ख्या नि त ।

रीता : a+3d मिस् ।

रमा : धन्यवाद । शर्मिला पाँचौ सङ्ख्या के होला ?

सर्मिला : a+4d मिस ।

रमा : जानुका त्यसो भए n^{th} सङ्ख्या कति होला लिली ।

जानुका : a+5d

लिली : एक छिन हैत । जानुकाले n^{th} सङ्ख्या भन्दा a+5d भनिन् । तर तपाईले उसलाई छैटौं सङ्ख्या सोधेको हैन । मेरो विचारमा a+5d गलत हो । त्यहाँ n को कुरा कतै हुनुपर्छ मिस ।

रमा : एकछिन पर्खत । n को अर्थ कसकसलाई आउँछ ? हात उठाउ त ?

(२० जना विद्यार्थीले हात उठाए । तर बाँकी ७ जनाले उठाएनन् । रमाले त्यसपछि बोर्डमा निम्नअनुसार लेखिन) :

1^{st} a
2^{nd} a+d
3^{rd} a+2d
4^{th} a+3d
5^{th} a+4d
. .
. .
. .
. .
. .
n^{th} a+?

रमा : म हरेक सङ्ख्याहरू लेख्दालेख्दा वाक्य हुन सक्छ । यी सङ्ख्याहरूको n^{th} साधारण रूप पत्ता लगाउदा सजिलो हुन्छ हैन र ? त्यसो भए 'n' के होला तारा ?

तारा : 'n' तपाईंले अघिदेखि खोज्नु भएको सङ्ख्या हो मिस ।

रमा : ज्याङबो, यसलाई तिमी बताउ त ?

ज्याङबो : 'n' भनेको सङ्ख्याहरूको समूहको क्रम हो । अर्थात Sequence मा कुनै सङ्ख्या कहाँ छ भनेर थाहा पाउने हो । मेरो विचारमा n^{th} सङ्ख्या a+nd हो ।

(१३ जना विद्यार्थीले हात उठाए, रमाले पुनः आफ्नो छलफललाई अघि बढाइन् ।)

रमा : के समस्या पर्‍यो जानुका ?

जानुका : मिस, यो nd नभएर $(n-1)\times d$ हो ।

(त्यस पछि रमाले a+nd को सट्टा a+(n-1)d लेख्छिन ।)

रमा : किन होला त जानुका ?

जानुका : अरु हेर्दा सधैं सङ्ख्याको क्रमभन्दा एकले कम गरेर d ले गुणा गरेको छ ।

रमा : तिमीहरू जानुकासँग सहमत हुनेहरूले हात उठाउ त ।

(अधिकांश विद्यार्थीहरूले हात उठाए । त्यसपछि छलफल अर्को कक्षामा गर्ने निर्णय गरी गृहकार्यका साथ कक्षा समापन भयो ।)

निष्कर्ष :

- साङ्केतिक विषयहरूमा छलफल गराउनु अघि त्यसको ढाँचा, अर्थ, सन्दर्भ खुल्ने गरी उदाहरणहरूमा छलफल गराउने ।
- अङ्कहरूका माध्ययमबाट Formula निर्माण गर्दा विद्यार्थीहरूमा बढी छलफल गराउनु पर्छ । सम्भावित जोखिम जस्तै उदाहरण सीमीत हुने, Formula को बुझाइ अपूर्ण हुनेलाई बेलैमा ध्यान दिनु पर्छ ।
- Formula बनाउँदा वा सामान्यीकरण गर्दा आगमनात्मक विधिबाट गर्नुको साथै विद्यार्थीलाई सक्रिय ढङ्गले सहभागी गराउनु पर्छ ।
- विद्यार्थीले बुझे बुझेनन् भनेर जान्ने प्रत्यक्ष तरिका उनीहरूलाई छलफल र सञ्चारमा सहभागी गराउनु हो । बिना छलफल शिक्षकले मात्रै बोल्ने वा प्रश्न गर्ने कुराले सिकाइ प्रभावकारी नहुन सक्छ ।

समस्या समाधानसम्बन्धी छलफल

उद्देश्य :

क) समस्या समाधानमा आवश्यक तीन कुराहरूको आवश्यकता बोध गर्न ।

ख) समस्या समाधान गर्ने क्रममा आवश्यक पर्ने सञ्चारको तरीकालाई कक्षामा प्रयोग गर्न ।

शिक्षक ममताले बीजगणित सुरू गर्नुपूर्वको क्रियाकलाप गराउँनुछ । यसमा उनले किताबमा दिइएको समस्यालाई बोर्डमा निम्नअनुसार लेख्छिन् ।

टेलिफोन क्विज :

टीका टेलिभिजनको बुद्धिचाल प्रतियोगितामा छन् । उनले पहिलो प्रश्नको जवाफ दिएमा पाँच अङ्क प्राप्त गर्छन । त्यसपछि बिगारेमा-१० अङ्क प्राप्त गर्दछन् । दुईओटा प्रश्न पछिको उनको अङ्क कति हुन्छ ?

विद्यार्थीहरू त्यसपछि आहा कस्तो सजिलो प्रश्न भनेर हल्ला गर्छन । तर ममताले उनीहरूलाई निम्नअनुसार छलफलमा सहभागी गराउँछन् ।

ममता : तिमीले अहिले सम्ममा प्रश्न पढी सक्यौं । यी तीन प्रश्नहरू तिम्रो कापीमा लेखेर यिनको उत्तर लेख त । तीन प्रश्नहरू बोर्डमा हेर त :

समस्याको समाधानले "कुन" प्रश्नको जवाफ दिन्छ ?

- कुन variable का लागि तिमीले समाधान गर्नुपर्छ ?
- समस्या समाधानका लागि कस्ता सूचनाहरू दिइएका छन् त ?

(केही समय पछि छलफल सुरू हुन्छ ।)

ममता : तिम्रो पहिला प्रश्नको जवाफ के छ सपना ?

सपना : दुईओटा प्रश्न पछिको स्कोर (Score) कति होला ? "हैन" र मिस् ।

ममता : सपनाले भनेको कस्को धेरै फरक छ ? (मिलनले हात उठाउँछ) अँ भन मिलन ।

मिलन : मैले त -५ राखें त मिस ।

(त्यस पछि विद्यार्थीहरूले मेरो पनि त्यहि छ भन्दै हल्ला गर्न लागे । त्यतिकैमा ममताले उनीहरूको ठीक भएन भन्ने अप्रत्यक्ष Indication दिएर छलफललाई निरन्तरता दिइन् ।)

ममता : तिमीले कुन प्रश्नको जवाफ दिनु थियो त ?

मिलन : पहिलो दुई प्रश्न पछिको अङ्क कति भयो ?

ममता : हैन मैले लेखाएको पढ त ?

मिलन : समस्याको समाधानले कुन प्रश्नको जवाफ दिन्छ ?

ममता : त्यसो भए मिलनको प्रश्नको जवाफ देउ त विवेक ?

विवेक : पहिला र दोस्रोप्रश्न पछि टीकाको अङ्क कति भयो ?

ममता : ल अब उत्तर विवेक र सपनाको भन्दा फरक छ ? फरक भएमा हात उठाउ । ल ठीकै छ, अब सबैलाई चित्त बुझे जस्तो छ । लौ त विनिता भन त दोस्रो प्रश्नको उत्तर के होला ?

विनिता : "कति अङ्कले टीका पछि छन् " ?

ममता : "पछाडि" किन विनिता ? विनिता ?

विनिता : किन भने उनले प्राप्त गर्नुका सट्टा धेरै गुमाए ।

ममता : अर्जुन तिम्रो केहि छ कि ?

अर्जुन : मेरो विचारमा variable टीकाले कति अङ्क गुमाए भन्ने हो । किनभने समस्याको समाधान नगरी उनी अघि वा पछि छन् भन्ने कुरा थाहै हुन्न ? अझ भनौं अङ्क (Score) यहाँ variable हो ।

ममता : तिमीले भनेको एकदम ठीक छ । तेस्रो प्रश्नको जवाफ त तिमीहरूले सजिलै भन्न सक्छौ हैन र ? लौ त अब नयाँ समस्यामा छलफल गरौं है त । म समस्यालाई बोर्डमा लेख्छु :

एउटा हवाइजहाज प्रतिघण्टा २५० माइलको गतिमा २ घण्टा देखि १३८° को कोणमा विराटनगर बाट उडेको छ । २ घण्टाको अन्तमा त्यो हवाईजहाज विराटनगरबाट पश्चिमतिर कति टाढा पुग्छ ?

ममता : लत पहिलो प्रश्नको जबाफ पढ त हरि ।

हरी : विराटनगरबाट पश्चिमतिर कति टाढा पुग्यो त हवाइजहाज ?

ममता : यसमा कसैको असहमति छ त ? (सबै विद्यार्थी सहमत देखिन्छन् ।) दोस्रो प्रश्नको उत्तर के छ त विनोद ?

विनोद : हवाइजहाज पश्चिममा कति टाढा पुग्यो होला ?

ममता : पश्चिमतिर कहाँबाट नमुना ?

नमुना : विराटनगरबाट ।

ममता : यो कस्तो प्रकारको variable हो सपना ?

सपना : तपाईंको मतलब ?

ममता : कोण, दूरी, तौल के हो ?

सपना : यसमा दूरीको कुरा आउँछ ।

ममता : त्यसो भए यसमा variable के हो त मुकुन्द ?

मुकुन्द : विराटनगरबाट त्यस ठाउँसम्मको दूरी हैन र मिस ?

सपना : ठीक छ । तेस्रो प्रश्नको उत्तर के हुन्छ त हफिज ?

हफिज : २५० माइल प्रतिघण्टाको दरले १३८° कोण बनाई पश्चिमतिर गईरहेको हवाइजहाज ।

समना : यसमा केही थप्नु छ, जनक ?

जनक : विराटनगरबाट, हैन र मिस ?

सपना : लौत पहिलो र दोस्रो समस्याको समाधान गर्न तयार भएर वस ।

निष्कर्ष :

- समस्या समाधान गर्नका लागि विद्यार्थी केन्द्रित सञ्चारको जरुरी हुन्छ । यस्तो सञ्चारमा विद्यार्थीहरूलाई प्रत्यक्ष/अप्रत्यक्ष ढङ्गले समस्या समाधानको दिशामा पथ प्रदर्शन गर्दै लैजानु पर्दछ ।
- समस्या समाधानमा छलफल, सञ्चार र आदानप्रदान (Sharing) को महत्त्वपूर्ण स्थान रहन्छ । तसर्थ समस्या समाधान गरेको बखत विद्यार्थीका धारणाहरूलाई छलफल गराई प्रष्ट पार्नुपर्ने हुन्छ ।
- समस्या समाधान गर्दा Common sence idea लाई आधार मानी छलफल गराउनु पर्दछ । त्यसपछि मात्र गणितीय एवम् प्राविधिक सन्देशलाई परिचित गराउनु पर्छ ।

शाब्दिक बुझाइका लागि क्रियाकलापहरू

यी क्रियाकलापका उद्देश्यहरू निम्नानुसार छन् :

क) शाब्दिक बुझाइका क्रियाकलाप एवम् चरण पत्ता लगाउन,

ख) व्याख्यात्मक बुझाइसँग सम्बन्धित सिकाइ क्रियाकलापहरू निर्माण गर्न ।

व्याख्यात्मक बुझाइ (Interpretive understanding) शाब्दिक (Literal) बुझाइमा भर पर्दछ । त्यसैले धारणा शिक्षकको सुरूको अवस्थामा शाब्दिक बुझाइलाई बढी जोड दिनुपर्दछ । शाब्दिक बुभाईलाई प्रभावकारी बनाउन निम्नअनुसारका कुराहरूमा ध्यान दिनुपर्दछ :

- **शब्द (Word)** : कस्ता सामान्य प्रचलनका शब्द र गणितीय शब्दको ज्ञान विद्यार्थीमा हुनुपर्दछ ? जसले गर्दा दिइएको गणितीय सन्देशलाई अर्थ लगाउन सकियोस् । बुझाइमा अझ प्रभावकारीता ल्याउन कुनै गणितीय ज्ञानसँग सम्बन्धित सिकाइ क्रियाकलाप जरुरी छ त ?

- **प्राविधिक अभिव्यक्ति (Technical expressions)** : कस्ता Symbol र छोटो बनाइएका शब्दहरूको प्रयोग गरिएको छ ? परिभाषा कसरी प्रतिनिधित्व गराइएको छ ? ग्राफ चार्टको प्रयोग आवश्यक छ ? खास गणितीय शब्दहरूलाई कसरी प्रयोग गरिएको छ ।

- **धारणा (Attitude)** : सञ्चार गर्ने व्यक्तिले त्यस सञ्चारमा कस्तो अवधारणा विकास गर्न खोजेको छ जस्तो लाग्छ ? त्योसँग सम्बन्धित कुन पूर्वधारणाको आवश्यकता पर्दछ ?

- **सम्बन्धहरू (Relationships)** : सञ्चारको अध्ययन पछि केकस्ता सम्बन्धहरूका बारेमा उनीहरूले खोज गर्ने मौका पाउँछन् ? ती सम्बन्धहरू कतिको महत्त्वपूर्ण छन् ? उनीहरूले पहिले नै निमार्ण गर्नुपर्ने सम्बन्धहरू केही थिए कि ?

यी चारओटा आवश्यक कुराहरू पछि निम्नअनुसारको अवस्थाहरूबाट शाब्दिक बुझाइका लागि शिक्षण गर्न सकिन्छ :

- **अवस्था पहिलो (First stage)** : विद्यार्थीलाई सन्देश पठाइन्छ, यसमा विभिन्न माध्यमबाट निश्चित परिभाषा, परिकल्पना वा धारणा विद्यार्थीमा सम्प्रेषण गरिन्छ । ती माध्यमहरू छलफल, प्रश्नोत्तर, एवम् अन्य कुनै पनि क्रियाकलापहरू हुनेछन् ।
- **अवस्था दोस्रो (Second stage)** : सन्देशलाई पुन: व्याख्या गरिन्छ, सन्देशलाई अरु भाषामा व्याख्या गर्न लगाइन्छ । यसो गर्दा उनीहरूलाई उदाहरण दिन लगाउने । अर्थ लगाउन भन्ने आदि गरिन्छ ।

- **अवस्था तेस्रो (Third stage) :** सन्देशमा भएको महत्त्वपूर्ण विषय वा विशेषताको विषयमा विद्यार्थीलाई प्रश्न गर्ने , यसरी प्रश्न गर्दा उदाहरण सहित प्रश्न गर्ने । जस्तो त्रिभुजको परिभाषामा "बन्द आकृति" भनिएकोमा प्रश्न गर्ने ।
- **अवस्था चौथो (Fourth stage) :** उनीहरूको जवाफको आधारमा उनीहरूलाई पृष्ठपोषण दिने, उनीहरूले दिएको जवाफमा के कुरा मिल्यो वा के कुरा सच्याउनु छ भन्ने कुरा बताइदिने ।

व्याख्यात्मक बुझाइका लागि सिकाइ क्रियाकलापहरू

व्याख्यात्मक बुझाइ शाब्दिक बुझाइ प्राप्त भइसकेपछि विस्तार गर्नुपर्ने हुन्छ । खास गरी व्याख्यात्मक बुझाइमा बुझाइलाई विस्तार गर्ने काम हुन्छ । उदाहरणको लागि त्रिभुजको परिभाषाको अर्थ बुझे पछि विद्यार्थीले त्रिभुजको बाहिरी र भित्री भागका विशेषताहरूमा छलफल चलाउन सक्छन् । त्रिभुजका प्रकार पत्ता लगाउन सक्छन् । कुन त्रिभुजमा केकस्ता Side हरू छन् व्याख्या गर्न सक्छन् । व्याख्यात्मक बुझाइको लागि विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसारका क्रियाकलापमा सहभागी गराउनु पर्ने हुन्छ :

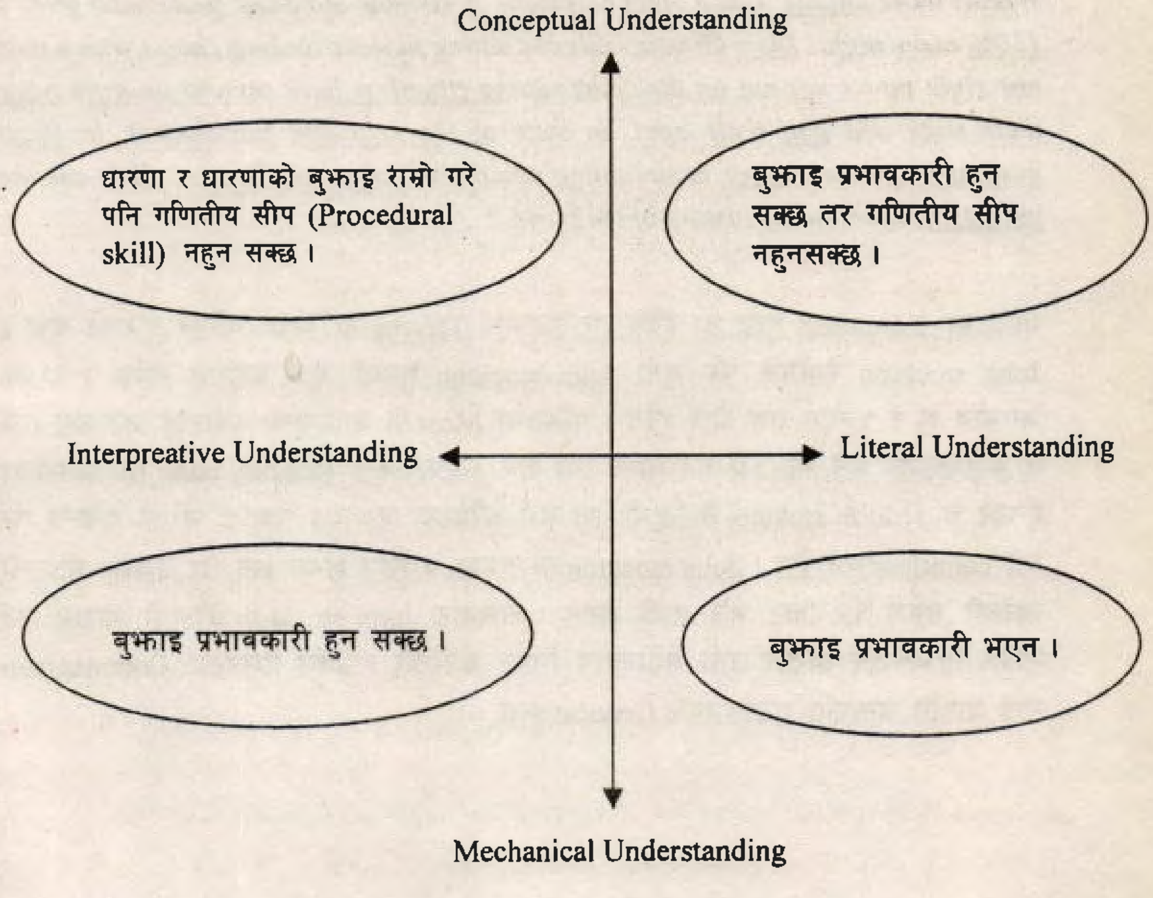
- **खुला प्रश्न (Open ended question) :** प्रश्नहरू सोध्दा बढी खुला प्रश्न, जस्तै : "तिम्रो विचारमा यो त्रिभुजको परिधिसँग बराबर हुने गरी कति ओटासम्म आयत बनाउन सकिन्छ ?" सोध्नु पर्छ । खुला प्रश्नमा उनीहरू कसरी निश्चित बुझाइ विकास गरीरहेका छन्, भन्ने कुरालाई ध्यान दिनु पर्दछ ।

- **सान्दर्भिक उदाहरण (Contextialized examples):** विद्यार्थीले बुझेको कुरालाई स्थानीय सन्दर्भ जोड्न लगाउनु पर्दछ । Function को धारणालाई उसले स्थानीय उदाहरणसँग जोडदो रहेछ भन्ने आधारमा Function सम्बन्धीमा उसको बुझाइलाई परिमार्जन वा अझ् विस्तार गर्न सकिन्छ ।

- **खोजगर्न दिएर (To find out)** : विद्यार्थीले शाब्दिक बुझाइ विकास गरिसकेपछि उनीहरूलाई खोजगर्न दिनुपर्ने हुन्छ । खोजका लागि निश्चित शीर्षक वा समस्या दिन सकिन्छ । जस्तै : पाइथागोरस साध्य, त्रिभुज बाहेक अरु कुनकुन ज्यामितीय सम्बन्धमा प्रयोग गर्न सकिंन्छ ? Natural number र Whole number को set को सम्वन्ध (Relationship) कस्तो बन्छ ? आदि ।

अप्रत्यक्ष शिक्षण विधिहरू

परम्परादेखि नै हामी कहाँ दुईप्रकारका शिक्षणविधि चलिआएको छ । एउटा अवस्थासम्म प्रत्यक्ष शिक्षण गर्ने । सिकाउने र निश्चित कुरामा पारङ्गत/निपुर्ण भएपछि अप्रत्यक्षरूपमा सिकाउने जस्तै काम गरेर सिक्ने वातावण बनाइदिने । काम दिने र मिले नमिलेको जाँच्न लगाउने, हाम्रो साँस्कृतिक क्रियाकलापमा त्यतिकै पाउन सकिन्छ । अप्रत्यक्ष शिक्षण विधिमा विद्यार्थीलाई त्यस्तो वातावरण निर्माण गरिदिने जसमा शिक्षकले उसलाई अवलोकन गरी विस्तारै निश्चित दिशामा लगाउने । यस्ता विधिहरूमा विद्यार्थीले बढी काम गर्नुपर्ने हुन्छ । यसले गर्दा उनीहरूको बुझाइलाई अझ विस्तार गर्न मद्दत पुगदछ ।



बुझाइसम्बन्धी यो चार्टलाई अध्ययन गरौं र हाम्रो सिकाइ क्रियाकलापहरू कुन दिशामा केन्द्रित छन् आफैं प्रतिबिम्बन (Refection) गरौं ।

अनुसूची १

NBA टीमका बास्केटबल खेलाडी John Stockton को बारेमा एकजना TV commentator ले निम्नअनुसारको comment गरे ।

"Who is more unique than a John Stockton? A 40-year-old point guard who gives a 110% every night! Most 40-year-olds are sitting in their rocking chairs with a cold one right now - not out on the court setting countless back screens on guys twice their sizes and half their ages. In spite of the unlimited punishment, he plays maximum minutes, never complaining about the bumps and bruises. He's one the greatest players in the history of the game."

गणितमा Uniquness हुन्छ वा हुँदैन तर यसलाई Degree मा व्यक्त गरिन्न । अर्को कुरा a John stockton प्रयोगले धेरै जना John stockton भएको कुरा इङ्गित गर्दछ । ११०% जनभाव छ र प्रत्येक रात खेल हुँदैन । गणितमा Most ले आधाभन्दा बढीलाई जनाउँछ । के त कमेन्टेटरले भने झै ४० वर्षकाहरू त्यो खेल भएका बेला Rocking chair मा बसिरहेका हुन्छन् त ? John stokton ले टि.भी. मा हेर्दा धेरैपटक अरूलाई पछाडि पारेको देखिन्छ तर त्यो countless भने हैन । John stockton वास्तवमा ७ फिट अग्ला छन् तर उनका प्रतिद्वन्दी त्यसको डबल १२ फिट भने पक्कै छैनन् । खेलबाट John stockton धेरैजसो आराम गर्न बाहिर निस्कन्छन् त्यसैले उनी अधिकत्तम मिनेट खेल्दैनन् । उनले एकपटक Commentator लाई आपत्ति जनाएकि एउटा मात्रै Greatest हुन्छ ।

अनुसूची २

उपभोक्ता सचेतता समस्या (Consumers Awareness Problem)

मानौं तपाईं क्यासेट र गीतका सिडीहरू (CDs) किन्दै हुनुहुन्छ । क्यासेट र सिडीको मोल अमेरिकी डलरमा रहेछ । क्यासेटको Rs. 8 र सिडीको Rs. 16 तर तपाईंसँग जम्मा Rs. 32 बराबरको पैसा छ । अब बताउनुहोस् तपाईं कति तरिकाले यी चीजहरू किन्न सक्नुहुन्छ ? यो कुरा बताउन असमानता $8x + 16y \leq 32$ लाई लेखाचित्रमा उतार्नुहोस् ।

एकजना शिक्षकले एकजना छात्रशिक्षकसँग यसलाई पढाउने तरिकाबारे यसरी कुराकानी गरिरहेका छन् :

शिक्षक : यो लेखाचित्रले क्यासेट र सिडी किन्न सकिने सङ्ख्याका बारेमा कस्तो सम्बन्ध बताउँछ ?

विद्यार्थी : भन्न सक्दिन ।

शिक्षक : तपाईंले बनाएको लेखाचित्रमा बिन्दु (0,2) पनि समावेश छन् । यदि तपाईंले एउटै पनि क्यासेट दिनु भएन भने कति ओटासम्म सिडी किन्न सकिने कुरा यसले बताउँछ ?

विद्यार्थी : मलाई यस्तो केही भन्छ जस्तो लाग्दैन ।

शिक्षक : समस्याअनुसार, तपाईंले कति पैसासम्म खर्च गर्न सक्नुहुन्छ ?

विद्यार्थी : Rs. 32

शिक्षक : ठीक छ । यदि तपाईंको क्यासेट नकिनेमा Rs. 32 ले कतिओटा सिडीहरू किन्न सक्नुहुन्छ ?

विद्यार्थी : एउटा ।

शिक्षक : तर 32 लाई त 16 ले 2 पटक भाग लाग्छ नि ? दुईओटा किन्न सकिन्न ?

विद्यार्थी : करको कुरा नि ? कर तिर्नुपर्छ ।

शिक्षक : ओ हो ! कुरा ठीक छ । तपाईंको भनाइ ठीक छ । तर यहाँ कर नतिरी गर्ने सर्तमा कुरागरौं ।

विद्यार्थी : ठीक छ, त्यसो भए दुईओटा किन्न सकिन्छ ?

शिक्षक : ठीक छ, त्यसो भए चित्रले के देखाउँछ भने, यदि धेरै क्यासेटहरू किनेमा थोरै सिडीहरू किन्न सकिन्छ, थोरै क्यासेट किने धेरै सिडी किन्न सकिन्छ ?

विद्यार्थी : हो यो मैले अघि नै अनुमान गरेको थिएँ ।

शिक्षक : ठीक छ तर यो जस्तो लेखाचित्रले दुईओटा चलहरूबीच (राशीहरूबीच) को सम्बन्ध स्पष्ट छैन भने पनि बुझ्न मद्दत गर्दछ । त्यसैले चित्र हेरौँ । यहाँ X ले केलाई जनाउँछ ?

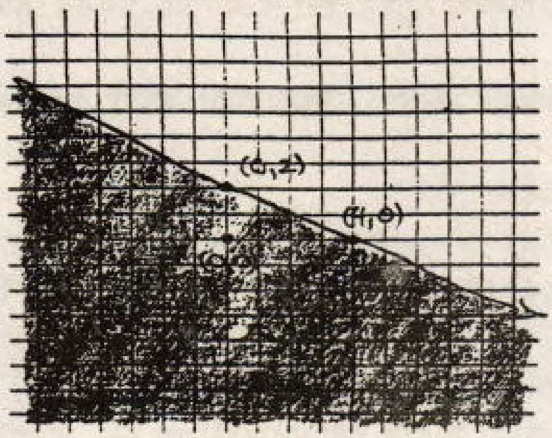
विद्यार्थी : मलाई खासै थाहा छैन । क्यासेट वा सिडी केलाई जनाउँछ होला ।

शिक्षक : कुन चाहिँलाई होला ?

विद्यार्थी : जुनलाई पनि जनाउन सकिन्छ । यो कुरा तपाईंले पहिले पनि भन्नुभएको थियो ।

शिक्षक : तर यो अवस्था कुनै निश्चितलाई जनाउनुपर्छ ....

(कुराकानी बढ्दै छ ।)



अनुसुचि ३

A teacher Rita examines the following definition of the absolute value of a real number:

$|x| = x$ *if* $x \geq 0$ and $|x| = -x$ *if* $x \leq 0$.

She then displays literal understanding of the definition by formulating the following explanation:

'The absolute value of a number is the number itself, if and only if, the number is positive or zero. The absolute value of a number is its opposite, if and only if, the number is negative or zero"

She examines the following definition of the absolute value of a real number:

$|x| = x$ *if* $x \geq 0$ and $|x| = -x$ if $x \leq 0$.

She then displays interpretive understanding of the value or a real number-definition by extending her previous explanation with the following:

"This means that the absolute value of any number is nonnegative. The absolute value of 10, for instance, is just 10 because, as the definition says, the absolute value of a positive number is the number itself. But for -10, the absolute value is its negative and the negative of a negative is positive, so the absolute value of -10 is 10. Zero is its own opposite, so when the textbook authors wrote the definition, they included it in both cases."

अनुसुचि ४

हरिश्चन्द्रको प्रतिबद्धता

धान खेतीले मेरो परिवारमा ठीकक खान लाउन पुग्छ । गतवर्ष सयकडा तीनले किनेको धानको बीऊ यो वर्ष सयकडा ६ मा पुगेको छ । धानको बीऊ किन्नलाई महिनाको सयकडा २ ले नजिकैको साहु सँग ऋण लिएको छु । जति सक्दो चाडो थोरै ब्याज हुदैं उसको पैसा तिर्नु पर्नेछ । आफ्नो योजना पनि पूरा गर्नुछ । आफ्नो ५० मनको दरले उत्पादन हुने धानलाई यो वर्ष ६० बनाउनु छ । हरेक ५० मा १० बढाएपछि म नै गाउँको सबैभन्दा धेरै धान उत्पादन गर्ने किसान बन्छु होला । हुनत गाउँका अनगिन्ति किसानहरूका योजना फेल नखाएका हैनन् । तथापि म आफूलाई एउटा सबैभन्दा कहलिएको किसान बनेको हेर्न चाहन्छु । मानो रोपेर मुरी उब्जाउने मेरो सपना पाथीमा गएर त नटुङ्गियोस् भनेर अधिकतम घण्टा मैले खेतीलाई दिएको छु । बिहान ६ बजे देखि १२ बजेसम्म म खेतमै हुन्छु । यस्तै न्यूनतम घण्टा मात्र म सुत्नमा समय दिन्छु । खासगरी १० बजेदेखि ३ बजेसम्मको मेरो सुताइ नलम्बियोस् भन्ने चाहन्छु ।

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणितीय सञ्चारको अवधारणा विकास गर्न,

ख) गणित सिकाइमा गणितीय सञ्चारको महत्त्व पहिचान गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) सञ्चारमा प्रश्नको भूमिका

ख) गणितीय भाषाको निर्माण

ग) प्राविधिक अभिव्यक्ति

घ) सञ्चारमा धारणा चिह्नको प्रयोग

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

गणितीय सञ्चार भन्नाले के बुझिन्छ ? गणित सिकाइ क्रियाकलापमा सञ्चारको केकस्तो महत्त्व छ ? कसो गर्दा सञ्चार प्रभावकारी हुन्छ ? यी प्रश्नहरू निकै महत्त्वका छन् किनभने हामीले अहिलेसम्म कमैमात्र सोचेको विषयवस्तु गणितीय सञ्चारलाई प्रष्ट्याउने कोसिस गर्नेछौं । यथार्थमा सञ्चारको क्षेत्र जति फराकिलो छ गणितीय सञ्चार पनि त्यत्ति नै फराकिलो र सर्वव्यापी छ । हुन त हामी कक्षाकोठामा हुने सञ्चारको कुरालाई छलफलको विषय बनाइरहेका छौं । तथापी गणितीय धारणा, भाषा, सन्दर्भहरूको प्रयोग दैनिक बातचित, आदानप्रदान र सामाजिक संस्कृतिको सन्दर्भमा हुने गरेको कुरा लुकेको छैन । "धेरै भन्दा धेरै काम गर है । कम्तिमा २ घण्टामा यो सकाउनुपर्छ नि ।" आदि जस्ता भनाइहरूमा प्रयोग भएका गणितीय धारणाहरूले बोक्ने अर्थको प्रभावकारितालाई विचार गर्ने हो भने हामी के बोलिरहेका छौं ? कस्तो भाषाको प्रयोग गरिरहेका छौं ? हामीले प्रयोग गरेको भाषा गणितीय धारणाको हिसाबले कति ठीक छ ? जस्ता प्रश्नहरू उठ्ने गर्दछन् ।

गणितीय सञ्चारमा दुइओटा महत्त्वपूर्ण कुरालाई ध्यान दिनुपर्दछ । पहिलो हामीले कति प्रस्ट (Precised) रूपले सञ्चार गर्न सक्छौं भन्ने कुरालाई ध्यान दिनुपर्ने हुन्छ । उदाहरणका लागि उ अनौठो व्यक्ति हो (To some extent, he is a unique person) भाषिक हिसाबले शुद्ध होला तर गणितमा unique person वा unique object को हद हुँदैन । कुनै वस्तु वा व्यक्ति कि त unique हुन्छ वा हुँदैन । सञ्चारमा prescision भन्नाले गणितीय धारणाहरू उचित प्रयोग

गर्ने कुरालाई इङ्गित गर्दछ । जस्तो अधिकतम भन्ने शब्दले कम्तिमा दिइएको सँख्याको ५०% भन्दा बढीलाई जनाउँछ भने न्यूनतम भन्नाले आधाभन्दा कमलाई जनाउँछ ।

दोस्रो ध्यान दिनुपर्ने कुरा केही गणितीय शब्दहरूको दैनिकजीवन र गणितीय दुनियाँमा फरकफरक अर्थ दिन्छन् । खासगरी गणितीय शब्दहरूमा कुन चाहीं दैनिक जीवनमा प्रयोग हुन्छन् वा हुँदैनन् , कुन चाहीँ फरक ढङ्गले प्रयोग हुन्छन् भन्ने हेक्का राख्नुपर्ने हुन्छ ।

जस्तै :

दैनिकजीवनमा पनि प्रयोग हुने	**गणितमा र दैनिक जीवनमा फरकफरक ढङ्गले प्रयोग हुने**	**गणितमा मात्र प्रयोग हुने**
most, maximum, least, and or, addition, substraction, parallel, vertical इत्यादि ।	power, vulgar, fraction इत्यादि ।	cosecant, polynomial, sigma, cotangent, cosine इत्यादि ।

हामीले सोधेको प्रश्नको उत्तर विद्यार्थीले दिन नसकेमा उसलाई कमजोर, केही पनि नजान्ने, बुझाइ कम भएको विद्यार्थीको रूपमा चित्रण गर्ने गर्छौं । वास्तवमा त्यस्तै हो त ? के हामीले सोधेका प्रश्नमा नै केही खराबी छ कि ? भन्ने कुरामा हाम्रो सोचाइ जानु जरुरी छ । प्रश्नहरूलाई दोहोऱ्याइ तेहेऱ्याइ सोध्नु राम्रो हुन्छ । प्रश्नलाई पुनसङ्गठित गरी सोधेमा सञ्चारमा प्रभावकारिता आउन सक्छ ।

विद्यार्थीको बुझाइलाई अझ फराकिलो बनाउन प्रश्नको भूमिका महत्त्वपूर्ण हुन्छ । खासगरी प्रश्न एक विधिको रूपमा स्वीकारिएको अवस्थामा कस्ता प्रश्नहरूले विद्यार्थीलाई सोच्न सहयोग गर्दछन् ? कस्ता प्रश्नहरूको उत्तर खोज्न विद्यार्थी लालायित हुन्छन् ? जस्ता कुरालाई ध्यान दिनुपर्ने हुन्छ । सारांशमा गणितीय सञ्चारमा निम्न प्रश्नको सोचाइलाई बढी जोड दिनुपर्दछ :

- खुला प्रश्न जसले विद्यार्थीमा सोच्ने बनाउन सकोस् । तर धेरै खुला प्रश्नले विद्यार्थीलाई उत्तर खोज्न धेरै समय नलगाओस् ।
- प्रश्नमा विद्यार्थीलाई Exposure गरिएको हुनुपर्दछ । जस्तो : तिम्रो विचारमा, तिमीलाई के लाग्छ, आदि वाक्यांश राख्नुपर्दछ ।
- प्रश्न विद्यार्थीलाई कमजोर देखाउने हिसाबले गरिनुहुन्न । उनीहरूले जानेको कुरालाई पनि प्रश्नको दायरामा ल्याउनुपर्दछ ।
- विद्यार्थीलाई पनि प्रश्न गर्ने सीपको विकास गर्ने अवसर दिनुपर्दछ । यसो गर्दा उनीहरूलाई सोच्न र सम्बन्ध स्थापित गर्न सहयोग पुग्दछ ।

गणितीय भाषाको निर्माण

कक्षाकोठालाई एउटा गणितीय समुदायको रूपमा स्वीकार्ने हो भने गणितीय भाषाको निर्माण गर्ने कार्य कक्षाकोठालाई बनाउनुपर्दछ । खासगरी विद्यार्थीलाई युवा गणितज्ञको रूपमा स्वीकार गरी उनीहरूलाई भाषा निर्माणको प्रक्रियामा सङ्लग्न गराउनुपर्दछ । प्रश्नहरू उठ्न सक्छन् - विद्यार्थीलाई गणितीय भाषा निर्माणको प्रक्रियामा कसरी समावेश गराउने त ? के शिक्षकले एकोहोरो बोल्दैमा गणितीय भाषाको निर्माण होला त ?

विद्यार्थीलाई गणितीय भाषा निर्माणको प्रक्रियामा सङ्लग्न गराउनका लागि विभिन्न क्रियाकलापहरू गराउन सकिन्छ । प्रथमत: विद्यार्थीहरूलाई सिकाइमा प्रत्यक्षरूपले सहभागी गराउनुपर्दछ । प्रश्नोत्तर छलफल बाहेक cooperative learning approaches जसमा विद्यार्थीहरू समूहमा वा साथीहरूसँग मिलेर काम गर्दछन् । शिक्षकले उनीहरू कुनै गणितीय कार्यहरू कसरी गरिरहेका छन् मात्र हैन बरु कसरी सञ्चार आदानप्रदान गरिरहेका छन् भन्ने कुरालाई बढी जोड दिनुपर्दछ । यसोगर्दा कक्षाकोठामा गणितीय भाषाको विकास क्रमलाई शिक्षकले अनुगमन गरी remedial activities को पहिचान गर्न सक्दछन् । यसका अतिरिक्त उनीहरूमा प्रदर्शन, दैनिक लेखोटहरू एवम् गणितीय समस्या समाधानले गणितीय भाषाको विकासमा महत्त्वपूर्ण भूमिका खेलेको हुन्छ ।

गणितीय भाषा अरु कसैले बनाइदिएको वा थोपरिदिएको भन्ने मान्यतालाई हटाउनु जरुरी छ । सिकाइ क्रियाकलापको माध्यमबाट गणितीय भाषा, सन्देश, सूत्र, धारणाको नामाकरण गराउन सकिन्छ । यसो गर्दा विद्यार्थीको गणितमा रुचि बढ्न गई सिकाइ प्रभावकारी हुन जान्छ । गणितीय भाषा कक्षाकोठामा निर्माण गर्नुपर्छ भन्ने सोचाइका पछाडि निम्न कारणहरू रहेका छन् :

- विद्यार्थीले कक्षामा केही न केही सोचाइ लिएर आएका हुन्छन् । उनीहरू धारणा शुन्य भएर आएका हुँदैनन् ।
- गणितको प्रभावकारिता सामाजिकरूपले निर्मित भाषा र अर्थमा रहन्छ । छलफलबाट निर्मित भाषामा विद्यार्थीको ownership हुन्छ र यसले गर्दा सिकाइमा विद्यार्थीको रुचि बढ्न जान्छ ।
- भाषा निर्माण negotiation को प्रक्रियाबाट हुन्छ । अर्थात् एउटाले बोलेको अर्कोले बुझ्ने परिपाटी negotiation को कारणले भएको हो ।

प्राविधिक अभिव्यक्ति

गणितमा प्रयोग हुने शब्दहरू विभिन्न प्रकारका हुन्छन् । कुनै गणितमा मात्र प्रयोग हुन्छन् भने कति गणितमा अर्कै अर्थ बोकी प्रयोग हुन्छन् । उदाहरणका लागि Power भन्ने शब्द गणितमा

जुनरूपले प्रयोग हुन्छ (x to the n^{th} power) सामान्य जीवनमा अर्कै रूपले प्रयोग हुन्छ । त्यस्तै गणितीय शब्द वा धारणामा परिभाषाहरू पनि सञ्चारमा बढी महत्त्वपूर्ण छन् । उनीहरूमा प्रयुक्त भाषा जस्तो :

$f : A \rightarrow B \text{ iff } (f \leq A \text{ X } B \rightarrow (\sqrt{x} \leftarrow A \text{ f } y \leftarrow B \rightarrow (x,y) \leftarrow f) \text{ and } (x_1,y_1) \leftarrow f$
$\text{and } (x_1,y_2) \leftarrow f \rightarrow y_1 = y_2$

मा रहेका छोटकरी सङ्केतहरूलाई छलफलको विषय बनाइ तिनीहरूले बोक्ने अर्थ खोज्नु पर्दछ । एकैचोटी परिभाषा लेखेर सुरूगर्नुभन्दा त्यो परिभाषा निर्माण गराउने क्रियाकलाप गराउनुपर्दछ ।

प्राविधिक अभिव्यक्तिको अर्को पक्ष प्राविधिक गणितीय शब्दहरू हुन् । यी शब्दहरू विदेशी जस्ता देखिन्छन् । अझ अङ्ग्रेजी बोलिने देशहरूमा पनि प्रत्यक्ष शिक्षण विधि- शिक्षकले मात्रै बोल्नेको प्रयोग गर्दा प्राविधिक शब्दहरू उनीहरूले नबुझेको पाइन्छ । यस्ता शब्दहरू जस्तै लम्ब, समानान्तर, cosine, sine, harmonic mean लाई सन्दर्भमा राखेर छलफल गराउनुपर्दछ । अर्थात त्यस्ता शब्दहरूको ज्ञान निर्माण गर्न सिकाइ गर्नुपरेमा कक्षामा छलफल गर्नुपूर्व विद्यार्थीलाई तिनीहरूका बारेमा केही पढ्न वा खोज्न लगाउनुपर्छ । यसो गर्दा कक्षामा हुने छलफललाई सजिलो हुन्छ ।

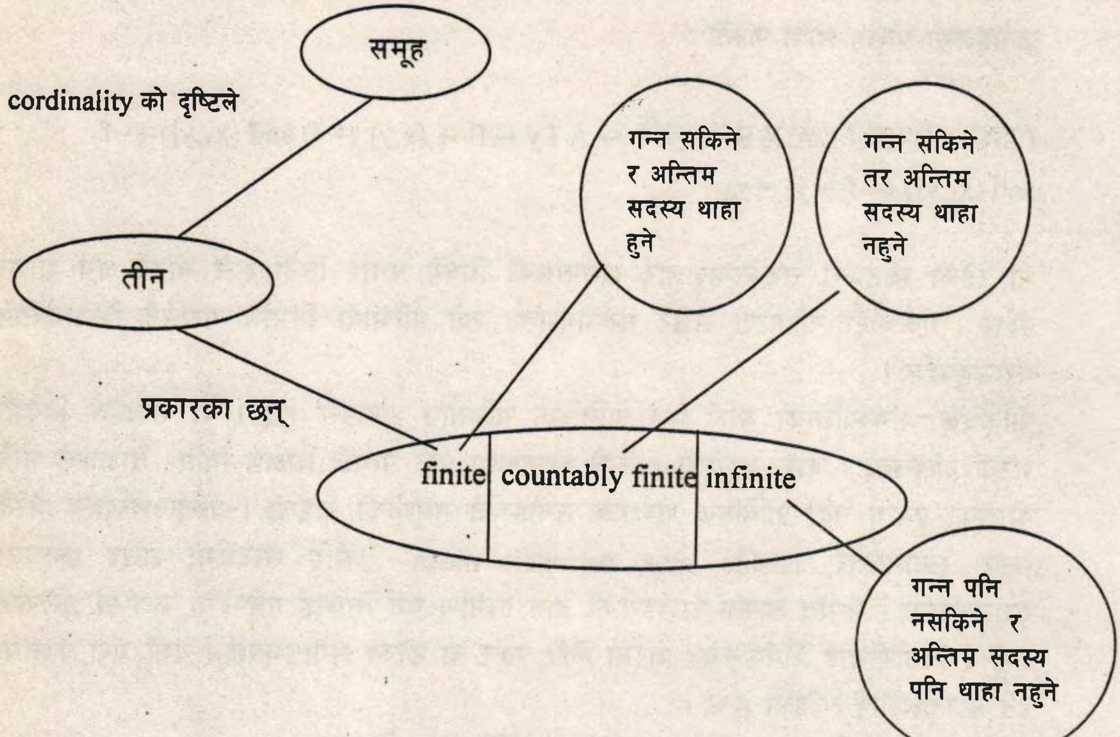
प्राविधिक अभिव्यक्तिहरूमा निम्न कुराहरू समावेश गर्न सकिन्छ :

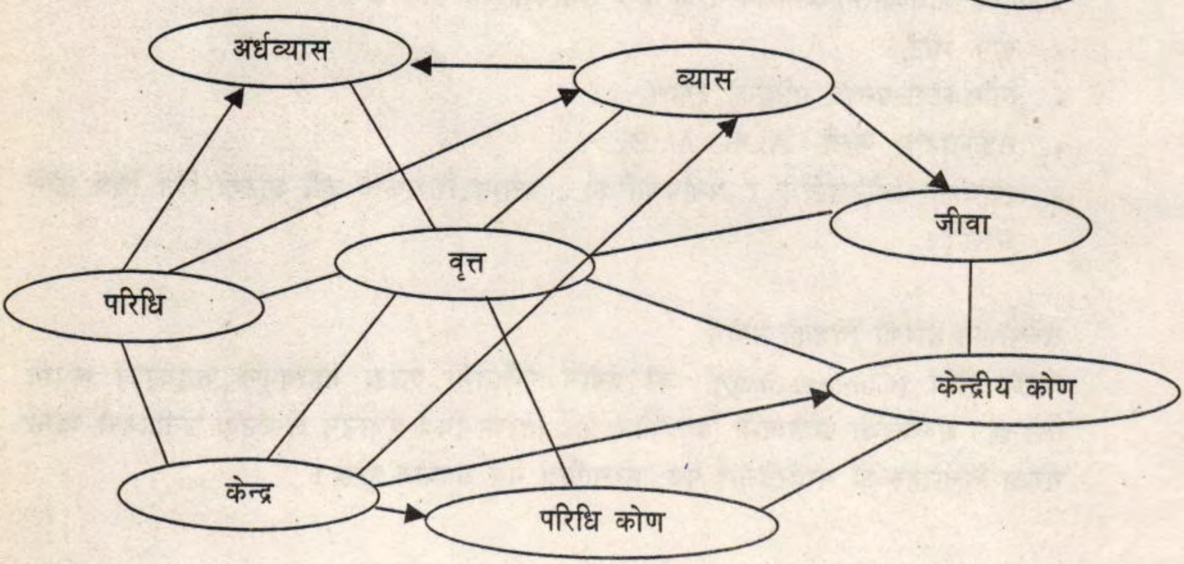
- ग्राफ चार्ट,
- तालिकामा प्रस्तुत गरिएको प्रमाण
- सङ्केतहरू जस्तै : $A \cup B$ - $A \cap B$)
- स्केचहरू (औपचारिक र अनौपचारिक) : यसमा शिक्षकले कुनै धारणा दिन चित्र कोर्न सक्छन् ।

सञ्चारमा धारणा चित्रको प्रयोग

धारणा चित्र (Concept map) को प्रयोग गणितमा एउटा महत्त्वपूर्ण फड्कोको रूपमा लिइन्छ । सञ्चारको प्रक्रियामा विद्यार्थीहरूलाई धारणा चित्र बनाउन लगाउँदा उनीहरूले व्यक्त गरेका विचारहरूको सम्बन्धलाई पुन: परिभाषित गर्न सहयोग हुन्छ ।

धारणा चित्रका केही नमुनाहरू निम्नानुसार दिइन्छ :





छलफलसँगै धारणा चित्र निर्माण गर्न लगाउनाले वा धारणा चित्र मार्फत उनीहरूका अभिव्यक्तिलाई सङ्गठित गरेमा कक्षामा भएको सञ्चार एउटा संज्ञानात्मक पूँजी (Congnitive capital) को रूपमा विकास भै संज्ञानात्मक द्वन्द्व (Congnitive conflict) लाई व्यवस्थापन गर्न सहयोग पुग्दछ ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) हाम्रो विद्यालयको कक्षामा गणितीय सञ्चारको अवधारणाको विकास कसरी गर्न सकिएला ? उदाहरणसहित लेख्नुहोस् ।

ख) विद्यालय तहमा गणित शिक्षणको क्रममा गणितीय सञ्चारले के कस्तो महत्त्व राख्दछ ?

एकाइ : पाँच

शिक्षण सिकाइ रणनीति

Competency 5	:	Select and plan proper teaching strategies and apply them effectivley
Total hours	:	27 hours
Total sessions	:	18

पाठ एक : शिक्षण सिकाइ रणनीति (Teaching learning strategies)

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) शिक्षण सिकाइ रणनीति (Teaching learning strategies) प्रभावकारी बनाउन शिक्षण विधि (Teaching method) र शैक्षणिक प्रक्रिया (Instructional process) बीचको सम्बन्ध खोजी गर्न,

ख) विद्यमान गणित शिक्षणमा देखापरेका कमीकमजोरीहरूको लेखाजोखा गर्न,

ग) विद्यमान कमीकमजोरीलाई निराकरण गर्ने उपायहरूको चयन गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) शैक्षणिक प्रक्रिया (Instructional process)

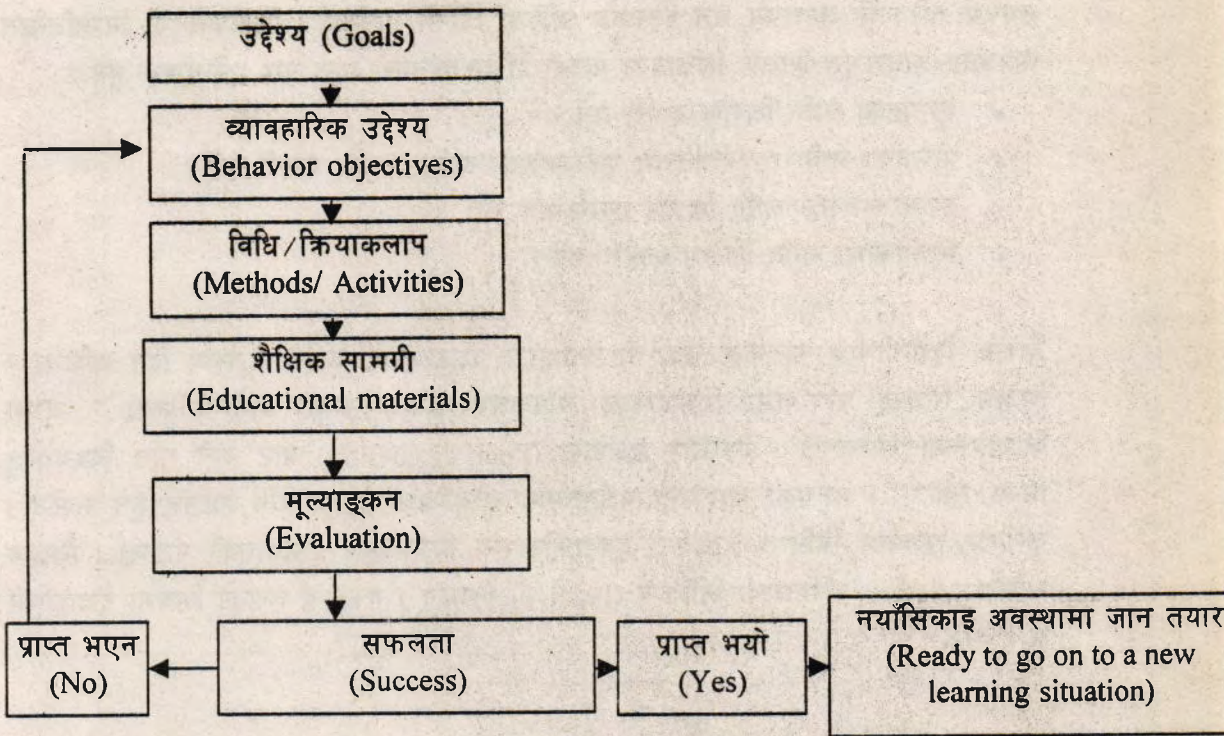
ख) कक्षामा छलफल (Discussion in classroom)

ग) गणित अध्यापन गर्दा देखिएका कमजोरी र तिनको निराकरण गर्ने उपायहरू

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

सिकाइ क्रियाकलाप अर्थपूर्ण बनाउन शैक्षणिक प्रक्रियाको भूमिका महत्त्वपूर्ण हुन्छ । उपयुक्त शिक्षण विधिद्वारा नै विद्यार्थीहरूलाई सहीतरिकाले विषयवस्तु प्रस्ट्याउन सकिन्छ । त्यसो भए कस्तो शिक्षण विधिलाई उपयुक्त शिक्षण विधि भन्ने ? सामान्यतया निर्दिष्ट उद्देश्य प्राप्तिका लागि शिक्षकले अपनाउने कक्षा क्रियाकलापको सङ्गठन तथा प्रस्तुतीकरणको ढाँचा नै शिक्षण विधि हो । वास्तवमा यो एउटा कला हो जसद्वारा प्रभावकारी किसिमबाट कुनै विषयवस्तु सिकाउन सकिन्छ । समग्रमा शिक्षण विधिले विद्यार्थी अथवा सिकारुहरूमा नाप्न सक्ने परिवर्तन

ल्याउन सक्नुपर्छ । अर्थात उनीहरू त्यो सिकाइलाई स्थानान्तरण (Transfer) गर्न र त्यो पाठ/एकाइलाई अरु पाठ/एकाइमा उपयोग (Apply) गर्न सक्षम हुनुपर्छ । सबैभन्दा पहिले त कुनै एउटा एकाइको शैक्षणिक प्रक्रियाको नमुना (Model) हेरौं । जस्तै :



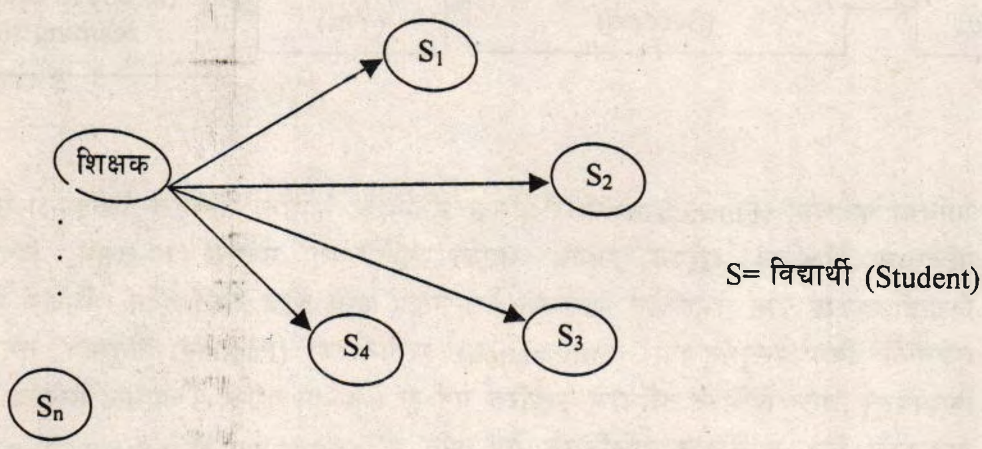
माथिमा फ्लोचार्ट (Flow chart) मा शैक्षणिक प्रक्रियाका विभिन्न तत्त्वहरू देखाइएको छ । यो प्रक्रियाले शैक्षणिक उद्देश्य हासिल भएको सुनिश्चित गर्नुपर्छ । तसर्थ, विषयवस्तु विद्यार्थीहरूलाई प्रस्ट नभइन्जेल शिक्षकले मैले पढाएँ भन्ने सोँच राख्नु हुँदैन । शिक्षण भन्नाले एकतर्फी विषयवस्तु/सूचना (Information) हस्तान्तरण (Passing) गर्नुमात्र नभई ती विषयवस्तु सिक्न विभिन्न तरिकाले उत्प्रेरित गर्नु हो । अथवा एउटा वच्चालाई सिक्नका लागि वातावरण दिनु र सिकाइ सुनिश्चित गर्नु पनि हो (Teaching is not simply passing information but is causing a child to learn). उद्देश्य पूरा गर्ने क्रियाकलाप, शैक्षिक सामग्रीको छनोट प्रक्रियामा तपाईं सधैं चिन्तित हुनुपर्छ । यस्तो भयो भने विद्यार्थीहरूको मूल्याङ्कन गर्दा तपाईं सन्तुष्ट हुनुहुन्छ । विद्यार्थीहरूले सिकाएको कुरा जाने भने अर्को नयाँ विषयवस्तु सिकाउनुहोस् । यसको विपरीत विद्यार्थीहरूले जानेनन्, बुझेनन् भने अब तपाईंले कहाँ गल्ति भयो सही विधिको छनोट भएन कि ? उपयुक्त शैक्षिक सामग्रीको छनोट गर्न

सकिएन कि ? मूल्याङ्कन परिपाटी नै त्रुटीपूर्ण छ कि ? आदि विषयहरूमा फेरि पछाडि फर्किएर हेर्नुपर्छ, दोहोऱ्याइ दिनुपर्छ । तपाईंले विर्सन नहुने अर्को पक्ष विद्यार्थीमा पूर्वज्ञान (Previous knowledge) को भण्डारको जानकारी सम्बन्धमा पनि हो ।

अर्थपूर्ण तरिकाले अध्यापन गर्न छलफल प्रक्रिया दरिलो पार्नुपर्छ । शिक्षकले यी निम्नलिखित चारओटा आधारभूत शिक्षण सिकाइका पक्षमा विशेष चनाखो बन्नु पर्छ । तिनीहरू हुन :

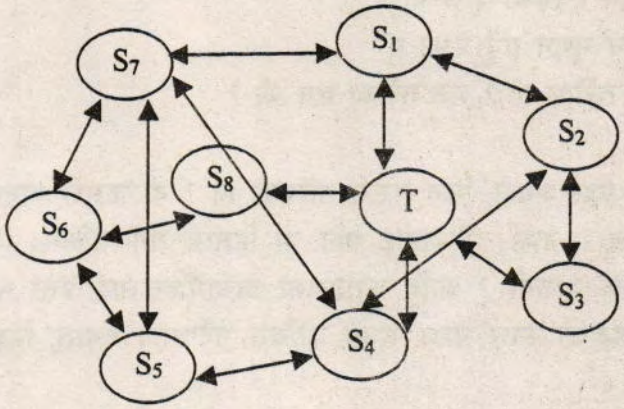
- बुझाइका लागि शिक्षण कसरी गर्ने ?
- पूर्णताका लागि र पूर्वज्ञानसँग एकीकरणका लागि शिक्षण कसरी गर्ने ?
- स्थानान्तरणका लागि शिक्षण कसरी गर्ने ?
- स्थायित्वका लागि शिक्षण कसरी गर्ने ?

शिक्षक विद्यार्थीबीच छलफल गर्दा यी चारओटा पक्षहरूलाई कसरी मूर्तरूप दिन सकिन्छ ? शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा यिनीहरूको अधिकतम प्रयोग कसरी गर्न सकिन्छ ? जस्ता विषयहरूमा सोच्नुपर्छ । कमजोर छलफल (Poor discussion) बाट कुनै पनि विषयवस्तु सिक्न सकिन्न । माथिका चारओटा पक्षहरूसँग सम्बन्धित उद्देश्य पनि हासिल हुन सक्दैन । कमजोर छलफल विधिमा शिक्षकले एकतर्फीरूपमा विषयवस्तु प्रस्टयाएको पाइन्छ । शिक्षक सक्रिय (Active) र विद्यार्थी निष्क्रिय (Passive) रहन्छन् । यसलाई तलको चित्रमा देखाइएको छ । जस्तै :



सबल छलफल (Good discussion) बाट गणितीय धारणा (Concepts) तथा सम्बन्ध (Relations) विद्यार्थीलाई प्रस्टरूपमा दिन सकिन्छ । उनीहरू अलमलमा रहन्न् । नजानेको

कुरा शिक्षकसँग सोध्छन् । साथीसाथीबीच पनि छलफल गर्दछन् । शिक्षक निस्कृय जस्तो बन्दछन् भने विद्यार्थीहरू सक्रिय बन्दछन् । यो भनाइलाई चित्रमा यसरी प्रस्तुत गर्न सकिन्छ ।



T = शिक्षक (Teacher)
S = विद्यार्थी (Student)

गणितमा सिकाइ उपलब्धिको स्थिति र शिक्षण प्रक्रियाको भूमिका

हाम्रो देशको गणित विषयको उपलब्धि हेर्दा हामीले आशातित सफलता हासिल गर्न सकेको देखिन्न । आज पनि एस.एल.सी. परीक्षामा झण्डै ३७% विद्यार्थी (२०६० को नतिजा) गणितमा मात्र अनुतीर्ण पाएका छौं । यो हुनुमा कुनकुन क्षेत्रमा केकस्ता कमजोरीहरू विद्यमान छन् तल चर्चा गरिन्छ :

१. साधारणतया हामीले प्रयोग गर्ने शिक्षण विधिमा हिसाब कसरी गर्ने भन्ने नियमहरू र तरिकाहरू (Rules and methods) बताइन्छ र यी नियमहरूका आधारमा विद्यार्थीहरूलाई एउटा हिसाब कसरी गर्ने भन्ने सिकाइन्छ । त्यसपछि शिक्षकले गरेअनुसार अरु हिसाब गर्न दिइन्छ । अर्को शब्दमा भन्ने हो भने "धारणा" भन्दा प्रक्रियामा जोड दिइन्छ । जस्तै :

8,24 र 36 को ल.स. निकाल्नका लागि :

2	8, 24, 36
2	4, 12, 18
2	2, 6, 9
3	1, 3, 9
	1, 1, 3

ल.स. = 2 x 2 x 2 x 3 x 3 = 72

यसमा विद्यार्थीहरू के बुझ्दैनन् ? तपाईंका अरु तर्क पनि हुनसक्छन् तर उदाहरणको लागि यी पनि हुन सक्छन् ।

(क) ल.स. भनेको के हो ? (ठीक परिभाषा)

(ख) २ ले किन भाग गर्ने ? त्यस्तै ३ ले नी ?

(ग) भाजकहरूलाई किन गुणन गर्नु पर्‍यो ?

(घ) के यो एउटा मात्र तरीका हो ? अरु तरीका छन् की ?

यसरी समस्या समाधान गर्दा कसरी, किन यसरी गरिएको हो ? यो कसरी आएको हो ? यसको उपयोगिता के छ ? अर्को तरिकाबाट पनि यो हिसाब गर्न सकिन्छ कि ? यो हिसाब गरेको बुझ्यौं कि बुझेनौं ? आदि कुराहरूमा विद्यार्थीहरूलाई प्रस्ट पारिँदैन । विद्यार्थीले पनि यी प्रश्नहरूको उत्तर थाहा पाउन कोसिस गर्दैनन् । अर्थात्, विद्यार्थीलाई पर्याप्त चुनौती पनि छैन ।

२. हाम्रा विद्यार्थीहरूमा आधारभूत धारणाहरू स्पष्ट बोध नभएकोले सिकेको कुरालाई नयाँ र अपरिचित अवस्थामा प्रयोग गर्न सक्तैनन् । उनीहरूमा धारणाहरूको प्रयोगमा हुने कठिनाइहरू विशेष गरी निम्नानुसार हनु सक्छन् :

- कुनै निश्चित धारणाहरूको अर्थ बताउन नसक्नु ।
- वस्तुको कुनै छोटकरी वा प्राविधिक नाम तथा परिभाषाहरू सम्झन नसक्नु ।
- कुनै वस्तु अथवा पदहरूका लागि आवश्यक पर्ने एउटाभन्दा बढी अवस्थाहरू सम्झन नसक्नु ।
- कुनै कथन वा धारणको पर्याप्त अवस्था (Sufficient condition) सम्झन नसक्नु ।
- धारणाबाट उपयोगी सूचनाहरू प्राप्त गर्न नसक्नु ।
- गलत वर्गीकरण गर्नु ।
- उदाहरण प्रस्तुत गर्न नसक्नु, इत्यादि ।

३. शिक्षण क्रियाकलाप गर्दा विद्यार्थीहरू नोट गर्ने, शिक्षकले कालोपाटीमा गरेको हिसाब सार्ने अर्थात अनुसरण गर्ने मात्र गर्दछन् । विद्यार्थीहरू गणितीय सिद्धान्त कण्ठ गर्ने गर्दछन् । बुझ्ने कोसिस गर्दैनन् । शिक्षकहरूबाट पनि ती गणितीय सिद्धान्तहरूलाई उदाहरण मार्फत स्थापित गर्ने प्रयास कमै हुन्छ । यसले गर्दा अधिकांश विद्यार्थीहरू गणितलाई अत्यन्त भावात्मक (Abstract) मान्ने र निश्चित तह पूरा नगर्दै पलायन हुने गर्दछन् ।

४. गणित शिक्षण विधिका क्रियाकलाप बढी शिक्षक केन्द्रित हुन्छन् । विद्यार्थी निस्कृय बनेर बस्छन् । कुनै तार्किक प्रश्नहरू कक्षामा कमै गरिन्छ । शिक्षकले गरिदिएका हिसाबहरू सार्नेमा ज्यादा समय दिन्छन् ।

५. शाब्दिक समस्यालाई गणितीय (Mathematical) भाषामा रूपान्तर गरी समाधान गर्ने काममा विद्यार्थीहरू अभ्यस्त पाईंदैन । यो काम गर्न साह्रै कठिन महसुस गर्छन । यो हुनुमा शिक्षककहरूले विभिन्न गणितीय धारणा, सिद्धान्त, तथ्य, नियमहरू विद्यार्थीलाई अध्यापनको क्रममा प्रस्ट नपारिदिएर हो । सुरुको अथवा आधारभूत कुराहरू नबुझी अरु थप नयाँ कुराहरू सिकाउँदा विद्यार्थीमा गणित प्रति नैराश्यता उत्पन्न हुने गर्दछ । शाब्दिक समस्यासम्बन्धी अन्य कठिनाइहरूमा समाधान पछि त्यसका आवश्यक अवस्थाहरू (Necessary conditions) अनुसार उत्तर ठीक भए नभएको परीक्षण गर्न नसक्नु, प्रयोग गरिएका सिद्धान्तहरू उपयुक्त नहुनु, समस्याको किसिम र प्रकृतिको जानकारी नहुनु आदि हुन सक्छन् ।

६. एउटा निश्चित नियम (Fixed rule) का आधारमामात्र सीमित रही समस्या समाधान गर्न लगाउने परिपाटिले विद्यार्थीको मानसिक विकासलाई सीमित तुल्याएको छ । शिक्षण गर्दा शिक्षकले विद्यार्थीको मानसिक विकास गर्ने खालका समस्याहरू तार्किक प्रश्नहरू, पहेलीहरू (Puzzles) आदि पनि कक्षामा सिकाउनु पर्छ र कसरी विद्यार्थीको मानसिक सोचाइ फराकिलो बन्छ ? सोको लागि त्यस्तै प्रकारको वातावरण सिर्जना गर्नुपर्छ ।

७. गणितमा विभिन्न धारणा, परिभाषा, तथ्य, सिद्धान्त तथा नियमहरू सिकाइन्छ । सिक्ने क्रममा विद्यार्थीले कठिनाइ महसुस गर्नु स्वभाविक पनि हो । ती कठिनाइहरू कहाँ ? कुन समस्या ? कसरी गर्छन ? पत्ता लगाउने कमै मात्र प्रयास भएको हाम्रो अनुभवले देखाएको छ । अर्थात हामीकहाँ अध्यापन गर्दा, शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापहरू कार्यान्वयन गर्दा त्रुटि विश्लेषण (Error analysis) गर्ने चलन असाध्यै कम छ । विद्यार्थीले हिसाब गर्दा कहाँ गल्ति गऱ्यो ? कहाँ कठिनाइ अनुभव गऱ्यो ? कुन क्रिया अथवा धारणा स्पष्ट भएन ? कुन नियम वा सिद्धान्त प्रयोग गर्न जानेन् आदि शिक्षकले विचार गर्ने हो भने गणित शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप प्रभावकारी बन्न सक्छ । यदि यसो नभएर खाली विषयवस्तु थोपरिदियो भने पहिले त विद्यार्थीले ग्रहण नै गर्न सक्दैनन् । गरिहाल्यो भने यसरी सिकेका धेरै जसो कुराहरू छिटै बिर्सिन्छन् । सिकाइको स्थायित्व रहदैन ।

८. गणित शिक्षण गर्दा अनुसन्धानात्मक कार्य, व्यवहारिक कार्य (Practical work), लाई महत्त्व दिइँदैन । गणितका कतिपय सिद्धान्त, स्वयंसिद्ध तथ्य (Axioms, postulates), खेल विधिबाट सिकाउन सकिन्छ तर थोरै समयमा धेरै कोर्षहरू सिध्याउनु पर्ने हुनाले यस तर्फ कमै सोचिने गरिएको छ । कक्षा ९ र १० मा तथ्याङ्कशास्त्र, नाफानोक्सान, ऐकिकनियम, क्षेत्रफल आदि हामीले खेलविधिबाट सिकाउन सक्छौँ । अभिनयद्वारा विषयवस्तु प्रस्ट पार्न सक्छौँ तर यसतर्फ कमै ध्यान दिएका छौँ ।

९. परीक्षाको नतिजा विश्लेषण नगर्ने हाम्रो ठूलो गल्ती देखिएको छ । पाठ्यक्रम विद्यार्थीको स्तरअनुसार भएर पनि विद्यार्थीले सिक्न नसकेको हुन सक्छ । शिक्षकले राम्रोसँग अध्यापन नगरेर पनि गणितको नतिजा निरासाजनक अवस्थामा रहेको हुन सक्छ । आधारभूत प्रस्ट नभएर पनि समस्या परेको हुन सक्छ । विद्यार्थीको गल्ती कसरी सच्याउन सकिन्छ के गरेमा विद्यार्थीहरूले बढी बुझ्दछन् ? नतिजा विश्लेषणबाट कमीकमजोरी निराकरण गर्न सकिन्छ ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) तपाईंले अध्यापनबाट गणित शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापलाई अर्थपूर्ण बनाउन आवश्यक मुलभूत धारणाहरू केके अनुभव गर्नुभएको छ ?

ख) कुनकुन हिसाब गर्दा विद्यार्थीहरूले कहाँकहाँ गर्छन् ? ती गल्तीहरू निराकरण गर्न तपाईंको राय के छ ?

पाठ दुई : उपयुक्त शिक्षण विधिको छनोट

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) समय, परिस्थिति, विद्यार्थीचाहना, क्षमता, समाजको आवश्यकतालाई हेरी उपयुक्त विधिको छनोट गर्न,

ख) गणित शिक्षण सिकाइ रणनीति (Teaching learning strategies) हरूको टिपोट गर्न,

ग) ती रणनीतिलाई कार्यान्वयन गर्ने क्रियाकलापहरूलाई कक्षामा प्रयोग गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) शिक्षण विधिको निर्धारण,

ख) गणित शिक्षकले शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने विषयवस्तु ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

परम्परागत गणित शिक्षण विधिमा हामीले केही कमीकमजोरीहरू भेट्टाएका छौं जसले गर्दा सिकाइ प्रक्रियामा समस्या पारेको छ । यी विद्यमान कमीकमजोरीहरूलाई हटाइ वैकल्पिक तरिका अपनाउन सकेनौं भने गणितको सिकाइस्तर माथि उठन सक्तैन । स्तरमाथि उठाउन सर्वप्रथम अर्थपूर्ण ढङ्गले शिक्षण गरिनु पर्छ । आज गणित शिक्षण गर्दा सबै भन्दा महत्त्वपूर्ण पक्ष बुझाइ (Understanding) को समस्या देखा परेको छ । गणितका नियम, सूत्र, तरिका, प्राविधिक शब्द (Technical terms/words), आदि प्रस्ट नपारीकन शिक्षण गर्ने चलन एकातिर छ भने विद्यार्थी पनि यस्तो स्थितिमा परीक्षा प्रयोजनलाई मात्रै ख्याल गरी घोकेर, कण्ठ गरेर सिक्न कोशिष गर्दछन् । यी नियम, सूत्र, आदि तरिका कहाँबाट, किन, कसरी आएका हुन ? कुनै समस्या समाधान गर्दा सो भन्दा अरु तरिकाहरू केके हुन सक्छन् ? सिकेका कुराहरूको उपयोगीता के छ ? दैनिक जीवनमा प्रयोग गर्न सकिन्छ कि सकिन्न ? आदि बारे पर्याप्त विचार पुऱ्याउनु पर्छ । सबै अवस्थामा एउटै विधिबाट सबै कुराहरू पूरा हुन सक्तैन, समय परिस्थिति, विद्यार्थीको चाहना, क्षमता र विषयवस्तुको प्रकृति हेरी उपयुक्त विधिको छनोट गर्नु पर्छ । अर्थात शिक्षण विधि निर्धारण गर्दा निम्न विषयहरूमा बढी ध्यान दिनु व्यवहारिक हुन्छ ।

- शैक्षणिक उद्देश्य (Instrctional objectives),
- शिक्षण सामग्री (Teaching materials),
- विषयवस्तु र पाठको प्रकृति,

- विद्यार्थीको क्षमता, रुचि, स्वभाव, स्तर र उमेर,
- भौतिक अवस्था र सुविधा,
- शिक्षकको क्षमता, रुचि तथा कार्यबोझ इत्यादि ।

हामीले प्रयोग गर्ने शिक्षण विधि यस्तो हुनुपर्छ जसबाट विद्यार्थीहरूले गणितीय समस्या समाधान गर्दा विषयवस्तु बुझ्नमा पूरा मद्दत पुऱ्याओस् । यसका अतिरिक्त हाम्रो शिक्षण पूर्णताको लागि होस् । त्यस्तै स्थानान्तरणको साथसाथै स्थायित्वका लागि पनि होस् । यसैले शिक्षकले कहिले समस्या समाधान त कहिले खोज, त्यस्तै कहिले आगमन र निगमन त कहिले विश्लेषणात्मक तथा संश्लेषणात्मक जस्ता विधिहरूमध्ये कुनै विधिहरू प्रयोग गरेर तोकिएको सिकाइ उपलब्धि हासिल गर्न सकिन्छ । शिक्षण सिकाइको वातावरणलाई ख्याल गरेर विधिको निर्णय गर्न पर्छ । हाम्रा गणित शिक्षण परिस्थितिसँग समायोजित हुन सकेको छ वा छैन त्यो बारे तल चर्चा गरिएको छ ।

नेपालमा गणित शिक्षणको अवस्था विश्लेषण

१. गणित शिक्षकको चित्रण :

केही समय यताआएर गणितको पाठ्यक्रममा धेरै परिवर्तन भएको छ । नयाँनयाँ शीर्षकहरू थपिएका छन् । त्यसअनुरूप शिक्षकहरूलाई तयार गराउन सकिएको छैन । शिक्षण शैली परम्परागत छ भन्ने गुनासो छ । हाम्रा शिक्षकहरू धेरै जसो हिसाबहरू आफैं गर्छन् भनिन्छ । अधिकांश कक्षाहरू शिक्षकले भन्ने विद्यार्थीले सुन्ने विधिमा आधारित छन् । परम्परागत प्रविधि अपनाएर समस्या समाधान गराइन्छ जस्तो कुनै सङ्ख्यावर्गमूल निकाल्नु पऱ्यो भने एउटा एल्गोरिदम (Alogorithm) अनुसार गर्न लगाइन्छ । किन, कसरी, कहाँबाट आदि कुराहरू बताईँदैन । कतिपय विद्यालयहरूमा त शिक्षकहरूलाई विषयवस्तु प्रस्ट छैन, प्रस्ट नहुँदा नहुँदै पनि विषयशिक्षकको अभावमा सामान्य ज्ञान भएका शिक्षकले कक्षा लिन बाध्य हुनु परेको छ । उनीहरूलाई कसरी पढाउने ? को साथै के पढाउने ? भन्नेमा पनि समस्या भएको पाइएको छ । विषयवस्तुमा दक्ष शिक्षकहरूको कक्षा पनि कतिपय विद्यालयहरूमा अबयवस्थित, अनुपत्पादक देखिएको छ, शिक्षकहरू एकोहोरो विषयवस्तु विद्यार्थीलाई थोपरीदिन्छन् । त्यसको सदुपयोग भयो कि भएन ? भनेर कुनै चासो लिदैनन् । शिक्षकहरू कक्षामा प्रयोग गर्न सक्ने सामग्री पनि प्रयोग गर्दैनन् । यसरी सरसर्ती हेर्दा नेपालको गणित शिक्षण सिकाइको अवस्था सन्तोषजनक पाइएको छैन ।

२. शिक्षक-विद्यार्थीबीच तथा विद्यार्थी-विद्यार्थीबीच छलफल :

हाम्रा शिक्षकहरू कक्षाकोठामा छलफलको आवश्यकता कम महसुस गर्छन । गणितका समस्याहरू मनोरञ्जनात्मक (Recreative) तरिकाबाट समाधान गर्नाले सिकाइ क्रियाकलापमा

स्थायित्व आउने कुरामा कमैले मात्र विश्वास गर्छन । एकोहोरो (Monotonous) तरिकाले कुनै एल्गोरियम (Algorithm) लाई प्रयोग गरेर हिसाब गर्ने बानी विद्यार्थीहरूमा देखिएको छ । विद्यार्थीले शिक्षकलाई किन ? कसरी ? कहाँबाट ? आदि प्रश्न गर्न हिचकिचाउछन् अर्थात शिक्षक केन्द्रित (Teacher centered) कक्षाकोठाको वातावरणले विद्यार्थीहरू प्रश्न सोध्न डराउछन्, नबुझे पनि बुझैं भनेर कक्षाको छलफलमा सहभागी हुँदैनन् । साथीसाथीबीच त परै जाओस् । सुरुका धारणाहरू (Basic concepts) मा प्रस्ट नभई अझ गहकिला, अप्ठयारा नयाँ धारणाहरू जान्नु पर्दा त्यसलाई सम्हाल्न नसकी उनीहरू अनुत्तीर्ण हुने, बीचैमा छोडने गरेको तपाईंले पनि अनुभव गर्नु भएकै छ ।

३. प्रयोगात्मक कार्य :

गणितीय धारणालाई अर्थपूर्ण तरिकाले बुझ्न शैक्षिक सामग्रीको महत्त्वपूर्ण भूमिका रहेको हुन्छ । शिक्षकहरूको तालिममा शैक्षिक सामग्रीको प्रयोगलाई महत्त्व दिन्छौं तर कक्षामा प्रयोग कम गर्छौं । दुर्गम भेगका शिक्षकहरू बढी कार्यभारले गर्दा शैक्षिकसामग्री बनाउनै भ्याउँदैनन् भने सुगम भेगमा पनि शैक्षिक सामग्री लिएर कक्षामा जाने अर्थात यसको प्रयोग गर्ने बानी बस्न सकेको छैन । कतिपय विद्यालयमा न त शैक्षिक सामग्री उपलब्ध छन्, न शिक्षकहरू यसको प्रयोग आवश्यक ठान्दछन् । भइरहेका घरेलु सामान प्रयोग गरेर शैक्षिकसामग्री निर्माण गर्ने सीप र बानी पनि कमै पाइन्छ । हाम्रो देशमा गणित प्रयोगशाला (Mathematical laboratory) को धारणा नै नबसेको हुनाले यिनको सङ्ख्याअत्यन्त कम पाइन्छ । प्रयोगात्मक कार्यलाई मूर्तरूप दिने एउटा थलो गणित प्रयोगशाला पनि हो । अर्को महत्त्वपूर्ण विषय हाम्रो नि.मा.वि., मा.वि. पाठ्यक्रममा प्रयोग कार्यलाई स्थान नै दिएको छैन भने पनि हुन्छ । धेरै विषयवस्तु पाठ्यक्रममा समावेश गरिदिनाले शिक्षक विद्यार्थी यस्ता प्रयोगात्मक कार्य गर्ने तर्फ सोच्न पनि सक्दैनन् । तर अर्थपूर्ण ज्ञानका लागि यो प्रविधि महत्त्वपूर्ण छ । यसमा तपाईंहरूको सक्रिय योगदानको अत्यन्त खाँचो देखिन्छ । गणित अध्यापन गर्दा न त निर्देशित खोजविधि प्रयोग गरिएको पाइन्छ, नत शैक्षिक सामग्री प्रयोग गरेर पढाउने गरेको नै पाइन्छ । अत्यधिक मात्रामा भाषण विधि नै प्रयोगमा ल्याइएको देखिन्छ । गणितीय सम्बन्धहरू बुझाउनको लागि नयाँ प्रविधि जस्तै श्रव्य, दृश्य र विद्युतीय सामग्रीको पनि प्रयोग हुन उपयुक्त हुन्छ ।

४. दैनिक समस्या समाधानमा गणितको प्रयोग

दैनिक व्यवहारमा गणितलाई प्रयोग गर्न सक्ने बनाउनु आजको आवश्यकता हो । गणितलाई दैनिक जीवनको साथी बनाउन त्यस्तै प्रकारका क्रियाकलापलाई अगाडि बढाउनु पर्छ । यसको निमित्त विषयवस्तुलाई स्थानीय परिवेशमा मिलाउने प्रयास हुनु पर्छ - विषयवस्तु छनोट गर्दा र खासगरी शिक्षणको क्रममा ।

५. अनुसन्धानात्मक कार्य

हाम्रा कक्षाकोठाहरू यो प्रविधिबाट धेरै टाढा छन् । शिक्षकहरू यसमा अभ्यस्त छैनन् । पाठ्यक्रमले पनि यसलाई स्थान दिएको पाइँदैन । अत्यधिक विषयवस्तुहरू रहेकोले शिक्षणमा अनुसन्धान र खोजजस्ता पक्ष निरुत्साहित भए भन्ने भनाइमा पनि केही सत्यता छ । यसले गर्दा सम्झने सीपको विकासमा मात्र धेरै समय खर्चेको जस्तो देखिन्छ ।

गणित शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापलाई अर्थपूर्ण, व्यावहारिक बनाउन विभिन्न रणनीतिहरू जस्तै व्यक्तिगत लक्षित शैक्षिक क्रियाकलाप (Individualized instruction), गणित शिक्षणमा अत्यधिक प्रयोग हुने शिक्षणविधि उदाहरणका लागि आगमन र निगमन (Inductive and deductive), समस्या समाधान (Problem solving), सोध (Inquiry), ह्यूरिस्टिक (Heuristic) विधि, अबलम्बन गर्नु आवश्यक छ । यसका अतिरिक्त कक्षाकोठालाई रोचक, अर्थपूर्ण बनाउन विभिन्न खेलहरू, पहेली, गणितीय जादूको पनि प्रयोग गर्नुपर्छ । सिद्धान्त रटाउनु भन्दा प्रयोगात्मक काम (Practical work), लाई बढी महत्त्व दिने सानोसानो समूह, बनाएर सिकाउने व्यवस्था मिलाउनु उपयुक्त देखिन्छ ।

उपयुक्त रणनीतिलाई कार्यान्वयन गर्दा निम्न क्रियाकलापलाई आधार बनाउनु पर्छ :

- धारणाको सिर्जना एवम् विकास गर्न Inductive reasoning को प्रयोग गर्न,
- विभिन्न सम्बन्ध पत्तालगाउने क्रममा उपयुक्त सम्बन्ध पत्ता लगाउनु पर्ने रणनीतिको व्यवस्था मिलाउन,
- कक्षाशिक्षणमा वर्णन गर्ने, प्रश्न गर्ने, जस्ता सीपको प्रयोग गर्न,
- गणित शिक्षण सिकाइका चार आधारभूतपक्षहरूको प्रयोग गर्न (बुझाइ, एकीकरण, स्थानान्तरण र स्थायित्व),
- उपयुक्त शिक्षण विधिको प्रयोग गर्न,
- स्व परावर्तन गर्दै शिक्षण रणनीतिमा सुधार गर्ने,
- अनुसन्धनात्मक कामको प्रयोग,
- व्यक्तिगत तहको शिक्षण (Individualized instruction) लाई स्थान दिन, यो प्रक्रियालाई मूर्तरूप दिन शैक्षिक सामग्रीको अत्यधिक प्रयोग गर्दा निम्न कुरामा बढी ध्यान दिनुपर्छ ।
- पाठको उद्देश्यसँग मेलखाने शैक्षिक सामग्रीको प्रयोग गर्नुपर्छ अर्थात शैक्षिक सामग्रीको प्रयोग उद्देश्यमूलक हुनुपर्छ ।
- यसको परीक्षण, प्रयोगगर्नु अगाबै गरिनुपर्छ, समस्या आएमा विद्यार्थीहरूमा नकारात्मक असर पर्न सक्छ ।
- विद्यार्थीलाई शैक्षिक सामग्रीको विषयमा सचेत गराउनु पर्छ र प्रयोग गर्नु अगाबै क्रियाकलापको बारेमा प्रस्ट निर्देशन दिनुपर्छ ।
- शैक्षिक सामग्रीको प्रभाव विद्यार्थीहरूमा कस्तो रहयो निरन्तर मूल्याङ्कन गरिनुपर्छ ।

- शैक्षिक सामग्री नत ठूलो नत सानो स्तरयुक्त हुनुपर्छ ।
- गणितीय प्रयोगशाला, गणित क्विज, गल्तीहरू (Paradoxes, or fallacies) आदिको सहीरूपमा प्रयोग गर्नुपर्छ ।

हुनत गणितका विषयवस्तु, शिक्षणका रणनीतिहरूको विकास गर्न साथै ती रणनीतिहरू केके भन्ने प्रश्नको कुनै निश्चित उत्तर दिन सम्भव देखिदैन । शिक्षण-सिकाइ कसरी सञ्चालन गर्ने, कुनकुन सामग्री प्रयोग गर्ने ? कुनकुन क्रियाकलाप सञ्चालन गर्ने र विद्यार्थीको मूल्याङ्कन कसरी गर्ने भन्ने सम्बन्धमा कुनै अचुक उपाय (Panancia) प्रस्तुत गर्नु ठीक पनि होइन । विद्यार्थीको रुची, क्षमता, विद्यालयको भौतिक, शैक्षिक वातावरण शिक्षकको समय, रुची आदिलाई दृष्टिगत गरी शिक्षण रणनीतिहरू अबलम्बन गर्नु उपयुक्त हुन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) कक्षा ९ र १० मा अध्यापन गरी उपयुक्त गणितका पाठ्यवस्तुहरूका लागि अपनाइने उपयुक्त शिक्षण विधि कुनकुन हुन् ? सोच्नुहोस् र गणित अध्ययनअध्यापनसम्बन्धी आयोजना गरिने गोष्ठी, सेमिनार, फोरम (forum) मा आफ्नो तर्क अरु गणित शिक्षकको अगाडि राख्नुहोस् र यसलाई छलफलको विषय बनाउन प्रयत्न गर्नुहोस् ।

ख) गणित शिक्षकको हैशियतले गणित शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापलाई अर्थपूर्ण बनाउने सम्बन्धमा तपाईंका अनुभवले देखाइएका प्रभावकारी शिक्षणरणनीतिहरू प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

पाठ तीन : गणित शिक्षणमा खेल (Games in teaching mathematics)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणित शिक्षणमा खेलको प्रयोग गर्न,

ख) माध्यमिक गणित शिक्षाका पाठ्यपुस्तकमा समावेश भएका प्रत्येक एकाइहरूको अध्यापन गर्दा अपनाउन सकिने खेलको चयन गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) गणित शिक्षणमा खेलविधि

ख) खेलद्वारा सिकाउन सकिने गणितका पाठ्यवस्तुहरू

ग) खेलसम्बन्धी केही उदाहरणहरू

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

गणित शिक्षणमा खेलको ठूलो महत्त्व देखिन्छ । खेल निश्चित नियम, विधि र तरिकाबाट सञ्चालन हुन्छ । नियम उल्लङ्घन गरेर खेल खेलिदैन । त्यस्तै गणित पनि प्रक्रिया, नियम, तरिकाको सेमष्ठिगतरूप हो । नियमलाई वास्ता नगरी कम गरेमा हिसाबको सही उत्तर निकाल्न सकिँदैन । कतिपय खेलबाट सीपको विकास हुन्छ । मौकालाई खुब नियालेर हेरिएन भने खेल्न सकिन्न । खेल खेल्दा विशेष रणनीतिको जरुरत हुन्छ । दुईसमूहबीच खेल खेल्दा पहिलो समूहले कुनबाटो रोज्दा कस्तो रणनीति अपनाउँदा दोस्रो समूहलाई जित्न सकिन्छ । कुन प्रक्रियाबाट गयो भने छोटो हुन्छ । यसरी दुवै (खेल र गणित) मा रणनीति नियमको अति आवश्यक हुन्छ । गणितीय समस्या समाधान गर्नु र खेल खेल्नुमा धेरै मिल्दाजुल्दा क्रियाकलापहरू भेटिन्छन् । खासमा भन्ने हो भने खेलले समस्याहरूको समाधान कसरी गर्ने ? नयाँ उपायहरू केके हुन सक्छन् ? व्यावहारिक सीपको विकास कसरी हुन्छ आदि विषयहरूमा विशेष ध्यान पुऱ्याएको हुन्छ । जस्तै : खेल खेल्दा हारियो भने केके र कस्ता समस्याहरू/कठिनाइहरू भएर हारिएको हो ? समस्याका कारण केके हुन् ? कसरी देखा परे ? अब अर्कोपल्ट त्यही खेल खेल्दा जितिन्छ कि जितिदैंन । विश्लेषणात्मक रूपबाट टिका टिप्पणी गरिन्छ । त्यस्तै गणितीय समस्या समाधान गर्दा हिसाब किन नलिमेको हो ? सही सूत्र, तौरतरिका प्रयोग गर्न नजानेर हो, कसो गरेमा समस्याको सही समाधान हुन्छ, गल्ती भएको ठाउँहरू अथवा गल्ति हुने तहमा खासखास कठिनाइहरू देखा पर्ने हुनाले गल्ती हुने गाईड भन्ने जस्ता निष्कर्ष निकालेर फेरि यो कमी कमजोरीहरू दोहोरिन नदिन खेलमा जस्तै कुशल

रणनीति अबलम्बन गर्नुपर्छ । Ernest(1986) का अनुसार खेलबाट गणित सिकाउँदा निम्न चारक्षेत्रमा प्रभावकारीता आउँछ :

- सिकेका धारणालाई अभ्यास गराउनु पर्दा
- सिकाइ प्रक्रियामा सिकारुलाई उत्प्रेरित राख्न
- नयाँ धारणाको विकास गर्न, र
- समस्या समाधान गर्ने सीप विकास गर्न ।

गणितमा खेलविधि प्रयोग गर्नले विद्यार्थीहरूमा गणित सिक्न रुचि बढ्छ, खेलले विषयवस्तु प्रस्टपार्न मद्दत गर्छ, व्यावहारिक सीपको विकास गराउछ । नजानिंदोरूपमा खेलले गणित सिक्न ठूलो मद्दत पुऱ्याउछ । यो तर्कसँग Ernest पनि सहमत देखिएका छन् । उनको खेलविधि गणितको समस्या समाधान गर्दा guessing र estimation गर्ने सीपलाई वृद्धि गर्ने ठोकुवा गरेका छन् ।

खेलकुद, ख्यालठट्टा, पजल, Paradox इत्यादिको सही चयन र उचित प्रयोग गराउन सकेमा पनि केहीहदसम्म विद्यार्थीका कमजोरी सच्याउन सहयोग पुग्न सक्छ । जोड, घटाउमा कमजोर हुने विधार्थी Ladder and snake game को प्रयोगबाट केही उपलब्धि हुने आशा राख्न सकिन्छ । ठूला सङ्ख्यातथा नाफा नोक्सानका समस्याको लागि व्यापारिक खेल (Business games) उपयोगी हुन सक्छ । ज्यामितीय आकृति र सम्बन्ध (Geometrical shape relation) का लागि Match stick, puzzles, tangrams उपयोगमा ल्याउन सकिन्छ । कतिपय खेलहरू गणितमा आधारित हुन्छन् । क्रिकेट खेल (Cricket game) गणितमा आधारित खेल हो । त्यसैले सही खेलको छनोट र प्रयोगबाट पनि गणित शिक्षणमा सुधारल्याउन सकिन्छ । यसका अतिरिक्त योग्यताअनुसार समूह बनाउने (Ability grouping) गर्ने, गणित क्लव (Mathematic club) निर्माण गर्ने, सामुहिक सिकाइ अवस्था (Cooperative learning opportunity) प्रदान गरेर पनि गणित शिक्षणमा सुधार ल्याउन सकिन्छ । खेलबाट कस्ता सीपको विकास हुन सक्छ भन्ने विषयमा J. Ainley (1988:241) को भनाइ यस्तो रहेको छ : There are games that lead to prediction, conjecturing, generalizing and checking and justifying.

गणितीय विषयवस्तु सिक्ने क्रममा रोमाञ्चक तरिकाले खेलेर, हाँसेर, विषयवस्तुको चुरो पत्ता लगाएर सिक्ने सिकाउने हो भने अप्ठयारो महसुस नै हुँदैन । प्रतिस्पर्धात्मक (Competition) भावनाले कक्षामा केही सिकायौं भने विद्यार्थीहरू आफैं खोजीनीति गरी धेरै कुरा सिक्छन् । बिर्सन नहुने कुरा के छ भने प्रतिस्पर्धा सहयोगात्मक (Co-operative) हुनुपर्छ । यो गराउन गणितलाई कठिन नबनाइ खेलका माध्यमबाट सिकाउनु पर्छ । खेलले यी कुराहरू पनि

सिकाउँछ । हामीले समूह पढाउँदा होस्, ऐकिक नियम पढाउँदा होस्, चाहे बीज गणितका समीकरण पढाउँदा खेलविधि अपनाउनु पर्छ । सामान किन्ने र बेच्ने, बिल काट्ने, छुट (Discount) दिने, क्रियाकलापसँग सम्बन्धित हिसाब सिकाउदा कक्षामा एउटा विद्यार्थीलाई पसले, अर्कोलाई किन्ने अर्को बिल काट्ने अभिनय गराएर खेलका क्रियाकलाप अपनाएर गणित जस्तो विषयलाई रोचक बनाउन सक्छौँ । ब्याज, नाफा र नोक्सानका हिसाब सिकाउदा विभिन्न दैनिक जीवनसँग सम्बन्धित क्रियाकलाप प्रदर्शन गरेर सिकाउन सकिन्छ । यसरी सिकाउँदा विद्यार्थीहरूलाई विषयवस्तु प्रस्ट हुन्छ, उत्साह बड्छ अर्को कठिन हिसाब गर्न उनीहरू इच्छुक देखिन्छन् । यस्ता क्रियाकलापबाट उनीहरूको बुझाइ बलियो हुन्छ, स्थानान्तरण गर्न सक्छन्, धारणा पनि स्थायी बन्छ । आधारभूत कुराहरूमा उनीहरू प्रस्ट भै सकेपछि नयाँ कुराहरू सिकाउन शिक्षकलाई सजिलो हुन्छ । गणित सिकाइ शृङ्खलाबद्ध सिकाइमा (Chain learning) मा आधारित भएको पठन सुरुका सामान्य (Basic) धारणामा नै विद्यार्थी अल्मिियो भने उसले कठिन कुरा सिक्न सक्दैन जस्तै खण्डीकरण गर्दा साझा गुणनखण्डको धारणा प्रस्ट छैन भने पछि गएर उसले म.स., ल.स., सरल गर्न यस्तै अन्य हिसाब गर्न सक्दैन ।

आजको हाम्रो आवश्यकता भनेको माध्यमिक तहको पाठ्यक्रममा समावेश भएका गणितीय विषयवस्तुलाई खेलविधिबाट कसरी सिकाउन सकिन्छ पत्ता लगाउन, खोजी गर्न जरुरी छ । जस्तै : सम्भाव्यता (Probability) र यस सम्बन्धी हिसाबहरू कक्षा ९ र १० मा सिकाउदा हामीले तास, डाइ, विद्यार्थीहरूका अभिनय, रङ्गीन गुच्चा, पैसा (Coin), आदि प्रयोग गरी खेल विधिबाट सिकाउन "खेल" सिर्जनागर्न सकिन्छ । अभिनय गरेर, खेलविधिबाट सिकायौं, सिक्न उत्प्रेरित गर्‍यौं भने कक्षा ११ मा उनीहरूलाई यो कठिन नै हुँदैन । शिक्षकहरूले फूर्सतको समयमा खेलविधिबाट कुन गणित कसरी सिकाउने सोची दिनु नितान्त आवश्यक भएको छ । कुनै सतहको क्षेत्रफल, कुनै चीजको मूल्य निकाल्दा, कुनै वस्तुको आयतन निकाल्दा उनीहरूलाई सामग्री नै अगाडि दिएर गर्न लगायो भने त्यो विषयवस्तु राम्रोसँग बुझ्छन् । त्यसलाई आत्मसात गर्न सक्छन् । अनि त्यहाँ सिकेको सीप अन्यत्र स्थानान्तरण गर्न सक्छन् । अन्त्यमा त्यो विषयवस्तु राम्रोसँग बुझ्छन् । यो हुनु नै हाम्रो शिक्षाको स्तर बढ्नु हो, गणित शिक्षणमा खेलविधि प्रयोग गर्दा जस्तो उत्प्रेरणा, रमाइलो पन (Enjoyment, Recreation), निर्णय लिने प्रक्रिया (Decision making), सोच्ने (Thinking), बुझ्ने (Understanding), छलफल (Discussion), प्रतिस्पर्धा (Competition), सहने (Tolerance), धैर्यता (Self-patience), तर्क गर्ने (Reasoning) आदि गुणहरू खेलबाट प्राप्त हुने हुनाले गणित सिकाइमा पनि खेलको प्रयोग गर्दा यी गुणहरू पाइन्छ । जसले गणित शिक्षण सिकाइ रणनीति अर्थपूर्ण बन्दछ ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) माध्यमिक तहका कुनकुन विषयवस्तु कुनकुन खेलहरू प्रयोग गरेर सिकाउन सकिन्छ ? यी विषयवस्तुहरू सिकाउन तपाईं खेलसँग कसरी सम्बन्धित बनाउन सक्नु हुन्छ ? सोच्नुहोस् । आफ्नो पेसाका मित्रहरूसँग आफ्नो सोचाइ व्यक्त गर्नुहोस्, उनीहरूको धारणा पनि बुझ्नुहोस् । यी क्रियाकलापहरू गर्न तपाईंले गणित शिक्षकको सेमिनार, गोष्ठि, तालिम जस्ता जमघटहरू हुने बेलामा गर्नुहोस् ।

ख) खेलखेल्नु र गणितीय समस्या समाधान गर्नुमा उस्तै प्रकारको रणनीति आवश्यक पर्छ, कसरी ?

ग) गणित सिकाउन मिल्ने खेलहरू खोज्नुहोस् र निर्माण गर्न प्रयास गर्नुहोस् ।

पाठ चार : गणित शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा सुधार
(Improvement mathematics teaching learning)

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणित शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा सुधार ल्याउन गणित शिक्षकमा हुनुपर्ने विशेषताहरू बताउन,

ख) सुधारात्मक शिक्षणका मार्गदर्शनलाई प्रयोगमा ल्याउन,

ग) गणित विषयको स्तर उकास्न शिक्षण सिकाइ रणनीतिहरूको उपयुक्त छनोट गर्न,

घ) गणित शिक्षण सिकाइको स्तरवृद्धि गर्न बालमनोविज्ञानका क्षेत्रहरू चिन्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) गणित शिक्षकका विशेषता,

ख) सुधारात्मक शिक्षणका माग दर्शन,

ग) गणित शिक्षण सिकाइ रणनीतिहरूको छनोट,

घ) गणित शिक्षणमा मनोवैज्ञानिक पक्ष ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

विद्यार्थीका सिकाइसम्बन्धी कठिनाइ र कठिनाइका कारणहरू पत्ता लगाई ती कठिनाइको निराकरण गर्नु सुधारात्मक शिक्षण (Remedial teaching) हो । यो सुधारात्मक शिक्षणबाट विद्यार्थीका कठिनाइहरूको निदान (Diagnosis of difficulties) गरिएन भने गणित शिक्षण-सिकाइ प्रक्रियामा कुनै पनि सुधार नै आउदैन । यस सन्दर्भमा पोलिया (G. Polya) ले शिक्षकहरूका लागि दिएका निम्न दस उपदेशहरू (Commandments) अध्ययन गरौं :

- आफनो विषयमा रुचि राख्ने
- आफ्नो विषयको ज्ञाता बन्ने (Know your subject)
- सिकाइका प्रक्रियाहरू र तरिकाहरूबारे जानकारी राख्ने । कुनै कुरा आफैंले पत्ता लगाएर सिक्ने तरिका सबैभन्दा उत्तम तरिका हुनसक्छ ।
- आफ्ना विद्यार्थीहरूका अनुहार पढने अनि उनीहरूका अपेक्षा तथा कठिनाइहरूसँग परिचित हुने, आफूलाई उनीहरूको ठाउँमा राखेर हेर्ने ।

- उनीहरूलाई जानकारी मात्र दिने होइन वरु तिनको मानसिक धारणा तथा काम गर्ने व्यहोरासँग पूरा परिचित गराउने ।
- उनीहरूलाई अनुमान (Guess) गर्न दिने र त्यो सीप विकास गर्ने ।
- उनीहरूलाई प्रमाणित गर्न सिकाउने ।
- जुनसुकै समस्यालाई समाधान गर्दा सबभन्दापहिले समस्याको विशेषता र समाधान गर्न आवश्यक सूचना थाहा पाइराख्ने जसले गर्दा समस्या समाधान गर्न सजिलो हुन्छ, सजिलै नदेखिने ढाँचालाई औँल्याइ दिने ।
- विद्यार्थीहरूलाई कुनै कुरा बताउनु भन्दा अघि सोच्न दिने, सकेसम्म उनीहरूलाई नै पत्ता लगाउन दिने ।
- सल्लाह दिने तर त्यसो गर्न बाध्य नपार्ने ।

त्यस्तै शिक्षण-सिकाइ प्रक्रियामा सुधार ल्याउन सुधारात्मक शिक्षणका मार्गदर्शनहरू (Guidelines) लाई प्रयोगमा ल्याउन जरुरी छ । जस्तै :

- विद्यार्थीहरूका कठिनाइ र कठिनाइएका कारणहरू पत्ता लगाई तिनको उपचार गर्ने शिक्षण प्रणालीले शिक्षण-सिकाइ प्रक्रियामा सुधार ल्याउने हुनाले सुधारात्मक शिक्षणलाई निदान (Daognosis) मा आधारित बनाउनु पर्छ । त्यसैअनुसार सुधारात्मक शिक्षणको योजना निर्माण गर्नु पर्छ । शिक्षकसँग गणितका विषयवस्तुको अतिरिक्त शिक्षण सिकाइमा उत्पन्न हुने विद्यार्थीका अरु कठिनाइहरू जस्तै शारीरिक, सामाजिक, सम्वेगात्मक, बौद्धिक वा शिक्षण सिकाइसँग सम्बन्धीत क्षेत्रको पनि ज्ञान हुन जरुरी छ ।
- विद्यार्थीहरूमा गणित सिक्नको लागि उत्प्रेरणा दिनु सुधारात्मक शिक्षणको दोस्रो मुख्य काम हो । विभिन्न वातावरणबाट विद्यालयमा आएका विद्यार्थीहरूलाई निराश नपारी रोचक तरिकाबाट अध्यापन गर्‍यौं भने धेरै नयाँनयाँ विषयवस्तुहरू सिकाउन सक्छौं । डेभिड असुवेलले उत्प्रेरणामा सङ्लग्न तीनओटा महत्त्वपूर्ण तत्त्वहरूमा ज्ञान प्राप्तिको चाहना (Knowledge drive), अहम् (Ego) र लगाव (Affiliation) लाई लिएका छन् र शिक्षकले यी तत्त्वहरू समावेश हुने गरी सुधारात्मक उपायको खोजी गर्नु नितान्त आवश्यक छ ।
- विद्यार्थीले आफ्ना कमी कमजोरीहरू पत्ता लगाउन सक्यो भने उसले त्यो विषयवस्तु बुझेको हुन्छ । त्यसलाई अन्यत्र स्थानान्तरण गर्न सक्छ र त्यो विषयवस्तु कहिल्यै पनि नविर्सने गरी स्थायीभएर रहेको हुन्छ । अतः शिक्षकले विद्यार्थीहरूलाई आफ्ना कठिनाइहरू, कमजोरीहरू पत्ता लगाई उपचार वा सुधारको बाटो खोज्न प्रोत्साहित गर्नुपर्छ र साथै ज्ञान प्राप्तिको चाहना र अहम्को वृद्धि गर्ने अवसर पनि प्रदान गरीदिनुपर्दछ ।

- सुधारात्मक शिक्षणमा शिक्षकले प्राथमिकताको क्रम निर्धारण गर्नुपर्छ । एकैचोटी सबै पक्षहरू समेटेर अबयवस्थित तरिकाले अगाडि बढ्दा विद्यार्थीहरूको सिकाइ प्रक्रियामा नकारात्मक भावनाको वृद्धि हुन सक्छ । एउटा पक्षको कठिनाइ राम्रोसँग समाधान गरी अर्को पक्षको कठिनाइ समाधान गर्नेतर्फ लाग्नुपर्छ । यस्तो परिस्थितिमा कहिले कहि अर्को पक्षको कठिनाइ स्वतः समाप्त हुन पनि सक्छ । तर सधैँ हुन्छ भन्ने जरुरी छैन । जस्तो तपाईंले कुनै शाब्दिक समस्या विद्यार्थीहरूलाई समाधान गराउनुभन्दा पहिले समस्या समाधान गर्दा आवश्यक पर्ने आधारभूत सीपहरूको विकास गराउनुपर्छ । यहाँ सबै भन्दा पहिले समस्यालाई बुझ्ने (Understanding the problem) क्रममा समस्या पढ्न लगाउने । समस्यामा दिइएका कुराहरू टिपोट गर्न लगाउने । समस्याले के पत्ता लगाउन भनेको छ ? बताउन लगाउने, दिइएका तथ्याङ्कहरूबाट पत्ता लगाउने भनेको कुरा पत्ता लाग्छ कि लाग्दैन आदि तार्किक प्रश्नहरू सोधी यो हिसाब कसरी समाधान गर्ने ? हिजो यो प्रकृतिको हिसाब गरिएको थियो वा थिएन ? गरिएको थियो भने कसरी पहिलो step ठीक छ वा छैन आदि जस्ता प्रश्नहरू गरी हिसाब गराउनु पर्छ । सुरुमै "ल हिसाब गर" भन्दा विद्यार्थीमा गणितप्रति नकारात्मक प्रभाव पर्न जान्छ । उनीहरू निराश बन्छ, यो विषयमा सधैँ कृपाङ्क पाएर उत्तीर्ण हुन्छ र अन्त्यमा उ असफल बन्न पुग्छ । यस्तो प्रकारको स्थितिको निराकरण गर्न योजनावद्ध रूपमा प्राथमिकता तोकेर शिक्षण गर्नुपर्छ । सबै भन्दा महत्त्वपूर्ण कुरा त के हो भने बालक र उसको स्वभाव, उसको संसारलाई बुझेर गणितीय क्रियाकलापको अभ्यास गराउनुपर्छ । बालकलाई नबुझी निर्धारण गरेको उद्देश्य, छनोट गरेको शैक्षिक सामग्री, अपनाइएको विधि तथा उनीहरूले कति उपलब्धि हासिल गरे भनी गरिएको मूल्याङ्कन अर्थहिन हुन्छ । यसैले गणित शिक्षण सिकाइसँग सम्बन्धित मनोवैज्ञानिक धारणाहरू शिक्षकले बुझ्नु पर्छ । ती मध्ये केही धारणाहरू तल प्रस्तुत गरिएका छन् ।
- गणितमा कुनै पनि नयाँकुरा सिक्दा बालकलाई आवश्यक पूर्वज्ञान (Previous knowledge) दिनु पर्छ साथै उसको पूर्वज्ञान परीक्षण गरेर उपयुक्त ज्ञानको अभाबमा त्यही कुरा पहिले सिकाउनु पर्छ । हामीले गुणनखण्ड विधिबाट म.स., ल.स. सिकाउँदा यदि उनीहरूले गुणनखण्ड नै जानेका छैनन् भने पहिले उनीहरूलाई गुणनखण्डको भरपर्दो ज्ञान दिनुपर्छ ।
- शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप बालकको बौद्धिकस्तरअनुसार व्यवस्थित गरिनु पर्छ । सिकाइ परिपक्वता (Maturation) मा आधारित हुनु पर्छ । शैक्षिक सामग्री प्रयोग गरेर बुझाउन सकिने गणितीय समस्या पहिले र कठिन (Abstract) धारणा पछि दिनुपर्छ ।

- बालकले गरेका गल्तीहरूलाई उनीहरूको मानसिक अवस्थासँग दाँजेर हेर्नुपर्छ । उसले गर्ने गल्तीहरू हाम्रो तहसँग दाँजेर हेरियो भने उसले सिक्न सक्दैन, आतिन्छ । अतः यही कुरालाई ध्यानमा राखी गणितीय अभ्यास (Mathematical practice) गराउनु पर्छ ।
- बालकले आफूले हासिल गरेका अनुभवको आधारमा विचार गर्ने तरिकामा कसरी परिवर्तन गर्दछन् भन्ने कुराका आधारमा शिक्षण कार्यमा परिवर्तन गर्नुपर्छ ।
- बालकहरूलाई कुनै समस्याको समाधानबारे निष्कर्षमा सोच्न दिनुपर्छ । किन, कसरी, के आदि प्रश्नहरूको उत्तरबाट निष्कर्ष निस्कन्छ । बालक सजिलैसँग निष्कर्षमा नपुग्ने हुनाले Instuitive thinking को प्रयोग अत्यन्त महत्त्वपूर्ण मानिन्छ । Conjecture को आधारमा जस्तै $16x=6x+10x$ वा $16x=12x+4x$ वा $16x=x(6+10)$ क्रियाकलाप सञ्चालन गर्नुपर्छ । यसको सहायताबाट बीजगणितीय सङ्गठन (Algebraic structure) लाई प्रमाणित पनि गर्न सकिन्छ । यस्ता कुरा गर्न बालक असमर्थ हुन्छ भने उसलाई शिक्षकले सहायता गर्नु पर्छ ।
- शिक्षकले सामुहिक भन्दा व्यक्तिगत शिक्षणमा जोड दिनुपर्छ । बालकलाई आफैं काम गर्ने अवसर दिनुपर्छ । व्यक्तिगत विभिन्नतालाई दृष्टिगत गरी शिक्षकले आवश्यक सहयोग पुऱ्याउनु पर्छ ।
- बालकलाई साथीहरूसँग छलफल गर्न दिनुपर्छ । प्रतिवाद गर्न दिनुपर्छ जसले भाषाको विकास हुन्छ, जसले बालकहरूको बुझ्ने क्षमताको विकास गराउँदछ । उनीहरूलाई तर्क गर्न दिनुपर्छ । उनीहरूलाई आफूले देखेका कुरा अरुले कसरी देख्दा रहेछन् ? जानकारी गराउनु पर्छ ।
- बालकका अन्तरभावहरू बुझी शिक्षण गर्नुपर्छ । यसको लागि अबाश्यक परे अन्तरवार्ता अवलोकन र प्रश्नावलीको समेत प्रयोग गर्न सकिन्छ ।

गणित शिक्षण सिकाइ रणनीतिलाई प्रभावकारी बनाउन विद्यार्थीलाई सधैं सक्रिय ९बअतष्खभ० पार्नुपर्छ । जबसम्म विद्यार्थीहरूले स्वस्फूर्त तवरबाट सिक्दैन तबसम्म गणितसम्बन्धी क्रियाकलाप अर्थपूर्ण हुँदैन । निम्नप्रकारका कार्यक्रमहरू सञ्चालन गर्न सकेमा केही हदसम्म सफलता पाउन सकिन्छ :

१. **अभ्यासपुस्तिका/गणितीय कार्यक्रम (Work-sheet/mathematical programme) निर्माण गरेर :** अभ्यासपुस्तिका (Work-sheet) विद्यार्थीका कमजोरी क्षेत्र पहिचान गरी विभिन्न कार्यक्रम/क्रियाकलाप समावेश गरिएको एउटा खाका हो, जसमा निर्देशन, पृष्ठपोषण (Feedback) समेत समावेश गरिएको हुन्छ । गाह्रो, सजिलो शृङ्खलाबद्ध रूपमा तयार गरिएको हुन्छ । विद्यार्थीको स्तर हेरी रोचक तरिकाबाट अभ्यास गराउने व्यवस्था मिलाइएको हुन्छ । त्यस्तै ढीलो सिक्ने (Slow learner) का लागि पनि विभिन्न

उद्देश्य राखी विकास गरिएका गणितीय कार्यक्रमहरू हुन्छन् । तिनको प्रयोगबाट गणितको स्तरबढाउन निकै मद्दत पुग्छ ।

२. **गणितीय प्रयोगशाला (Mathematical laboratory) :** गणितका विभिन्न सन्दर्भ सामग्रीहरू, श्रव्यदृश्य (Audio video) सामग्रीहरू गणितलाई हरतरहबाट समावेश गरिएका अरु सामग्रीहरूको सङ्कलन गरिएको ठाउँ गणितीय प्रयोगशाला हो । कमजोर विद्यार्थीहरूलाई गणितको परियोजना कार्य (Project work) दिइन्छ, प्रगतिको मूल्याङ्कन गरिन्छ । यहाँबाट गणितका धारणाका विकास अवश्य हुन्छ तर आर्थिक श्रोतको अभाव भएका विद्यालयहरूमा यो त्यति सम्भव देखिएको छैन । तर पनि सानो Scale मा काम सुरुगर्न त्यत्ति खर्चिलो हुँदैन ।

३. **गणितीय सङ्घसंस्था/परिषद (Mathematical association/council) :** गणितमा नयाँ धारणाको विकास, विभिन्न सूत्र सिद्धान्तहरूको अर्थपूर्ण प्रमाणीकरण, संसारमा गणितको क्षेत्रमा भए गरेका तथा देखिएका समसामायिक घटनाहरूको विवेचना गरी गणितलाई सम्वृद्धशाली (Enrich) बनाउन यस्ता प्रकारका संस्थाहरूले ठूलो योगदान पुऱ्याउँदछन् । राष्ट्रमा गणित पाठ्यक्रम पाठ्यपुस्तकका लागि आवश्यक सुझाव तथा नीति तय गर्ने काममा पनि यो निकायको सङ्लग्नता रहनु उपयुक्त देखिन्छ ।

४. **खेल/पजल/प्याराडोक्स (Games, puzzles, paradox) :** यिनीहरू पनि गणितका विषयवस्तु बढी अर्थपूर्ण बनाउन सहायक सिद्ध मानिन्छन् ।

५. **गणित क्विज :** गणितका समसामयिक घटना, सिद्धान्त, सूत्र आदिको प्रभावकारिता तथा गणितको विकास गर्न विद्यालय, कक्षामा स्वस्थ प्रतियोगितात्मक कार्यक्रम सञ्चालन गर्न गणितीय क्विज (Mathematical quiz) को आयोजना गर्न सकिन्छ । मनोरञ्जनात्मक तरिकाबाट गणितका कठिन धारणा सिक्न यो प्रक्रिया उपयोगी सिद्ध हुनसक्छ ।

६. **गणित म्याराथुन, गणितीय क्लब :** यी कार्यक्रमहरू सञ्चालन गरी गणितलाई रोचक, स्तरीय बनाउन सक्यौं भने गणित सिकाइमा सकारात्मक परिवर्तन आउन सक्छ ।

यी बाहेक अरु कार्यक्रमहरू पनि हुन सक्छन् । समयअनुसार यिनीहरूको प्रयोग गर्ने बानीले हाम्रो गणितलाई समृद्धिशाली बनाउँछ । आज अत्याधिक प्रयोगमा आएको कम्प्युटर शिक्षाले पनि गणितको स्तरवृद्धिमा ठूलो योगदान पुऱ्याएको छ । तर हाम्रो जस्तो आर्थिक स्तर कमजोर भएको राष्ट्रमा यो साधनको पहुँच (Access) सजिलैसँग पुऱ्याउन सकिन्न र यो त्यति सुलभ पनि छैन । सहरी क्षेत्र, ग्रामीण क्षेत्र जहाँ बिजुलीको सुविधा छ यो अपरिहार्य र महत्त्वपूर्ण ठहरिएको छ, तर बिकट गाउँघरमा यसको प्रयोगका लागि धेरै मेहनत गर्नुपर्छ ।

यी माथिका कार्यक्रमको अतिरिक्त गणित शिक्षाका स्तरवृद्धि गर्ने अन्य रणनीतिहरूमा व्यवहारिक उद्देश्यको तयारी पनि महत्त्वपूर्ण मानिन्छ । यसले विद्यार्थीहरूका देख्न सकिने व्यवहारलाई व्यक्त गर्दछ तर शिक्षकको व्यवहारलाई होइन । व्यवहारिक उद्देश्य मापनीय बनाउनु पर्छ । जसले गर्दा उद्देश्य पूरा भए नभएको मूल्याङ्कन गर्न सकिन्छ । यसका निम्न विशेषता हुनु पर्छ :

- व्यावहारिक (Behavioral)
- मापनीय (Measurable)
- विशिष्ट (Specific)
- स्पष्ट (Clear)

व्यावहारिक उद्देश्यहरू निर्माण गरी शिक्षण सिकाइ कार्य सञ्चालन गर्दा निम्न फायदाहरू देखिन्छन् ।

- शिक्षकलाई योजनाबद्ध शिक्षण गर्न मद्दत पुऱ्याउँछ ।
- उद्देश्य पूरा भएनभएको मूल्याङ्कन गर्न सजिलो बनाउँछ ।
- शिक्षण सिकाइका लागि निरन्तर पृष्ठपोषण प्राप्त हुन्छ ।
- विद्यार्थीलाई स्वः मूल्याङ्कन गर्न सजिलो बनाउँछ ।
- शिक्षक र विद्यार्थी दुवैको समय बचत हुन्छ ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) पोलियाले शिक्षकहरूका लागि दिइएका उपदेशहरूले हाम्रा गणितका कक्षाकोठाहरू स्तरीय हुने कुरामा तपाईं कति विश्वस्त हुनु हुन्छ ? तपाईंको अनुभवले यी उपदेशहरू अर्थपूर्ण बनाउन अरु के गर्नु पर्ला ?

ख) गणित अध्यापन गर्दा शिक्षक बालमनोवैज्ञानिक पक्षहरूसँग परिचित हुनुपर्ने विषयमा तपाईंको धारणा कस्तो छ ? कारण व्यक्त गर्नुहोस् ।

पाठ पाँच : गणित शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा सुधार

(Improvement in mathematics teaching and learning)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणित अध्यापन गर्दा स्व (व्यक्तिगत) शिक्षण (Individualized instruction) को प्रयोग गर्न,

ख) विद्यालयमा गणित शिक्षाको स्तर वृद्धिगर्न तालिम लिएका शिक्षकहरूले नमुना वा प्रदर्शन शिक्षण गर्न,

ग) गणित अध्यापन गर्दा विषयवस्तुको प्रकृति हेरी उपयुक्त विधिको छनोट गर्न,

घ) गणित शिक्षण गर्दा प्रयोगात्मक कार्य (Practical work) र सानोसमूह कार्य (Small group work) को **महत्त्व** भन्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) व्यक्तिगत तहमा शिक्षण (Individualized instruction),

ख) नमुना वा प्रदर्शन शिक्षण (Demonstration teaching),

ग) प्रयोगात्मक कार्य, सानो समूहकार्य,

घ) शिक्षण विधिको छोटो परिचय ।

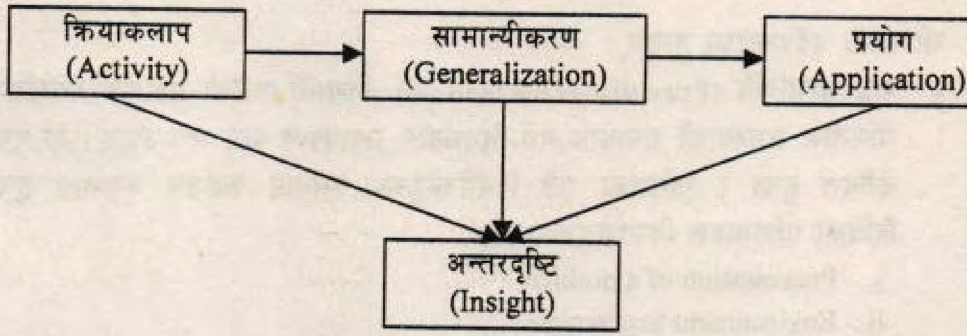
३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) व्यक्तिगत तहमा शिक्षण (Individualized instruction)

यसलाई हामी स्वतन्त्र सिकाइ (Independent learning) पनि भन्न सक्छौं । कक्षामा सधैँ आफूले मात्र बोली रहेर, आफूले मात्र हिसाब गरेर विद्यार्थीमा गणितीय धारणाको विकास गर्नमा खासै सहयोग पुग्दैन । सुनेको कुरा बिर्सिन्छ, देखेको कुरा सम्झिन सकिन्छ र आफैंले गरेको कुराबाट सिकिन्छ भन्ने कुरा तपाईं हामीलाई प्रस्ट भई सकेको छ । यसरी "गरेर" सिक्दा आत्मविश्वासको विकास हुन्छ । शिक्षण गर्दा हरेक क्रियाकलापमा विद्यार्थीलाई सङ्लग्न गराउन सकियो, उनीहरू मार्फत समस्याको समाधान खोज्न प्रयत्न गरियो भने सिकाइ प्रभावकारी बन्न पुग्छ । व्यक्तिगत तहको शिक्षणमा :

- विद्यार्थीलाई प्रोजेक्ट कार्य दिन सकिन्छ वा कम्प्युटरबाट स्व-अध्ययन गराउन सकिन्छ।
- विद्यार्थीको स्तरअनुरूप सो कार्य फरक-फरक हुनसक्छ ।
- उक्त कार्यमा शिक्षकको सहयोग पनि आवश्यकताअनुसार फरक-फरक हुनसक्छ ।

- निष्कर्ष निकाले पछि आफ्ना साथीहरू माझ प्रस्तुत गर्न मौका दिने जसले गर्दा आत्मविश्वास बढ्छ ।



माथिको चित्रमा देखाए झैं कुनै ज्यामितीय साध्यलाई व्याख्या वा प्रदर्शन गरेर सिकाउनुको सट्टा विद्यार्थीहरूलाई क्रियाकलापमा सङ्लग्न गराएर, अवलोकन गराएर निष्कर्ष निकाल्न लगाउन सकिन्छ । यसो भएमा सिकाइ अर्थपूर्ण र स्थायी हुन्छ ।

ख) नमुना वा प्रदर्शन शिक्षण (Demonstration teaching):

अधिकांश गणित शिक्षकहरूलाई विषयवस्तु कसरी प्रस्ट्याउने भन्ने समस्या हुनु स्वाभाविकै हो । यो समस्या निराकरण गर्न उनीहरूलाई उत्प्रेरित गर्नुपर्छ । यो क्रियाकलाप अन्तरगत नमुना वा प्रदर्शन शिक्षण अत्यन्त उपयोगी मानिन्छ । सम्बन्धित विषयको अनुभवी र दक्ष शिक्षक वा सुपरिवेक्षकबाट नमुनापाठ प्रदर्शन गर्न लगाउने र शिक्षकहरूलाई सो पाठ अवलोकन गर्न लगाएर गणित शिक्षणको तालिम सञ्चालन गर्न सकिन्छ । नमुना शिक्षण गर्दा विद्यार्थीहरूको आवश्यकताअनुसार शिक्षणका लागि केकस्ता क्रियाकलाप र शैक्षिक अवसर प्रदान गर्नुपर्ने हो त्यो परिस्थितिले बताउँछ । यसका लागि कुनै पनि सिद्धान्तमा पूर्णता हुन सक्तैन । यस्तो अवस्थामा शिक्षकले गणित शिक्षणमा प्रयोग हुने विधिहरू जान्नु पर्छ । छोटकरीमा यी विधिहरू निम्नानुसार प्रस्तुत गरिएका छन् :

१. खोज विधि (Discovery method)

खोज भन्नाले गणितमा भइरहेका तथ्य, नियम, सिद्धान्त तथा सूत्रहरूको आधारमा नयाँ कुराहरूको आविष्कार गर्नुलाई नै भनिन्छ । यस विधिमा विद्यार्थीले आफैं वा शिक्षकको सहायताले गणितीय समस्याको समाधान गर्दछ । खोजको अर्थ विभिन्न रूपबाट लिन सकिन्छ । जस्तै :

I. The growing awareness of the mathematical principles or relations
II. Invention

III. Creativity
IV. Testing and proving
V. Growth

खोजविधि दुईप्रकारका हुन्छन् :

- **शुद्ध खोजविधि (Pure discovery method) :** विद्यार्थी कसैको सहायता नलिईकन एक्लैले गणितीय समस्याको समाधान गर्ने नियमहरू, उपायहरू पत्ता लगाउँछन् । यो पूर्ण विद्यार्थी केन्द्रित हुन्छ र गणितका सबै विषयवस्तुहरू यसबाट पढाउन असम्भव हुन्छ । यस विधिका प्रक्रियाहरू निम्नअनुसार छन् :
  i. Presentation of a problem
  ii. Environment to discover
  iii. Explanation
  iv. Verification
  v. Generalization or conclusion.

- **निर्देशित खोजविधि (Guided discovery method) :** विद्यार्थीहरूले शिक्षकसँग सहायता लिएर उद्देश्यहरूको निर्धारण गर्दै पूर्णरूपमा खोजी गर्ने विधि निर्देशित खोजविधि हो । यसमा विद्यार्थीहरूको स्तरअनुसार समस्या दिइन्छ र समस्या समाधानका लागि विद्यार्थीहरूलाई चाहिने आवश्यक वातावरण तथा सामग्रीहरू उपलब्ध गराइन्छ । यस विधिमा शिक्षकको भूमिका निर्देशक, पथप्रदर्शकको जस्तो हुन्छ । गणित शिक्षकका लागि यो विधि निकै उपयोगी मानिन्छ । गणित शिक्षणका आधारभूत समस्या जस्तो बुझाइका लागि शिक्षण (Teaching for understanding) , पूर्णताका लागि शिक्षण (Teaching for assimilation), स्थानान्तरणका लागि शिक्षण (Teaching for transfer) र स्थायित्वका लागि शिक्षण (Teaching for permanence) को निमित्त निकै उपयोगीसिद्ध भएको छ । यस विधिका मुख्य प्रक्रियाहरू :
  i. Presentation of a problem
  ii. Exploration under guidance
  iii. Verification
  iv. Conclusion

२. **आगमन र निगमन विधि (Inductive and deductive method)**

- **आगमन विधि** : निश्चितता देखि साधारणतिर, ठोसवस्तुबाट भावात्मकतिर वा उदाहरणबाट सूत्रतिर जाने तर्कको प्रवाह आगमन विधि हो । जसमा ठोस (Concrete)

उदाहरणका आधारमा तर्कपूर्ण निष्कर्ष (Reasonable conclusion) निकालिन्छ । अवलोकन र प्रयोगबाट निष्कर्षमा पुग्ने हुनाले यस विधिबाट अध्यापन गर्दा शिक्षण सिकाइ प्रभावकारी बन्ने, बिभिन्न गणितीय धाराणा, विषयवस्तुबीच सम्बन्ध स्थापना हुने । समस्याको अर्थपूर्ण तरिकाले समाधान गर्न सकिने हुन्छ । अत: गणित अध्यापनमा यो विधि निकै महत्त्वपूर्ण मानिन्छ ।

- **निगमन विधि** : साधारण देखि निश्चिततातिर, भावात्मक देखि ठोसतिर, सूत्रदेखि उदाहरण तिर आउने प्रक्रिया निगमन विधि हो । सबै गणितको अन्तिम रूप नै निगमनरूप हो । शिक्षकले कक्षाकोठामा सुरु गर्ने पाठसँग सम्बन्धित सूत्रहरूका बारेमा तथा प्रयोग कसरी गर्ने हो । सोको जानकारी दिइसकेपछि समस्या समाधान गर्न विद्यार्थीहरूलाई दिइन्छ ।

३. हयूरिस्टक समस्या समाधान (Heuristic problem solving):

समस्यालाई प्रश्नको शृङ्खला (Sequence of questions) मा आधारित बनाएर समाधान गर्ने हुनाले समस्या समाधानमा प्रश्न-उत्तर (questions-answers) को भूमिका बढी परेको हुन्छ । अनि बालकलाई बुझ्न वा बुझाउन सजिलो हुन्छ । गणित कक्षामा यो विधिको प्रयोगबाट तल्लो कक्षादेखि माथिल्लो कक्षासम्म पढाउन सकिन्छ र उपयोगी पनि मानिन्छ । यस विधि अनुसारको शिक्षणले विद्यार्थीहरूमा मानसिक विकास हुनुको साथै तर्कपूर्ण तरिकाले पढ्ने क्षमताको विकास हुन्छ । पोलियाले समस्या समाधान गर्दा चारतह (Phase) मा बाँडेका छन् :

- समस्यालाई बुझ्ने (Understanding the problem)
- योजना तर्जुमा गर्ने (Making a plan)
- योजना कार्यान्वयन गर्ने (Carrying out the plan)
- पछाडि फर्केर हेर्ने (Looking back)

४. माथिका विधिको अतिरिक्त समस्याहरूको सोधपुछ/अन्वेषण (Inquiry) :

यसले गणित सिकाइलाई स्तरीय बनाउन सकिन्छ । अध्ययनअध्यापन गर्ने क्रममा पजलहरू (puzzles) को समावेश गरिएको छ भने मस्तिष्क मन्थन (Brain storming) गर्ने काम हुन्छ जसले विद्यार्थीलाई मनोरञ्जन (recreation) दिन्छ र सिकाइ अर्थपूर्ण हुन्छ ।

हाम्रो जीवनको हरक्षेत्रमा प्रत्यक्ष वा अप्रत्यक्ष रूपले गणितको प्रयोग भएको हुन्छ । यसको प्रयोगात्मक मूल्यलाई दुई भागमा बाँड्न सकिन्छ । पहिलो, दैनिक जीवनमा यसको उपयोग र दोस्रो अन्य विषयमा यसको उपयोग । यस्तो महत्त्वपूर्ण विषयमा सुधार ल्याउन सबैभन्दा पहिले विद्यार्थीको स्तर वृद्धि गर्ने तर्फ ध्यानपुऱ्याउनुपर्छ । हामीले गणितका विषयवस्तुहरूलाई कक्षामा

व्यवस्थित एवम् अर्थपूर्ण बनाउन अप्ठेरो गरेर सिकाउनु हुन्न, सिकाउँदा व्यक्तिगत भिन्नतालाई पनि ध्यान दिनुपर्छ ।

जान्ने विद्यार्थीको बीचमा नजान्नेलाई राखी दियो भने नजान्ने निराश बन्छ, नबुझेको पनि बुझेको अभिनय गर्छ र पछिसम्म गणितमा पछौटे बन्दछ । अत: गणित शिक्षणबाट तोकिएका उपलब्धि हासिल गर्न कक्षामा विद्यार्थीहरूलाई सानोसानो समूहमा बाँडी काम दिनु पर्छ र साथै धेरै समयमा हिसाब अर्थात व्यावहारिक/प्रयोगात्मक समस्या समाधान कार्यमा बिताउनु पर्छ । यी रणनीतिको गणित शिक्षण सिकाइ प्रत्रियामा केकस्तो स्थान रहन्छ, छोटकारीमा छलफल गरौं ।

ग) प्रयोगात्मक कार्य (Practical work)

शैक्षिक सामग्रीहरूको प्रयोग गरी प्रयोगात्मक तरिकाबाट गणित सिकायौं भने गाह्रो/कठिन विषयवस्तु नै विद्यार्थीका लागि केही हुन्न । विद्यार्थीको मनमस्तिष्कमा विषयवस्तुको छाप प्रस्टसँग बसेको हुन्छ, अर्को समस्या समाधान गर्दा पहिले सिकेका कुराहरूको प्रयोग गर्न सकिन्छ अर्थात स्थानान्तरण हुन्छ । त्यसैले विषयवस्तु प्रस्ट पार्न, कठिनाइ हटाउन कक्षामा Practical work लाई बढी प्राथमिकता दिने गर्नुपर्छ ।

सानो समूहकार्य (Small group work)

व्यक्तिगत तहको शिक्षण सञ्चालन गर्न कठिन हुँदा समूहकार्य निकै उपयोगी देखिएको छ । व्यक्तिगत विभिन्नता हटाउन र साथीहरूबाट सिक्ने अवसर दिन यो ज्यादै उपयोगी छ । समूह विभाजन गर्नाले विद्यार्थीहरूमा एकअर्कामा सहयोगी भावना राखेर काम गर्ने बानी विकास हुन्छ भने स्वस्थ प्रतियोगितात्मक गुणको पनि विकास हुन्छ । गणितमा त झन सानोसानो समूहमा विद्यार्थीलाई विभाजन गरी काम दिँदा आफूले नजानेका कुराहरू साथीसँग सिक्दछन् । आफना कमीकमजोरीलाई महसुस/आत्मसात (Realize) गर्छन् । समूह निर्माण गर्दा शिक्षकले विभिन्न पक्षमा विचार पुऱ्याउनु पर्छ :

- विद्यार्थीहरूको स्तर हेरी समानस्तर समूह (Homogeneous group) बनाउनु पर्छ ।
- समूहको नाइके, मनिटरले एकाधिकार (Monopoly) जमाउने खालको हुनुहुन्न । समूहका सबै सदस्यहरूलाई केही न केही जिम्मेवारी दिनुपर्छ ।
- समूहका सबै सदस्यहरूलाई समान उत्तरदायित्व दिइएको छ भन्ने कुरा उनीहरूलाई महसुस हुनुपर्छ ।
- समूहको आकार पनि सजिलै व्यवस्थापनगर्न सकिने हुनुपर्छ । जुन समूहमा जुन पनि विद्यार्थी रहन पाउने उदारनीतिको अबलम्बन गरिनुपर्छ ।
- समूहकार्य सहयोगी भावनाबाट प्रेरित हुनुपर्छ बढी प्रतियोगितात्मक भावनाबाट होइन ।

- उमेर समूहलाई विशेष ध्यान दिनुपर्छ अर्थात समान उमेरकालाई एउटै समूहमा राख्नु उचित हुन्छ आदि ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) Individualized instruction को प्रयोग तपाईंले अहिलेसम्म कक्षा अध्यापनमा गर्नु भएको छ, छैन ? कक्षा अध्यापनमा यसको प्रयोग कसरी गर्नु हुन्छ ?

ख) Practical work, small group work बाट गणितको स्तर बढ्ने कुरामा तपाईंका तर्कहरू केके हुन सक्छन् ?

५. सन्दर्भ सामग्री :

1. Maharjan, H.B. Upadyaya, H.N. Poudel L.N.(2000). Teaching Mathematics in Secondary School; Bhundipuran Prakashan, Bagbazar, Kathmandu.
2. Sindu, K.S. (1995). The Teaching of Mathematics, New Delhi, Sterling pub.
3. Devkota, C.P. and Thapaliya, T.P.(2002). Mathematics (9 & 10), Self-Learning Materials, Open Learning Development, Man Bhawan, Kathmandu.
4. Rahaman, H.M. (1998). Methods of Teaching Mathematics for Diploma Level, IOE, Birganj.
5. Gibbs W.(1994), Class Lecture.

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) ऐकिक नियम तथा अनुपात समानुपातको शिक्षण नमुना तयार गर्न,

ख) प्रतिशतको उपयोगिता बताउनका साथै तत्सम्बन्धी गणितीय समस्याहरूलाई समाधान गर्ने तरिका बयान गर्न,

ग) नाफा, नोक्सान तथा ब्याजसम्बन्धी शिक्षण नमुना तयार गर्न,

घ) क्षेत्रफलहरूको सूत्र प्रतिपादन गर्न,

ङ) प्रिज्म, पिरामिडहरूको सामान्यीकरण गर्न र सूत्र प्रतिपादन गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) अनुपात, समानुपात तथा नाफा नोक्सान

ख) साधारण तथा चक्रीय ब्याज,

ग) क्षेत्रफल (त्रिभुजहरू, चतुर्भुजहरू, षड्मुखा, आयताकार वस्तुको किनारा)

घ) ठोस वस्तुहरू (प्रिज्म, पिरामिड, सोली, बेलना, गोला) को सतहको क्षेत्रफल तथा आयतन

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) **ऐकिक नियम तथा अनुपात समानुपात**

दिइएको एकभन्दा बढी परिमाणबाट एउटा मात्र परिमाणको मान निकाल्ने प्रक्रियालाई ऐकिक नियम भनिन्छ । एकभन्दा बढी परिमाणबाट एउटाको मात्र मान निकाल्न भाग गरिन्छ भने एउटाबाट बढी परिमाणको मान निकाल्न गुणन गरिन्छ । यदि एकभन्दा घटी परिमाणबाट एउटाको मान निकाल्नुपऱ्यो भने पनि भाग गर्नुपर्दछ ।

जस्तै :

$\frac{2}{3}$ भागको मूल्य रु. 30 पर्छ भने

1 भागको मूल्य रु. $\frac{30}{2} \times 3 =$ रु. 45 पर्छ ।

10 भागको मूल्य $=$ रु. $45 \times 10 =$ रु. 450 पर्छ ।

यो प्रत्यक्ष समानुपातको उदाहरण हो ।

त्यसैगरी अप्रत्यक्ष समानुपातमा धेरै परिमाणबाट एउटाको परिमाण निकाल्न गुणन गर्नुपर्छ भने एउटा भन्दा बढीको परिमाण निकाल्न भाग गर्नुपर्छ ।

जस्तै :

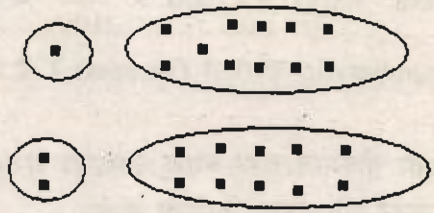
40 जनाले एउटा घर बनाउन 30 दिन लाग्छ ।

1 जनाले एउटा घर बनाउन 30×40 दिन लाग्छ ।

20 जनाले एउटा घर बनाउन $\frac{30 X 40}{20} = 60$ दिन लाग्छ ।

त्यसै गरी प्रत्यक्ष र अप्रत्यक्ष समानुपाती समावेश भएको अवस्थामा त्यसलाई संयुक्त समानुपाती भनिन्छ । दुई वा दुईभन्दा बढी उस्तै वस्तुहरूको तुलना गर्ने एउटा तरिका अनुपात लिनु हो । तलको उदाहरण हेरौँ ।

12 ओटा ईँटाका टुक्राहरूलाई 1:11 को रूपमा राख्न सकिन्छ । त्यस्तै 2 र 10 ओटाको रूपमा पनि राख्न सकिन्छ ।



तिनीहरूलाई बराबर भाग लगाउँदा 1:5 हुन्छ । त्यसैले 2:10 को लघुत्तम रूप 1:5 हो । त्यस्तै 3 र 9 को रूपमा राख्दा 1:3 हुन्छ, 4/4 ओटाको समूह बनाउँदा 4 र 8 ओटाको समूह हुन्छ जुन 4:8 वा 1:2 हुन्छ भने 6/6 ओटाको अनुपात बनाउँदा 1:1 हुन्छ ।

यदि कुनै परिमाणहरूमध्ये कुनै दुईको परिमाणको अनुपात र बाँकी दुई परिमाणको अनुपात बराबर भयो भने ती परिमाणहरूलाई समानुपातमा रहेको भन्ने बुझिन्छ । जस्तै : 2,3,18 र 12 ओटा ईँटाका टुक्राहरूलाई क्रमैसँग 2,3,12 र 18 ओटामा राख्दा मात्र अनुपातहरू बराबर हुन्छन् ।

$$\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$$

त्यसैले 2,3,12 र 18 समानुपातमा छन् भन्न सकिन्छ ।

ख) प्रतिशत

एउटा विद्यालयमा 250 विद्यार्थीमध्ये 200 जना र अर्को विद्यालयमा 220 जनामध्ये 180 जना उत्तीर्ण भए भने कुन विद्यालयको उत्तीर्ण प्रतिशत बढी होला ?

यहाँ दुई विद्यालयको नतिजा तुलना गर्दा पहिलो विद्यालयमा बढी उत्तीर्ण भएको देखिन्छ तर जम्मा परीक्षार्थी विद्यार्थी पनि दोस्रो विद्यालयको भन्दा बढी छ । त्यसैले तुलना गर्ने उपयुक्त तरिका दुवैको उत्तीर्ण प्रतिशत निकाल्नुपर्ने हुन्छ ।

पहिलो विद्यालयको उत्तीर्ण प्रतिशत = $\frac{200}{250} \times 100\% = 80\%$

दोस्रो विद्यालयको उत्तीर्ण प्रतिशत = $\frac{180}{220} \times 100\% = 81.8\%$

यसरी प्रतिशतमा तुलना गर्दा दोस्रो विद्यालयको उत्तीर्ण प्रतिशत राम्रो देखियो ।

प्रतिशत भनेको प्रति सयकडा हो । 1% भन्नाले 100 भागको 1 भाग भन्ने बुझाउँछ वा ज्ञ प्रतिशत भन्छौं ।

यदि रु. 2000 को 15% बराबर रु. 2000 × $\frac{15}{100}$ = रु. 300 हुन्छ भने रु. 2000 आधार सङ्ख्या (Base number) 15 प्रतिशत (Percent) र रु. 300 प्रतिशतता (Percentage) भनिन्छ ।

प्रतिशतको आधारमा नाफा नोक्सान तथा ब्याज सम्बन्धी समस्याहरू हल गर्नु पर्ने हुन्छ जहाँ नाफा नोक्सान तथा ब्याजदर प्रतिशतमा दिइएका हुन्छन् ।

दिइएका समस्या प्रत्यक्ष वा अप्रत्यक्ष समानुपाती हुन् वा संयुक्त समानुपातीका हुन् छुट्याइसकेपछि प्रत्यक्ष भएमा सोही अनुरूप (परिमाण बढेमा नतिजा पनि बढ्छ र परिमाण घटेमा नतिजा पनि घट्छ) गर्ने तर अप्रत्यक्ष समानुपात रहेको भए परिमाण बढ्दा नतिजा घट्छ र परिमाण घट्दा नतिजा बढ्छ । यदि संयुक्त भएमा छुट्टाछुट्टै समानुपाती अनुरूप गर्नुपर्दछ । त्यसैगरी नाफा तथा नोक्सानमा अङ्कित मूल्य पनि समावेश भएमा अङ्कित मूल्यलाई आधार मानी हल गर्नुपर्ने हुन्छ ।

ग) ब्याज

बैंकले अर्धवार्षिक रूपमा ब्याज दिन्छ भने हरेक ६/६ महिनामा पाइने ब्याज पछिल्लो ६ महिनामा पनि थपेरै जाने भएकोले त्यहाँ चक्रीय ब्याज पाइरहेको हुन्छ । तर साधारण ब्याजको

हिसाबले ब्याज दिने वा लिने ठाउँमा त्यही अनुरूप ब्याज लिइन्छ भने चक्रीय ब्याज लगाउँदैन । हाल फाइनान्स कम्पनीहरूले प्रति ३ महिनामा पनि ब्याज लिने दिने गरेको पाइन्छ ।

घ) क्षेत्रफल

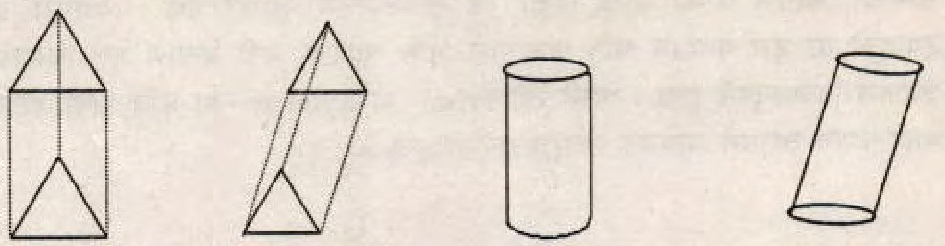
त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्ने तरिका थाहापाइसकेपछि सबै चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्न सकिन्छ भने प्रिज्म र पिरामिडको पनि सतहको क्षेत्रफल निकाल्न सकिन्छ । आयताकार वस्तुको किनाराको क्षेत्रफल त्यहाँ बन्ने दुईओटा आयतको क्षेत्रफलको अन्तर हो । कोठा पनि एउटा षड्मुखा हो जसका सामुन्ने भागहरू बराबर भई समानान्तर हुन्छन् र आसन्न भागहरू परस्पर लम्ब हुन्छन् ।

ङ) ठोसवस्तुहरू

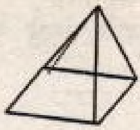
दुई बराबर र समानान्तर आधारहरू भएका ठोस वस्तु प्रिज्म हो । आधारका भुजाहरूका सङ्ख्याबढाउँदै गएमा अन्तमा आधारका भुजाहरू असिमीत भई वृत्त बन्छ । त्यो वस्तु नै बेलना हो । यदि दुई आधारहरूका संगति बिन्दु वा भागहरू परस्पर लम्ब छन् भने त्यसलाई Right prism भनिन्छ । जस्तैः बेलनाको दुई वृत्तका केन्द्रहरू जोड्दा आधारमा लम्ब हुन्छ भने त्यो Right cylinder हो । यदि लम्ब बन्दैनन् भने Oblique prism तथा Oblique cylinder भनिन्छ ।

हामीले प्रिज्म वा बेलना भनेको Right prism वा Right cylinder भन्ने बुझ्नुपर्दछ । Right prism को आधारहरू बाहेक अरू भागहरू आयत बन्छ भने Cylinder को वक्र सतह (curved surface) बन्छ ।

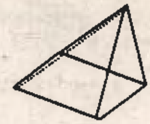
आधारहरू बराबर र समानान्तर भई आधारहरू जोड्दा आधारमा लम्ब हुन्छ भने त्यो प्रिज्म Right prism हुन्छ अन्यथा Oblique prism हुन्छ ।



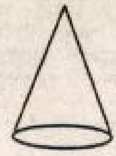
Right prism　　Oblique prism　　Right cylinder　　Oblique cylinder



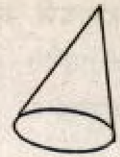
Right pyramid



Oblique pyramid



Right cone



Oblique cone

प्रिज्मका भुजाहरू बढाउँदै (4, 5, 6 .....) जाँदा अन्तमा आधारहरू वृत्त बन्दछ । त्यो वस्तुलाई बेलना (Cylinder) भनिन्छ । त्यसैले Cylinder लाई Prism को सामान्यीकरण भनिन्छ । हामी यहाँ Right prism, right cylinder र Right cone लाई प्रिज्म (Prism), बेलना (Cylinder) र सोली (Cone) मात्रै भन्छौं ।

पिरामिडमा शीर्षबिन्दुबाट आधारका भुजाहरूमा त्रिभुजहरू बनेका हुन्छन् । पिरामिडको आधारका भुजाहरू बढाउँदै गएमा अन्तमा सोलीको रूप लिन्छ । यदि एउटा प्रिज्मको उही आधार र उत्तिकै उचाइको एउटा पिरामिड छ भने पिरामिडको आयतन प्रिज्मको एकतिहाइ हुन्छ । प्रिज्म र पिरामिडको आधारहरू बाहेक अरू भाग क्रमश: आयत र त्रिभुज हुन्छन् भने बेलना र सोलीको वक्र सतह हुन्छ ।

निष्कर्ष :

क) ऐकिक नियमद्वारा अनुपात समानुपातका साथै साधारण ब्याजहरू निकाल्न सकिन्छ । त्यसैगरी ऐकिक नियमको प्रयोगद्वारा नाफा नोक्सान सम्बन्धी समस्यापनि हल गर्न सकिन्छ भने प्रतिशत हाम्रो दैनिक जीवनको हरेक क्षेत्रहरूमा प्रयोग भैरहेको छ । जस्तै : VAT को दर 10% बाट 13% हुनु ।

क्षेत्रफलको प्रयोग दैनिक व्यवहारिक जीवनमा धेरै प्रयोग भएको पाइन्छ । जस्तै: घरजग्गा सम्बन्धी, कागज कपडा खरिद विक्री, रङ लगाउँदा वा प्लाष्टर गर्दा । त्यसैगरी पानी राख्ने ट्याङ्की वा ड्रम बनाउन कति फलामको पाता चाहिन्छ भनी अन्दाज गर्न त्यसको सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुपर्ने हुन्छ । त्यस्तै त्यो Prism वा Cylinder मा कति पानी अटाउँछ भनेर थाहा पाउन त्यसको आयतन अन्दाज गर्नुपर्ने हुन्छ ।

ख) नाफा नोक्सान सम्बन्धी प्रत्यक्ष र दैनिक कारोबारका आधारमा सम्बन्ध रहेका हुन्छन् । क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू घर निर्माणमा प्रत्यक्ष सम्बन्ध रहेको हुन्छ । जस्तै घरमा रङ लगाउँदा, प्लाष्टर गर्दा ।

यस तहमा प्रतिशतको प्रयोग धेरै भएको पाइन्छ । अङ्कगणित क्षेत्रका सबै पाठमा प्रतिशतको प्रयोग गरिएको छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

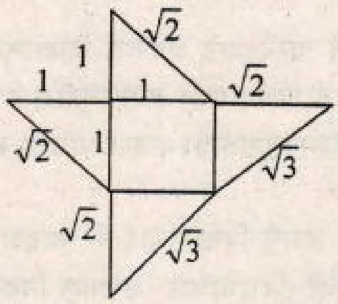
तालिम सत्रमा निम्नलिखित बुँदाहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

- अङ्कित मूल्य र प्रतिशत समावेश भएका एउटा समस्या लेख्नुहोस् र समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।
- वितरित त्रिभुजहरूको तीनै तरिकाबाट क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । उत्तरहरू दाँज्नुहोस् ।
- ऐकिक नियमसँग सम्बन्धित एउटा प्रश्न बनाउनुहोस् र समुहमा छलफल गर्नुहोस् ।
- काम र समय तथा संयुक्तसमानुपातीका एउटा/एउटा समस्या बनाइ समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।
- प्रतिशतसम्बन्धी खेलिएको खेलले विद्यार्थीलाई के फाइदा हुन्छ ? लेख्नुहोस् ।
- विद्यार्थीलाई कुनकुन वस्तुको (त्रिभुजाकार) क्षेत्रफल निकाल्न लगाउन सकिन्छ ? टिपोट गर्नुहोस् ।
- वातावरणमा पाइने प्रिज्म आकार तथा बेलनाकार वस्तुहरूको नाम लेख्नुहोस् ।

समानुपातबारे इतिहास

गणितज्ञ Thales (640-546 BC) ले इजिप्टमा रहेको पिरामिडको उचाइ नाप्न एउटालाई पिरामिडभन्दा केही पर गाडेर त्यसको छायाँ र पिरामिडको छायाँ नापी समानुपातको प्रयोग गरी पिरामिडको उचाइ नापेका थिए । किनभने एकै समयमा दुईओटा वस्तुहरूले जमीनमा बनाएका छाँयाका कोणहरू बराबर हुन्छन् र समानुपातमा हुन्छन् ।

उही आधार र उत्तिकै उचाइमा रहेका प्रिज्मको आयतनको एकतिहाइ भाग पिरामिडको आयतन हुन्छ भन्ने बारे नमुनाको तयार गर्ने तरिका



1 एकाइ लम्बाइ भएको वर्गको एउटा कोणबाट 1 एकाइ लम्बाइ दुईतिर बढाउने । दुई समकोणी त्रिभुज तयार पार्ने र कर्ण $\sqrt{2}$ बराबर तानिएका भुजाहरूमा चिह्न लगाइ $\sqrt{3}$ कर्ण भएका दुईतिर समकोणी त्रिभुजहरू तयार गर्ने । यो net लाई काटेर सबै भुजाहरू जोड्ने तर आधारको वर्गलाई पट्याउने । यसरी एउटा Oblique एथचकष्म तयार हुन्छ ।

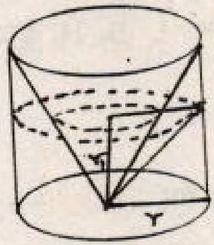
यसैगरी अर्को दुईओटा उत्रै पिरामिड बनाउने । तीनैओटालाई मिलाउँदा एउटा घन (Cube) बन्दछ । यस प्रयोगबाट थाहा हुन्छ कि पिरामिडको आयतन = $\frac{1}{2}$ प्रिज्मको आयतन हुन्छ ।

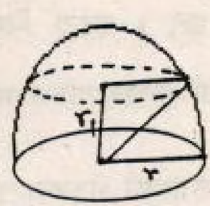
यस तथ्यलाई सामान्यीकरण गर्दा $\frac{1}{3}$ बेलनाको आयतन = सोलीको आयतन हुन्छ ।

गोलाको आयतन र सतहको क्षेत्रफल

यहाँ गणितज्ञ Cavalieri ले पत्ता लगाएका सिद्धान्त प्रयोग गरिन्छ जसलाई Cavalieri's Principle भनिन्छ ।

"Solids with the same height and with cross-section of equal area have the same volume."





उत्तिकै उचाइ भएका एउटा बेलना र एउटा अर्धगोला छन् जसको अर्धव्यास पनि बराबर छन् । मानौं अर्धव्यास r भए दुवै ठोसको उचाइ पनि r नै हुन्छ । बेलनामा एउटा सोली बनाई खाली गरिएको छ जसको शीर्ष बेलनाको आधारमा छोएको छ । बेलना र अर्धगोलामा r_1 उचाइमा आधारसँग समानान्तर हुने गरी काट्दा अर्धगोलामा बनेको वृत्तको अर्धव्यास $\sqrt{r^2 - r_1^2}$ हुन्छ र क्षेत्रफल $\pi (r^2 - r_1^2)$ हुन्छ भने बेलनामा बनेको भागको भित्री अर्धव्यास r_1 नै हुन्छ त्यसैले त्यो भागको क्षेत्रफल $\pi (r^2 - r_1^2)$ हुन्छ ।

Cavalieri को सिद्धान्तअनुसार काटिएका भागहरूको आयतनहरू बराबर भयो ।

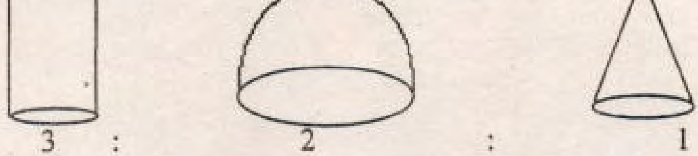
त्यसैले सोली विनाको बेलनाको आयतन र अर्धगोलाको आयतन बराबर भयो ।

अथवा

$$\pi r^3 - \frac{1}{3} \pi r^3 = V$$

$$\frac{2}{3} \pi r^3 = V$$

त्यसैले पूरा गोलाको आयतन $= 2V = 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3$ हुन्छ ।

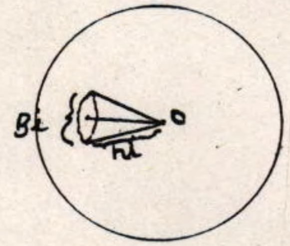


3 : 2 : 1

त्यसैले उचाइ तथा अर्धव्यास समान भएका यी ठोसहरूको आयतन 3 : 2 : 1 को अनुपातमा हुन्छन् ।

गोलाको सतहको क्षेत्रफल

कुनै गोलाको केन्द्रबाट सतहको क्षेत्रफलमा आधारको क्षेत्रफल B_i र उचाइ H_i भएका पिरामिडहरू छन् । एउटा पिरामिडको आयतन $\frac{1}{3}$ B_i H_i हुन्छ । यस गोलामा यस्ता पिरामिडहरू धेरै हुन्छन् यकिन भन्न सकिँदैन ।



यदि गोलाको सतहको क्षेत्रफल S र आयतन V भए,

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} Bi = S$$ र $$\lim_{n \to \infty} H_i = r$$ (गोलाको अर्धव्यास)

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{BiHi}{3} = V$$

अथवा, $$\frac{Sr}{3} = V$$

अथवा, $$\frac{Sr}{3} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4 \pi r^2$$

पाठ सात : बीजगणित शिक्षण

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) खण्डीकरणको शिक्षण नमुना तयार गर्न,

ख) समीकरण, असमानता तथा लेखाचित्रको शिक्षण नमुना तयार गर्न ।

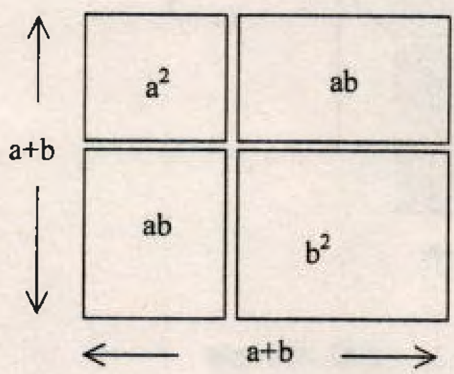
२. **मुख्य विषयवस्तु :**

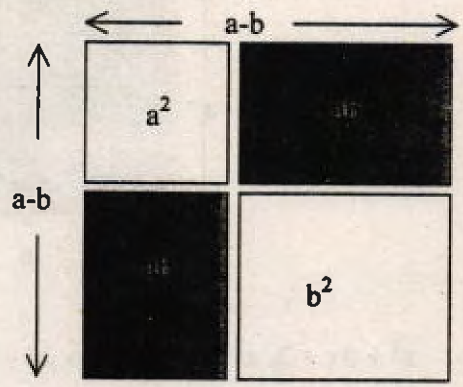
क) खण्डीकरण

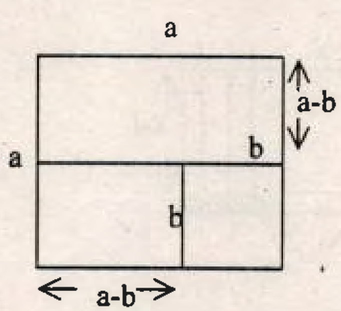
ख) समीकरण, असमानता र लेखाचित्र

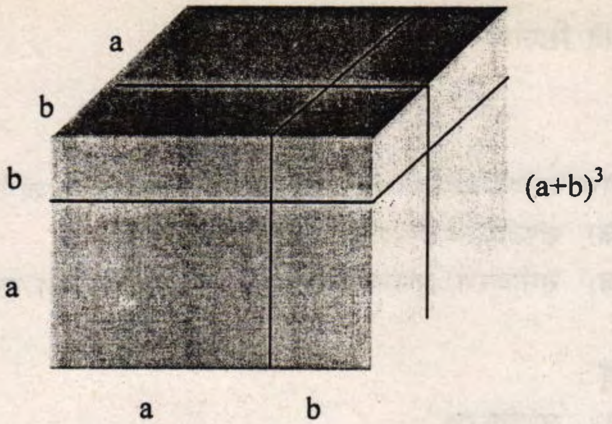
३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

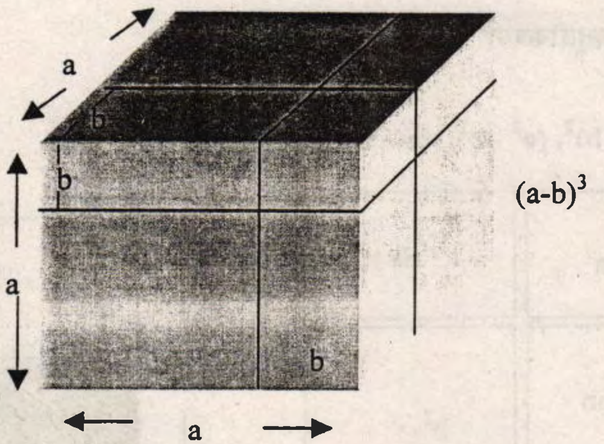
क) $(a + b)^2, (a - b)^2, (a^2 - b^2), (a + b)^3, (a - b)^3$ **को मोडेलहरू**



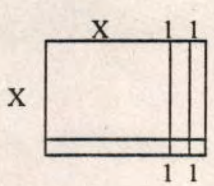


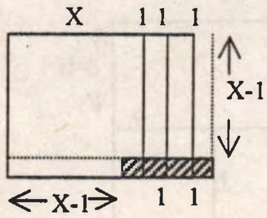


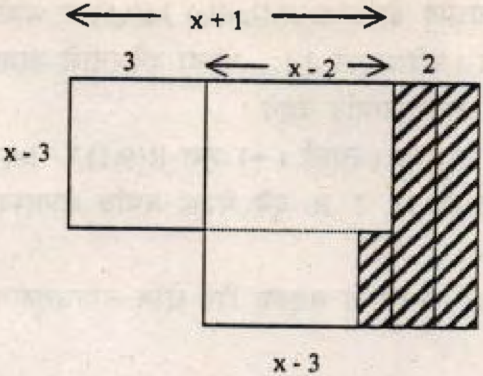


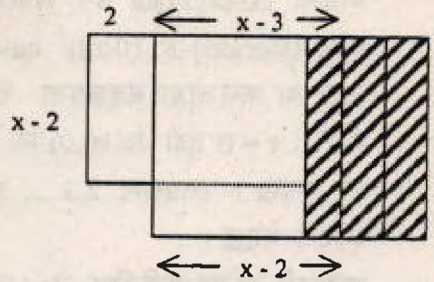


ख) $x^2 + 3x + 2, x^2 + 2x - 3, x^2 - 2x - 3, x^2 - 3x + 2$ को मोडेलहरू









ग) 5 in- a- row खेल :

ग्राफ बोर्ड लिनुहोस् र बीचमा पर्ने गरी x-अक्ष र y- अक्ष खिच्नुहोस् । सहभागीलाई दुई समूहमा बाँड्नुहोस् र पहिलो समूहलाई ग्राफबोर्डको कुनै एक बिन्दुको co-ordinate भन्न लगाउने र सो बिन्दु त्यस समूहको नेताले बोर्डमा अङ्कित गर्न लगाउनुहोस् । अब अर्को समूहलाई co-ordinate भन्न लगाउनुहोस् र सो बिन्दु पनि उसको नेताले अर्को रङ तथा अर्कै चिह्नद्वारा बोर्डमा अङ्कित गर्न लगाउनुहोस् । यसैगरी दुवै समूहलाई पालैपालो co-ordinate भन्न लगाई ती बिन्दु अङ्कित गर्दै जाँदा जुन समूहले तेर्सो, ठाडो वा विकर्णरूपमा लगातार ५ ओटा बिन्दुहरू मिलाउँछन् सो समूह विजेता बन्दछ । केही उदाहरण गराई एकसमूहले अर्को समूहलाई कसरी छेक्ने भन्ने समेत नियम स्पष्ट भईसकेपछि यो खेल खेल्न लगाउनुहोस् ।

नियम :

- एकपटकमा समूहका एकजनाले मात्र एउटा क्रमजोडा सङ्ख्या बोल्ने,
- क्रमजोडा सङ्ख्या समूहमा क्रमैसँग सबैले बोल्ने मौका दिने,
- एउटा समूहको एकजनाले बोलेपछि अर्को समूहको एकजनालाई बोल्ने पालो दिने,
- एकपटक co-ordinate भनेपछि फेर्न नपाउने,
- आफ्नो पालोमा अरूले बोलेमा स्वत: रद्द भई पालो खेर जाने,
- जुन समूहले पहिले ५ ओटा ठाडो, तेर्सो वा विकर्णका रूपमा (diagonally) मिलाउँछ, सो समूह विजयी हुनेछ ।

घ) क्षेप्यास्त्र र रकेट खेल :

यहाँ एउटा क्षेप्यास्त्र र रकेटको क्रमजोडाको रूपमा आआफ्नो बाटो दिइएको छ । कति समयपछि क्षेप्यास्त्रलाई रकेटले खसाल्छ या छुँदै छुँदैन ? यसबारे निम्नअनुसार खेल खेलाउनुहोस् :

ग्राफबोर्डमा अक्षहरू खिँच्नुहोस् । प्रशिक्षकले दुईजना सहभागीलाई बोलाई फरक रङका चकले बोर्डमा co-ordinate भर्न लगाउने । एकजनालाई क्षेप्यास्त्र (Missile) M(t,5) र अर्कोलाई रकेट (Rocket) R(10-t,t) co-ordinate दिने । प्रशिक्षकले 0,1.... बोल्दा दुबैजनाले आआफ्नो बाटो वा क्रमजोडा सङ्ख्यामा पनि t=0,1...... राखी अगाडि बढ्ने ।

जस्तै : t = 0 हुँदा R(10,0) मा र M(0,5) मा पुग्छ । त्यस्तै t =1 हुँदा R(9,1) र M(1,5) मा पुग्दछ । यसप्रकार 2,3...... बोल्दै जाँदा 5 मा M र R दुवै भेट्छ अर्थात क्षेप्यास्त्रलाई रकेटले भेट्छ ।

त्यसैगरी दुईसहभागीबीच $(3t,15)$ र $(t-10,8t-t^2)$ क्रमजोडा सङ्ख्या दिई खेल्न लगाउनुहोस् ।

ङ) असमानताको खेल खेलाउनुहोस् :

नौ/नौ जना सहभागीहरूको दुईओटा समूह बनाई नं. -4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4 लेखिएका कागज प्रत्येकलाई टाँस्ने ।

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

दुवै समूहलाई आमनेसामने मेचमा बसाउने । एउटा समूहको छेउको सहभागीले भनेको असमानताअनुसार अर्को समूहको आवश्यक नम्बर अङ्कित सहभागीहरू उठ्ने । जस्तै : $X > 3$ भएमा नं. 4 को सहभागीमात्र उठे पुग्छ ।

नियम :

- सबै सहभागीलाई पालैपालो एउटा असमानता भन्न लगाउने ।
- एउटा समूहको एकजनाले असमानता भनेपछि अर्को समूहको एकजनालाई असमानता भन्न दिने ।
- भनिएका असमानताअनुसार आवश्यक नं. अङ्कित सहभागी उठेमा 1 अङ्क दिने र नमिलेमा नं. नदिने ।
- सबैको पालो सकिएपछि जुन समूहले बढी अङ्क पायो सोही समूहलाई विजयी बनाउने ।

नोट :

खण्डीकरणको प्रयोग म.स., ल.स., समीकरण, सरलीकरणमा भएको हुन्छ । त्यस्तै लेखाचित्र समीकरण तथा असमानतामा भएको हुन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

तालिम सत्रमा निम्नलिखित बुँदाहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

- ग्राफ शिक्षण गर्ने एउटा कथा लेख्नुहोस् ।
- ठोस वस्तुहरूको प्रयोग गरी समीकरण बनाउने उदाहरणहरू लेख्नुहोस् ।
- असमानता प्रयोग हुने व्यवहारिक उदाहरणहरू लेख्नुहोस् ।

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) त्रिभुज तथा चर्तुभुजका भित्री तथा बाहिरी कोणको सम्बन्ध तथा सूत्र पत्ता लगाउन

ख) त्रिभुज तथा चर्तुभुजको भुजा र कोणसम्बन्धी साध्यको परीक्षण गर्न,

ग) पाइथागोरस साध्यको शिक्षण तथा प्रमाणित गर्न,

घ) अनुरूप तथा समरूप त्रिभुजहरूको परिभाषा तथा गुणहरूको परीक्षण गर्न,

ङ) वृत्तका साध्यहरूसम्बन्धी परीक्षणका साथै प्रमाणित गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) त्रिभुज तथा चर्तुभुजका गुणहरू,

ख) पाइथागोरस साध्य,

ग) अनुरूप तथा समरूप त्रिभुजहरू,

घ) वृत्तका गुणहरू ।

४. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) तीनओटा रेखाखण्डले घेरिएको बन्द आकृतिलाई त्रिभुज भनिन्छ । त्रिभुजका विन्दुहरू co-planner हुन्छ । त्रिभुजका कोणहरूको योग 180^0 हुन्छ भने कुनै एउटा भुजालाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण भित्री आसन्न कोणहरूको योगसँग बराबर हुन्छ ।

- समभुज त्रिभुजका सबै कोण 60^0 हुन्छन् भने समद्विभुज त्रिभुजका आधारका कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
- समान पद समलम्ब चतुर्भुज एकजोडा सम्मुख भुजाहरू समानान्तर हुन्छन् भने बाँकी भुजाहरू बराबर हुन्छन् र विकर्णहरू पनि बराबर हुन्छन् ।
- विकर्णहरू बराबर हुने चतुर्भुज आयत हुन्छ भने विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजन हुने चतुर्भुज समानान्तर चतुर्भुज हुन्छ ।
- विकर्णले वर्गका शीर्षकोणलाई 45^0 मा विभाजन गर्छ भने विकर्णहरू परस्पर लम्ब हुन्छन् ।
- समभुज चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर लम्ब रूपमा हुन्छन् ।
- चङ्गाका विकर्णहरू परस्पर लम्ब हुन्छन् भने एउटा विकर्ण समद्विभाजित भएको हुन्छ

ख) हरेक समकोणी त्रिभुजका कर्णमा बन्ने वर्गको क्षेत्रफल बाँकी भुजाहरूमा बन्ने वर्गहरूको योगसँग बराबर हुन्छ । यो पाइथागोरस साध्य हो ।

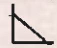
ग) दुई त्रिभुजहरूका सङ्गति कोणहरू र सङ्गति भुजाहरू बराबर छन् भने ती त्रिभुजहरू अनुरूप हुन्छन् । दुई त्रिभुजहरूका सङ्गति कोणहरू बराबर छन् भने ती त्रिभुजहरू समरूप हुन्छन् ।

घ) वृत्तका गुणहरू :

- **वृत्तको जीवामा केन्द्रबाट लम्ब खिँच्दा जीवालाई समद्विभाजन गर्छ ।**
- **बराबर वृत्तहरूमा बराबर वृत्तखण्डमा बन्ने जीवाहरू बराबर हुन्छन् ।**
- **वृत्तको उही चापमा बनेका परिधिकोण केन्द्रिय कोणको आधा हुन्छ ।**

नोट :

क) त्रिभुजका गुणहरू दैनिक जीवनमा धेरै प्रयोग भएको पाइन्छ । त्यस्तै चतुर्भुजका गुणहरूबाट जग्गासम्बन्धी क्षेत्रफलहरू निकाल्न सजिलो हुन्छ । माध्यमिक तहमा गर्नुपर्ने रचनाहरू त्रिभुज तथा चतुर्भुज सम्बन्धी छन् । त्यसको पूर्वाधारका रूपमा पनि त्रिभुज र चतुर्भुजको गुणहरूबारे जान्न अत्यावश्यक छ ।

ख) पाइथागोरस साध्यको प्रयोग पनि हरेक ठाउँमा प्रयोग हुँदै आएको छ । जस्तै: डकर्मीले पर्खाल सीधा बनाउन समकोणी त्रिभुज आकारको साधन  प्रयोग गरेको हुन्छ भने सिकर्मीले लम्बरूपको साधन L प्रयोग गरेको हुन्छ । कुनै ठाउँको दूरी वा कुनै अग्लो भागको उचाइ नाप्न यही साध्यको प्रयोग गरिन्छ ।

ग) उस्तै र उत्रै सामानहरू धेरै परिमाणमा उत्पादन गर्न अनुरूप सामानहरू बनाइन्छन् भने उस्तै र फरक साइजका सामानहरू उत्पादन गर्न समरूप सामानहरू बनाइन्छन् । कुनै वस्तुबाट उत्रै सामान बनाउन सङ्गति भागहरू बराबर हुने गरी बनाइन्छ भने उस्तै सानो वा ठूलो वस्तु बनाउन सङ्गति भागहरूको समानुपात लिइन्छ ।

घ) वृत्तसँग सम्बन्धित ठोसवस्तुहरू बनाउँदा वृत्तको गुणहरूको प्रयोग हुन्छ । जस्तै : बेलनाकार ट्याङ्की बनाउन ।

४. प्रतिबिम्बन :

निम्नलिखित तालिकाको आधारमा समबहुभुजको भित्री कोण र बाहिरी कोण निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन गर्नुहोस् :

बहुभुज	भुजाको सङ्ख्या	त्रिभुजको सङ्ख्या	भित्री कोणहरूको योग
त्रिभुज	3	1 = (3-2)	180^0
चतुर्भुज	....	....	....
पञ्चभुज	....	....	....
....	....	....	....
....	....	....	....
n भुज	....	....	....

पाठ नौ : तथ्याङ्कशास्त्र शिक्षण

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) रेखाचित्र तथा पाइचार्ट पढ्न तथा निर्माण गर्न,

ख) दिइएको आँकडाको मध्यक, मध्यिका तथा रीत निकाल्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) रेखाचित्र तथा पाइचार्ट,

ख) मध्यक, मध्यिका तथा रीत

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) कुनै पनि तथ्याङ्कलाई छिटो छरितो तथा स्पष्टसँग बुझ्न बयान गरिएको विषयवस्तु पढ्नुभन्दा चित्रद्वारा जनाइएको छ भने सजिलो हुन्छ । त्यसैले यहाँ चित्रहरूमध्ये रेखाचित्र तथा पाइचार्टको बारे छलफल गरिएको छ । रेखाचित्र वर्गाकित कागज (Squared grid) मा बनाइन्छ भने पाईचार्ट पूरा वृत्तलाई 360^0 मानी आँकडाहरूलाई त्यसको भागको डिग्रीमा परिणत गरी खण्ड खण्डमा विभाजन गरिन्छ ।

ख) दिइएको आँकडाको औसतमान निकाल्न मध्यक निकालिन्छ । जस्तै : कक्षा ७ का विद्यार्थीले दोस्रो त्रैमासिक परीक्षाको गणित विषयमा औसत कति अङ्क प्राप्त गरेछन् भनी हेर्न मध्यक निकालिन्छ । त्यस्तै कुनै आँकडाको ठीक बीचको मान निकाल्न मध्यिका तथा त्यसैको आधारमा पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश पनि निकालिन्छ । कुनै आँकडामा धेरैपटक दोहोरिएको आँकडालाई रीत भनिन्छ ।

ग) **सूत्रहरू**

मध्यक $= \frac{\Sigma fx}{N}$

अबर्गीकृत तथ्याङ्कको लागि :

मध्यिका $(Q_2) = \frac{N+1}{2}$

पहिलो चतुर्थाशं $(Q_1) = \frac{N+1}{4}$

तेस्रो चतुर्थांश $(Q_3) = \frac{3(N+1)}{4}$

वर्गीकृत तथ्याङ्कको लागि :

$$Q_2 = L + \frac{\frac{N}{2} - cf}{N} \times i$$

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - cf}{N} \times i$$

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - cf}{N} \times i$$

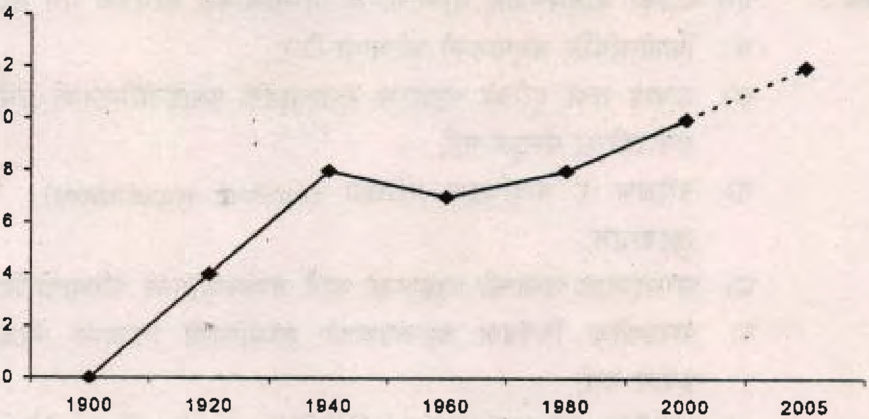
नोट :

क) रेखाचित्रहरूको प्रयोग सङ्घसंस्था, पत्रपत्रिका, व्यवसायहरू आदि ठाउँमा प्रयोग भएको पाइन्छ । विद्यालयका विभिन्न वर्षहरूमा एस.एल.सी. परीक्षाको नतिजा, पत्रपत्रिकामा विभिन्न सूचनाहरू प्रदान गर्न, आ.व. को बजेटको विभिन्न शीर्षकहरूमा छुट्याइएको रकम आदिमा रेखाचित्रको प्रयोग गरिन्छ ।

ख) कुनै व्यापारीले आफ्नो सालाखाला नाफा कति भयो भनेर हेर्न औसत निकाल्छ भने मोजा उत्पादकले कतिदेखि कतिसम्म साइजको मोजा बढी उपभोग हुन्छ भनेर थाहा पाउन मध्यिका निकाल्दछ । त्यस्तै सबैभन्दा बढी कति नं. को मोजा विक्री हुँदोरहेछ भनेर थाहापाउन रीत निकाल्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) चित्र हेरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर समूहगत रूपमा तयार पार्नुहोस् :



- 1940 मा कतिओटा मोटरकारहरू उत्पादन गरियो ?
- 1950 मा कतिओटा मोटरकारहरू उत्पादन गरियो ?
- कुन 20 वर्षको अवधिमा सबभन्दा बढी मोटरकारहरू उत्पादन भए ?
- उत्पादन कहिले घट्यो ?
- रेखाचित्रमा 2000 र 2005 बीचमा किन खण्ड रेखा प्रयोग गरिएको छ ?

ख) यस पाइचार्टले एउटा विद्यालयको पुस्तकालयमा रहेका तीन किसिमका पुस्तकहरू देखाएको छ ।

- प्रत्येक किसिमका पुस्तकले कतिकति भाग ओगटेको छ ?
- यदि त्यहाँ जम्मा 2400 पुस्तकहरू भए सबै थरिका पुस्तकको सङ्ख्यानिकाल्नुहोस् ।

ग) विद्यार्थीबाट लिन सकिने आँकडाहरूको सूची बनाउनुहोस् ।

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) त्रिकोणमिति अनुपातको परिभाषा दिन,

ख) उचाइ तथा दूरीको साधारण समस्याहरू क्लाइनोमिटरको प्रयोग गरी हल गर्ने तरिका प्रस्तुत गर्न,

ग) परीक्षण र यादृच्छिक परीक्षण (random experiment) को भिन्नता छुट्याउन,

घ) सम्भाव्यता सम्बन्धी पदहरूको साथै सम्भाव्यताको परिभाषा दिन,

ङ) पारस्परिक निषेधक घटनाहरूको सम्भाव्यता निकाल्न जोड सिद्धान्तको प्रयोग गर्न,

च) अनाश्रित घटनाहरूको सम्भाव्यता निकाल्न गुणन सिद्धान्तको प्रयोग गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) त्रिकोणमिति अनुपातहरू,

ख) दूरी तथा उचाइका समस्याहरू,

ग) सम्भाव्यता तथा सम्भाव्यतासम्बन्धी पदहरूको परिभाषा,

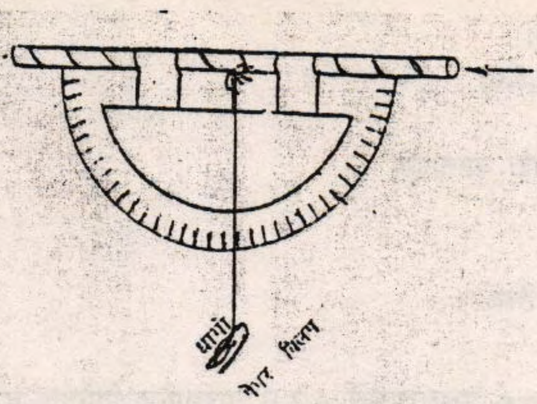
घ) पारस्परिक निषेधक घटनाहरूको जोड सिद्धान्त,

ङ) अनाश्रित घटनाहरूको गुणन सिद्धान्त ।

४. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

क) त्रिकोणमिति अनुपातहरू Sine, Cosine र Tangent हुन् । त्रिकोणमिति समकोण त्रिभुजमा आधारित छ । समकोण त्रिभुजका भुजाहरूको अनुपातलाई त्रिकोणमिति अनुपात भनिन्छ ।

ख) दूरी तथा उचाइ निकाल्ने समस्यालाई समकोण त्रिभुजमा परिणत गरी उचाइअनुसारको कोण आवश्यक हुन्छ जुन क्लाइनोमिटरको सहायताले नाप्न सकिन्छ ।



ग) सिक्का उफार्नु, स्पिनर घुमाउनु, गोटी गुडाउनु, तास खेल्नु आदि सबै परीक्षण (Experiment) हुन् । यदि सबैतिर रातो रङ लगाएको गोटी छ भने उफार्दा परिणाम वा नतिजा एउटै हुन्छ र निश्चित हुन्छ । यस्तो परीक्षणलाई पक्षपातपूर्ण परीक्षण (Baised experiment) भनिन्छ । तर नं. १ देखि ६ सम्म अङ्कित गोटी गुडाउँदा नतिजा निश्चित हुँदैन । तर एउटा नं. जरुर पल्टिन्छ । यस्तो परीक्षणलाई यादृच्छिक परीक्षण (Random experiment) भनिन्छ ।

एउटा गोटी उफार्दा H वा T आउँछ । त्यसैले यहाँ सम्भाव्य परिणाम H वा T हुन्छ भने नमुना क्षेत्र (Sample space) $S = \{H,T\}$ हुन्छ । परीक्षणको नमुना क्षेत्रका प्रत्येक उपसमूहलाई त्यस परीक्षणको घटना (Event) भनिन्छ ।

जस्तै : $S = \{H,T\}$ भए घटनाहरू $\{H\}$, $\{T\}$, ϕ र $\{H,T\}$ हुन्छ । उपसमूहको सङ्ख्या 2^n को सूत्र अनुसार हुन्छन् । गोटी गुडाउँदा बन्ने घटनाहरूको सङ्ख्या $= 2^n = 2^6 = 64$ ओटा हुन्छ । यदि कुनै घटनामा एउटामात्र सदस्य छ भने त्यस्तो घटनालाई प्रारम्भिक घटना (Elementary Event) भनिन्छ ।

इरेजर गुडाउँदा आउने परिणाम असमान सम्भाव्य परिणाम हुन् भने गोटी गुडाउँदा आउने वा सबै परिणाम बराबर आउने परिणामहरूलाई समान सम्भाव्य परिणाम (Equally Likely outcomes) भनिन्छ ।

एउटा परीक्षणको घटना E को सम्भाव्यता भन्नाले E को परिणाम सङ्ख्या n(E) र नमुना क्षेत्र (S) को परिणाम सङ्ख्या n(S) को अनुपात हो ।

अथवा $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

सम्भाव्यता जनाउने स्केललाई सम्भाव्यता स्केल (Probability scale) भनिन्छ । कुनै पनि घटनाको सम्भाव्यता 0 र 1 को बीच पर्छ ।

गोटी गुडाउँदा,

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$

यसका तीनओटा घटनाहरू

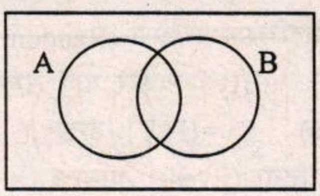
$A = \{1,3,5\}$

$B = \{2,4,6\}$

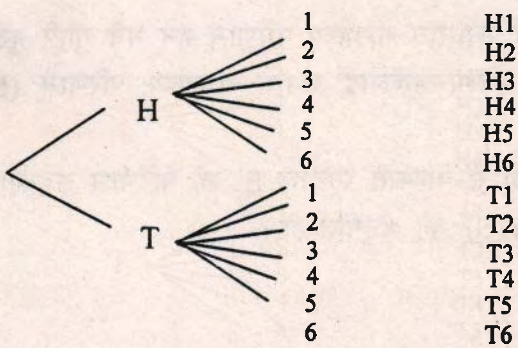
$C = \{2,3,5\}$ लिऔं ।

यहाँ $A \cap B = \phi$ हुन्छ त्यसैले A र B पारस्परिक निषेधक घटनाहरू हुन् भने $A \cap C = \{3\} \neq \phi$ पारस्परिक निषेधक घटनाहरूं होइनन् ।

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ मा A र B पारस्परिक निषेधक घटनाहरू भए $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ हुन्छ । यसलाई पारस्परिक निषेधक घटनाहरूको जोड सिद्धान्त भनिन्छ ।



एउटा सिक्का र एउटा गोटी गुडाउँदा गरिने परीक्षणको परिणामलाई संयुक्त परिणाम (Joint Outcome) भनिन्छ । यसलाई वृक्ष चित्र (Tree diagram) मा यसरी जनाइन्छ :



यसैलाई तालिकामा जनाउँदा,

	1	2	3	4	5	6
H	H1	H2	H3	H4	H5	H6
T	T1	T2	T3	T4	T5	T6

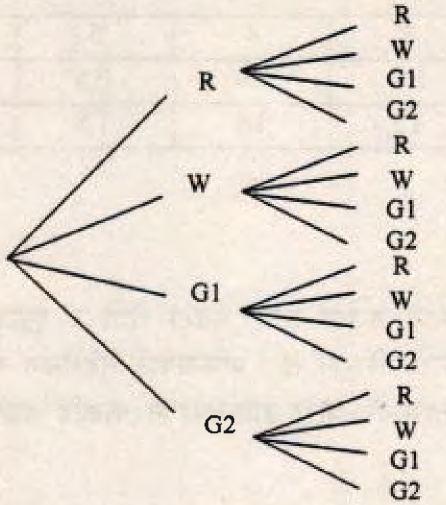
अर्को एउटा परीक्षण हेरौँ :

एउटा बाकसमा चारओटा बलहरू छन् जसमध्ये एउटा रातो, एउटा सेतो र दुइटा हरिया रङका छन् । एउटा परीक्षणको व्याख्या यसप्रकार गरिएको छ : बाकसबाट नहेरीकन स्वेच्छाले एउटा बल निकाल्ने त्यसको रङ रेकर्ड गर्ने, त्यसलाई फेरी बाकसमा नै फर्काइ अर्को एउटा बल पनि निकाल्ने र रङ रेकर्ड गर्ने ।

यस परीक्षणमा पहिलो पटक हरियो बल निस्क्यो भने उक्त घटनाले दोस्रो पटक पनि हरियो बल निस्कने घटनाको सम्भाव्यतालाई केही असर गर्दैन । किनभने पहिलो पटक हरियो बल निस्कने सम्भाव्यता $\frac{2}{4}$ हुन्छ भने दोस्रो पटक पनि हरियो बल निस्कने सम्भाव्यता $\frac{2}{4}$ नै हुन्छ । तर पहिलो पल्ट निकालेको बललाई फेरी बाकसमा नफर्काउने हो भने बल निस्कने सम्भाव्यता फरक हुनजान्छ । जस्तै पहिलो पटक हरियो बल निस्कने सम्भाव्यता $\frac{2}{4}$ हुन्छ भने दोस्रो पटक हरियो निस्कने सम्भाव्यता $\frac{1}{3}$ हुन्छ ।

यसरी पहिलो घटना घट्दा खेरी दोस्रो घटना घट्ने सम्भाव्यतामा कहिले असर गर्छ त कहिले असर गर्दो रहेनछ । एउटै वा अलग अलग परीक्षणका घटनाहरू A र B हुन् र यदि एउटा घटना घट्दा अर्को घटनाको सम्भाव्यतालाई कुनै असर गर्दैन भने त्यस्ता घटनालाई अनाश्रित (Independent) घटना भनिन्छ र असर गर्छ भने त्यस्ता घटनालाई आश्रित (Dependent) घटना भनिन्छ ।

पहिलो पटक निकालिने बल फेरी बाकसमा फर्काउँदा हुने सम्भाव्यताको वृक्ष चित्र :



R R
R W
R G1
R G2
W R
W W
W G1
W G2
G1 R
G1 W
G1 G1
G1 G2
G2 R
G2 W
G2 G1
G2 G2

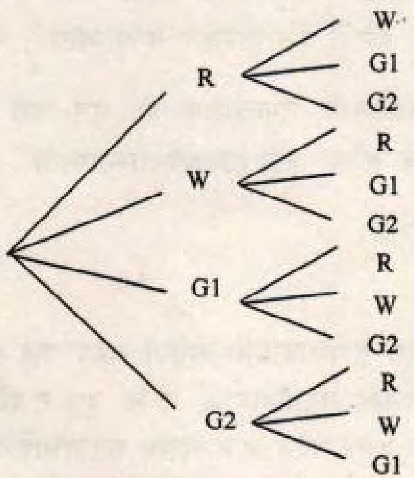
पहिले R र पछि W आउने सम्भाव्यता

$$P(R \text{ र } W) = \frac{1}{16}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= P(R) \times P(W)$$

पहिलो पटक निकालिएको बल फेरी बाकसमा नफर्काउँदा हुने सम्भाव्यताको वृक्षचित्र :



R W
R G1
R G2
W R
W G1
W G2
G1 R
G1 W
G1 G2
G2 R
G2 W
G2 G1

पहिले R र पछि W आउने सम्भाव्यता

$$P(R \text{ र } W) = \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$$

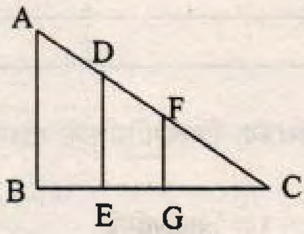
$$= P(R) \times P(W)$$

नोट :

दैनिक जीवनमा उचाइ तथा दूरी सम्बन्धी समस्याहरू आइरहन्छन् त्यसलाई समाधान गर्न त्रिकोणमितिको प्रयोग हुन्छ । त्यस्तै गरी साधारण तरिकाबाट खेलिएका खेलहरूमा कुन आउने/नआउने सम्भाव्यता निकाल्ने तरिकाको ज्ञान यसबाट हुन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) चित्रमा देखाएजस्तो गरी आफ्नो इच्छानुसारको नापको समकोणको त्रिभुजहरू रचना गरी नापेर निम्नअनुसारको तालिका भर्नुहोस् ।



	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
△ ABC	AB=	BC=	AC=	$\frac{AB}{AC}=$	$\frac{BC}{AC}=$	$\frac{AB}{BC}=$
△ DEC	DE=	EC=	DC=	$\frac{DE}{DC}=$	$\frac{EC}{DC}=$	$\frac{DE}{EC}=$
△ FGC	FG=	GC=	FC=	$\frac{FG}{FC}=$	$\frac{CG}{FC}=$	$\frac{FG}{GC}=$

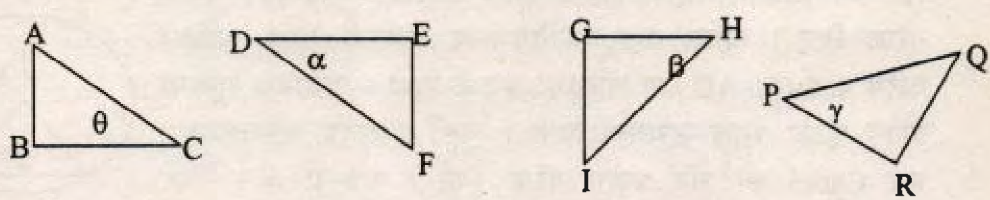
निम्न प्रश्नहरूको जवाफ आफ्नो समूहमा छलफल गरी प्रत्येक समूहको एकजनालाई प्रस्तुत गराउनुहोस् :

१. माथिको तालिकामा रहेका क्रम iv मा रहेका अनुपातहरूबीच के सम्बन्ध छ ? त्यस्तै क्रम v र vi रहेका अनुपातहरूबीचको सम्बन्ध के छ ?

२. क्रम iv मा रहेका अनुपातहरूमा अंश र हरलाई समकोण त्रिभुजको के भनिन्छ ? त्यस्तै क्रम v र vi मा रहेका अनुपातहरूका अंशहरू समकोण त्रिभुजका कुन कुन भागहरू हुन् ?

३. ∠C को लागि Sin, Cos, Tan कुनकुन अनुपात हुन् ?

ख)



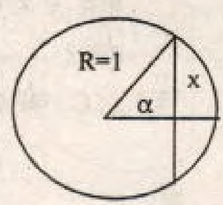
△ ABC बाट	$\text{Sin}\ \theta = \frac{AB}{AC}$	$\text{Cos}\ \theta =$	$\text{Tan}\ \theta =$
△ DEF बाट	$\text{Sin}\ \alpha =$		
△ GHI बाट			
△ PQR बाट			

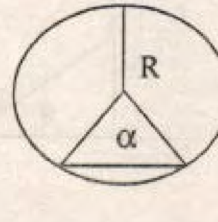
यो क्रियाकलापबाट अध्ययन गराउँदा त्रिकोणमितिको धारणा दर्शाउन के कस्तो सघाउ पुग्छ ? आफ्नो प्रतिक्रिया दिनुहोस् ।

पाठपत्र १

त्रिकोणमितिको इतिहास

करिब ५००० वर्ष अगाडि इजिप्टका नागरिकहरूबाट त्रिकोणमितिको आवश्यकता महसुस गरियो । त्यस समयमा जहाजका कामदारहरू, सैनिक, विभिन्न कार्यका इन्जिनियरहरूमा गणितसम्बन्धी चेतना फैलिएको थियो । त्यसबेलाको एउटा उपलब्धि "सँगै बाँचौं" भन्ने नारा लिएको देखिन्छ । यसका लागि उनीहरूले उपलब्ध भएका जग्गाहरूलाई आयताकार रूपमा राख्न चाहन्थे । यस कामको लागि उनीहरू ठूलो समस्यामा परे । त्यसबेला त्यो समस्याको समाधानका लागि 12 ओटा बराबर दूरीमा पर्ने गरी गाँठो बनाइएको डोरीको सहायता लिए । ती 12 ओटा गाँठो अङ्कित डोरीलाई 3,4,5 ओटा हुने गरी समकोण त्रिभुजको मद्दत लिए । यसका साथै ग्रीसमा पनि यससम्बन्धी धेरै विकास भएको पाइन्छ । ज्योतिषशास्त्र, ज्यामिति, दर्शन, त्रिकोणमिति, संगीत, नाटक, कविता, चित्रकला, ओलम्पिक खेल आदिको विकासको स्रोत ग्रीस देशलाई मानिन्छ । ग्रीकहरूले Sine, Cosine, Tangent को प्रयोग गर्दैनथे । तर ज्योतिषशास्त्रमा उनीहरू वृत्तको जीवा प्रयोग गर्दथे । उनीहरूले α का सबै मानहरू र R का फरक मानहरूको तालिका निर्माण गरे । Chorda ल्याटिन शब्द हो जसले धनुषको डोरी जनाउँछ । त्यस्तै ग्रीक भाषामा Chorde ले जनावरको आन्द्रा जनाउँछ । जुन धनुषको डोरीको रूपमा प्रयोग गरिन्थ्यो । करिब 100 BC मा Ptolemy ले $\frac{1}{2}^0$ को फरकमा सबै कोणहरूको लागि Chord को तालिका निर्माण गरेका थिए । गणित तथा ज्योतिषशास्त्र सम्बन्धी मुख्य कार्यहरू करिब 400-600 AD मा भारतमा भएको थियो । त्यसमध्ये शून्यको प्रयोग एउटा प्रमुख उपलब्धि थियो । त्यस्तै भारतीय गणितज्ञहरूले अर्ध Chord को पनि प्रयोग गरेका थिए । यदि R = 1 भए





आजभोलि हामी x लाई Sine भन्दछौं । संस्कृत भाषामा अर्ध Chord लाई "आदा ज्या" भनिन्छ । गणितज्ञ आर्याभाटले 3^0 को अन्तरमा "ज्या" को तालिका निर्माण गरेका थिए । ती मानहरू नै Sine को प्रथम तालिका थियो । जब अरब गणितज्ञहरूले 'ज्या' शब्द सुने तब तिनीहरूले Jiba लेख्न सुरु गरे र पछि Jaib लेखे । जसको अर्थ समुद्रवक्र भएर अगाडि बढ्छ अथवा समुद्री किनार हो । 1100 AD पछि युरोपियनहरूले ती अरेबिक पुस्तकहरू पढे र ल्याटिन भाषामा उल्था गरे जसअनुसार ल्याटिन भाषामा समुद्री किनारलाई Sinus भनिन्छ । यसरी अङ्ग्रेजहरूले छोटकरीमा Sine शब्दलाई प्रचलनमा ल्याए ।

History of Probability

The begining of probability theory goes back to the middle of the 17^{th} century. An enthuisastic gambler, the Chevalier DE MERE, asked Bliaise PASCAL (1623-12662) to solve a problem that was important for him: to describe the distribution of the wins of two gamblers, given that at an intermediate point in the game one had won $n<m$ rounds and the other $p< m$, and that it had originally been decided that the first one to win m rounds should win the whole game. PASCAL communicated his solution to Pierre FERMAT (1601-1665), who also found a method of solution. A third one came from Christian HUGENS (1629-1695). These learned men recognized the significance of the question for the investigation of the laws governing random events. The concepts and the first methods of the new science developed from problems of games of chance. Much later, in the 19^{th} century, the rapidly increasing interest in natural sciences made it necessary to extend the theory of probability beyond the framework of games of chance. This development is closely linked with the names of JACOB BERNOULI(1654-1705), Abraham de MOIVRE (1667-1754), Pierre-Simon de LAPLACE(1749-1827), Carl Friedrich GAUSS (1777-1855), Simon Denis POISSON (1781-1840), Pafnuti LVOVICH CHEBYSHEV (1821-1894), Andrei Andreevich MARKOV (1856-1922), and most recently with those of Alexander Yakovlevich KHINCHINE (1894-1959) and Andrie Nikllaevich KOLMOGOROV (b. 1903). Connected with the investigation of the laws governing random events is that of mass events. For example, the production of an article in everyday use is a mass event and the occurrence of a faulty article among them is a random event. Probability theory today is connected with many other branches of mathematics and with many fields of natural science, technology, and economics.

(स्रोत : Encyclopedia of Mathematics)

पाठ एघार : समस्या समाधान विधि (Problem solving method)

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) समस्या समाधान विधिको परिचय दिन,

ख) समस्या समाधान विधिका चरणहरू बताउन,

ग) समस्या समाधान विधिको प्रयोगबाट शिक्षण गर्न सकिने गणितीय समस्याहरूको छनोट र निर्माण गर्न,

घ) समस्या समाधान विधिको प्रयोग गरी शिक्षण गर्न,

ङ) समस्या समाधान विधिको महत्त्व बताउन ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) समस्या समाधान विधिको परिचय,

ख) समस्या समाधान विधिका चरणहरू,

ग) समस्या समाधान विधिको महत्त्व ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

क) परिचय

शिक्षण सिकाइको क्रममा समस्या प्रस्तुत भइसकेपछि सिकारूले आवश्यक सूचना, जानकारी तथा तथ्याङ्क संकलन गरी ती समस्याको हल गर्ने वा समाधान पत्ता लगाउने विधिलाई नै समस्या समाधान विधि (Problem solving method) भनिन्छ । यो विधिलाई अन्य विषयको अतिरिक्त गणित शिक्षणमा महत्त्वपूर्ण मानिन्छ । गणित सिकाइको लागि यसलाई अपरिहार्य भाग (Integral part) को रूपमा पनि हेरिन्छ । यसलाई गणित शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापबाट छुट्याउन सकिँदैन ।

समस्या समाधान विधिको चर्चा गर्दा समस्या के हो ? भन्ने बारेमा स्पष्ट हुनु आवश्यक छ । साधारणतया कुनै पनि अवस्थामा आइपर्ने कठिनाइलाई समस्या भन्ने गरिन्छ । समस्या बौद्धिक तथा शारीरिक जुनसुकै किसिमको पनि हुन सक्छन् । कुनै एउटा कठिनाइ उसको समस्या हुनको लागि उसले त्यसलाई चुनौतीपूर्ण र समाधान गर्न आवश्यक ठानेको हुनुपर्छ । एउटा व्यक्तिको समस्या अर्को व्यक्तिको लागि समस्या नै नहुन सक्छ । जस्तै : १ कक्षाको बच्चालाई 6+5 बराबर कति हुन्छ ? भन्ने कुरा समस्या हुन सक्दछ भने प्रौढहरूका निमित्त यो एउटा तथ्य मात्र हुन्छ ।

शिक्षकले समस्या समाधान विधिबाट शिक्षण गर्ने क्रममा पाठसँग सम्बन्धित समस्या प्रस्तुत गरी समाधानका नियम र सिद्धान्तहरूको ज्ञान पनि विद्यार्थीहरूलाई दिनु पर्दछ । त्यसपछि समाधानका नियम, चरण र सिद्धान्तहरूको प्रयोग गरी समाधान गर्ने कार्य विद्यार्थीहरूले गर्दछन् । यस विधिबाट प्रभावकारी ढङ्गले शिक्षण गर्न शिक्षकले आवश्यक सल्लाह मात्र प्रदान गरी विद्यार्थीबाटै समस्याको छनोट गर्ने, शिक्षकले आवश्यक सामग्री जुटाउन सहयोग गर्ने, समस्या समाधानबाट सार झिक्न मद्दत गर्ने र प्रत्येक विद्यार्थीलाई समस्या समाधान कार्यमा सक्रिय बनाउनुपर्दछ ।

ख) समस्या समाधान विधिका चरणहरू (Stages of problem solving method)

समस्या समाधान विधिका चरणहरूका सम्बन्धमा विभिन्न गणितज्ञहरूले फरक मत जाहेर गरेका छन् । तर धेरै विद्वानहरूमध्ये ख्याती प्राप्त जर्ज पोलिया (George Polya) ले प्रस्तुत गरेका समस्या समाधान विधिका चार चरणहरू बढी व्यवहारिक र गणितको सिकाइमा उपयोगी मानिन्छन् । यिनै George एयथिब द्वारा प्रतिपादित चारओटा चरणहरू निम्न प्रकारका छन् :

१. समस्या बुझ्ने (Understanding the problem)
२. योजना तर्जुमा गर्ने (Making a plan)
३. योजनाको कार्यान्वयन गर्ने (Carryout the problem)
४ फर्केर हेर्ने (Looking back)

१. समस्या बुझ्ने (Understanding the problem)

समस्या नबुझीकन समस्या समाधान गर्नु भनेको अध्यारोमा गुच्चा खेल्नु जस्तै हो । त्यसैले समस्या समाधानको निमित्त पहिलो खुटकिलो समस्या बुझ्नु हो । गणितीय समस्याहरूमा प्रायः प्राविधिक शब्द तथा संकेतहरूको प्रयोग हुने भएकोले समस्यालाई एकपटक हेर्दा राम्ररी बुझ्न नसकिने हुन सक्छ । समस्यालाई बुझ्नको लागि निम्न क्रियालापले सहयोग गर्दछन् :

- समस्यालाई आफ्नो शब्दमा पुनरलेखन गर्न लगाउने ।
- के पत्ता लगाउन खोजिएको हो ? थाहा नभएका कुराहरू के के हुन् ? पत्ता लगाउने
- के के दिएको छ र तथ्याङ्क के के छन् खोज्ने ।
- चित्र कोर्ने र नामाङ्कन गर्ने ।

समस्या पूर्ण रूपमा बुझ्नको लागि तलका प्रश्नको उत्तर थाहा हुनपर्दछ :

- प्रश्नमा भएका सबै शब्दहरू बुझिन्छ ?
- समस्यालाई आफ्नै शब्दमा भन्न सकिन्छ ?
- समस्यामा के दिइएको छ ?

- समस्यामा के पत्ता लगाउनुपर्ने छ ?
- समस्या समाधानको लागि उपयुक्त सूचना (Information) हरू छन् ?
- त्यहाँ नमिल्ने सूचनाहरू छन् ?
- आफूले पहिल्यै समाधान गरेका समस्यासँग मिल्दोजुल्दो छ ?

यी माथि उल्लिखित प्रश्नहरूको उत्तर आफैंले पढेर विचार गरेर आफैंले दिनुपर्दछ । विद्यार्थीहरूलाई शिक्षण गर्ने क्रममा उनीहरूलाई यी र यस्ता प्रश्नहरूको बारेमा जानकारी दिनुपर्दछ । प्राय: विद्यार्थीहरूलाई समस्या पढेर आफैंले बुझ्ने बानी परेको हुँदैन । त्यसकारण दोहोऱ्याई तेहेऱ्याई पढ्न लगाउनुपर्दछ र त्यहाँ भएका शब्द तथा संकेतहरू बीचको सम्बन्ध थाहापाउनु पर्दछ ।

२. योजना तर्जुमा गर्ने (Making a plan)

समस्या बुझिसकेपछि त्यो समस्या समाधान गर्न कुन उपाय अपनाउन सकिन्छ भन्ने योजना तर्जुमा गर्नुपर्दछ । विना योजना समस्या समाधान गर्न खोज्दा बढी समय लाग्ने र कहिलकाहीँ समस्या नै समाधान नहुन पनि सक्छ । समस्या समाधानको लागि योजना तर्जुमा गर्दा आफूलाई समस्यासँग सम्बन्धित के के कुराहरू थाहा छ ? पहिले नै समाधान भएका समस्या र यस समस्याका बीचमा भएको भिन्नता के हो ? जस्ता कुरा थाहापाएपछि कुन उपाय अपनाउने हो, त्यसबारे विचार गरेर निर्णय लिनुपर्दछ । योजना तर्जुमा गर्दा विभिन्न प्रक्रिया तथा तरिकाहरू अपनाउनुपर्ने हुन्छ । यस्ता केही तरिकाहरू निम्नअनुसार छन् :

- तालिका बनाउने,
- चित्र वा मोडल निर्माण गर्ने,
- ढाँचा (Pattern) खोज्ने वा खास चक्र (Sequence) बनाउने,
- अनुमान तथा जाँच गर्ने,
- प्रयत्न तर्क गर्ने,
- पछाडिबाट काम गर्दै आउने,
- चलको प्रयोग गर्ने,
- सूत्रको खोजी गर्ने,
- विशिष्ट समस्या हल गर्ने इत्यादि ।

यी माथि उल्लेखित समस्या समाधानका तरिकाहरूमध्ये कुन तरिकाबाट आफ्नो समस्याको समाधान खोज्न सकिन्छ, सोही अनुसार समाधानको लागि योजना तर्जुमा गर्नुपर्छ र विद्यार्थीहरूलाई समाधान गर्न लगाउन सोही अनुसार योजना बनाउन लगाउने र उनीहरूलाई धैर्य गर्ने बानीको विकास गराउनुपर्दछ ।

३. योजना कार्यान्वयन गर्ने (Carrying out of the plan)

समस्या समाधानको लागि समस्या बुझ्ने र समाधानको योजना तर्जुमा गर्दैमा समस्या समाधान हुन सक्दैन । तर्जुमा गरिएको योजनालाई सही ढङ्गले कार्यान्वयन गर्नुपर्दछ । यसका लागि सिकारूले आवश्यक उपाय गर्नुपर्दछ । शिक्षकले सिकारूले गरेका प्रयासहरूमा आवश्यक सल्लाह र सही दिशातिर निर्देशित गर्न सहयोग गर्नुपर्दछ । तर्जुमा गरिएको योजनाको कार्यान्वयन गर्दा समाधानका लागि बनाइएको योजना अनुसार समाधानलाई लिखित रूपमा व्यक्त गर्नु, समाधान निकाल्न र समस्याका प्रत्येक चरणका बारेमा कारण दिनुपर्दछ । यसका लीग निम्नलिखित प्रश्नहरूले सहयोग गर्दछन् :

- समाधानका प्रत्येक चरणहरूको जाँच गरियो ?
- समाधानका प्रत्येक चरण ठिक छन् ?
- प्रत्येक चरणलाई कारणसहित उल्लेख गरिएको छ ? आदि ।

समस्या समाधानका क्रममा शिक्षकले योजनाअनुसार समाधानका क्रियाकलाप गराउन आवश्यक सहयोग गर्ने, समाधानको प्रयास गर्न उत्साहित गर्ने र समाधानका प्रयासहरूलाई गलत दिशातिर उन्मुख हुनबाट रोक्ने वातावरण तयार पार्नुपर्दछ ।

४. फर्केर हेर्ने वा जाँच्ने (Looking back)

समस्याको समाधान निकालिसकेपछि आफूले निकालेका परिणामहरू जाँच गरी त्यस समस्याको समाधन ठीक ढङ्गले भएको छ वा छैन र अरू तरिकाबाट पनि समाधान निकाल्न सकिन्छ कि भनेर हेर्नुपर्दछ र देखिएका विभिन्न तरिकाहरूमध्ये उत्तम तरिका कुन हो छुट्याउनुपर्दछ । कुन तरिकाबाट समस्यालाई अझ बढी सामान्यीकरण गर्न सकिन्छ भन्ने पनि विचार गर्नुपर्दछ । यसका लागि समाधानका प्रत्येक चरणहरूको जाँच गर्नु आवश्यक हुन्छ । त्यसैले समस्या समाधानमा यो तह पनि महत्त्वपूर्ण मानिन्छ ।

ग) गणित शिक्षणमा समस्या समाधान विधिको महत्त्व (Importance of problem solving method)

अन्य विषय शिक्षणको अतिरिक्त गणित शिक्षणको समयमा समस्या समाधान विधिलाई बढी उपयोगी र प्रभावकारी शिक्षण विधि मानिन्छ । यस विधिको प्रयोगबाट शिक्षण गर्दा विद्यार्थीहरूमा अर्थपूर्ण सिकाइ गर्न र उनीहरूको दैनिक जीवनमा आइपर्ने गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न सक्ने क्षमताको विकास गर्नमा सहयोग गर्दछ । मूलतः यस विधिबाट हुने फाइदाहरू निम्न अनुसार उल्लेख गर्न सकिन्छ :

- नयाँ नयाँ समस्याहरू समाधान गर्ने अभिरूचि बढ्छ ।
- आफ्नो मौलिकता अनुरूप समस्या समाधान गर्ने बानी बस्दछ ।

- नयाँ समस्याहरू समाधान गर्न सकिने रहेछ भन्ने आत्मबल वृद्धि हुन्छ ।
- कठिन समस्याहरूको समाधानको निमित्त पूर्वाधार बन्छ ।
- सिकाइ अर्थपूर्ण हुन्छ ।
- सिकेको कुरा लामो समयसम्म रहिरहन्छ ।
- सिर्जनात्मक क्षमताको विकास हुन्छ ।
- दैनिक जीवनमा आइपर्ने समस्याको समाधान गर्न सक्ने क्षमताको विकास हुन्छ । आदि ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) समस्या समाधान विधिका माथि उल्लिखित चार चरणहरूलाई अनुसरण गर्दै तलका गणितीय समस्या समाधान गर्नुहोस् :

- एउटा फलफुल पसलेले 120 ओटा सुन्तला रु. 500 मा किनेर 80 ओटालाई रु. 5 प्रतिगोटाको दरले बेचेछ । बाँकी सुन्तला रु. 4.50 प्रति गोटामा बेचेको रहेछ भने कति प्रशिशत नाफा वा नोक्सान गरेछ ?
- 25 फिट लामो भऱ्याङ 30^0 ढल्काएर भित्तामा अड्याएको छ । भऱ्याङको टुप्पाले भित्ताको कति उचाइमा छोएको हुनुपर्छ ?
- दुई अङ्कको सङ्ख्यामा अङ्कहरूको गुणनफल 18 छ । उक्त सङ्ख्याको अङ्कहरूको स्थानमान परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्या सुरूको सङ्ख्या भन्दा 27 ले बढी हुन्छ भने सुरूको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- चक्रिय चतुर्भुजको कुनै एउटा भुजा लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण त्यो कोणसँग आसन्न भित्री कोणको विपरित कोणसँग बराबर हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

ख) गणित शिक्षणको लागि अन्य विधिहरूको तुलनामा समस्या समाधान विधिलाई बढी उपयोगी मानिन्छ, यसको कारण के होला ? साथै यस विधिबाट शिक्षण गर्दा विद्यार्थीहरूमा के कस्ता सीपको विकास हुन्छ ? उल्लेख गर्नुहोस् ।

५. स्रोत :

१. गणित प्रशिक्षक निर्देशिका, माध्यमिक शिक्षा विकास केन्द्र, सानोठिमी ।
२. माध्यमिक गणित शिक्षण, डा. हीराबहादुर महर्जन, लेखनाथ पौडेल र हरिनारायण उपाध्याय
३. Cangelosi J.S. (2003). Teaching maths in secondary and middle school : an interactive approach, Merril prentice Hall, Ohio.

पाठपत्र

Nine Stages of problem-solving process (Cangelosi, 2001a; Schoenfeld, 1985)

1. *The person is confronted with a puzzling question or questions about how to do something or explain a phenomenon.*
2. *The person clarifies the question or questions posed by the problem, often in terms of more specific questions about quantities.*
3. *The principal variable or variables to be solved are identified.*
4. *The situation is visualized so that relevant relationships involving the principal variable or variables are identified and possible solution designs are considered.*
5. *The solution plan is finalized, including (a) selection of measurements (that is, how data are to be collected), (b) identification of relationships to establish, and (c) selection of algorithms to execute*
6. *Data are gathered or measurements taken.*
7. *Algorithms are executed with the data.*
8. *Results of the executions of algorithms are interpreted to shed light on the original question or questions.*
9. *The person makes a value judgment regarding the original question or questions.*

पाठ एघारः गणित शिक्षणका चार आधारभूत पक्षहरू

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणित शिक्षणका चार आधारभूत पक्षहरूको पहिचान गर्न,

ख) गणित शिक्षणका चार आधारभूत पक्षहरूको उदाहरण सहित व्याख्या गर्न,

ग) गणित शिक्षणका चार आधारभूत पक्षहरूको आधारमा पाठयोजना निर्माण गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) बोधका लागि शिक्षण,

ख) निपूर्णताको लागि शिक्षण,

ग) स्थानान्तरणका लागि शिक्षण,

घ) स्थायित्वका लागि शिक्षण ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) गणितीय सिकाइ भनेको गणितीय ज्ञान र सीप निरन्तर सञ्चित हुँदैजाने प्रक्रिया भएकोले पहिले सिकिसकेका ज्ञान र सीप पछिको सिकाइका लागि पूर्वाधार हुन्छन् । कुनै पनि विषयवस्तुमा विद्यार्थीहरूलाई निपूर्ण बनाउनु भनेको विद्यार्थीहरूले नयाँ धारणा वा सम्बन्धको अर्थ बुझ्नु, बुझेका धारणा वा सीपसँग पूर्ण परिचित हुनु, सिकेका कुराहरूको स्थायित्व कायम राख्नु र नयाँ परिस्थितिमा प्रयोग गर्न सक्नेहुनु । हरेक नयाँ विषयवस्तु शिक्षण गर्दा गणित शिक्षकले चार आधारभूत समस्यासँग जुध्नुपर्ने हुन्छ । "विद्यार्थीहरूलाइ नयाँ धारणा वा सम्बन्धको अर्थ कसरी बुझाउने ? ज्ञान र सीपलाई कसरी फराकिलो/गहिरो पार्ने ? कसरी स्थानान्तरण गर्ने ? कसरी कायम राख्ने ? हरेक तहको गणित शिक्षणमा यी चरणहरू महत्त्वपूर्ण हुन्छन ।

ख) तल दिइएको घटना (Case) पढ्नुहोस् ।

सरिताले माध्यमिक/निम्नमाध्यमिक तहका कक्षाहरूमा गणित शिक्षण गर्दछिन् । उनले जुनसुकै पाठको शिक्षणको क्रममा सर्वप्रथम सो पाठसँग सम्बन्धित सूत्रहरू शिक्षणपाटीमा लेख्छिन् । विद्यार्थीहरूले सबै सूत्रहरू आ-आफ्ना कापीमा सार्छन् । अनि उनी पाठ्यपुस्तकको "अभ्यास"मा दिइएका केही हिसाबहरू शिक्षणपाटीमा गर्दछिन् । बाँकी हिसाबहरू

विद्यार्थीहरूलाई घरबाट गरेर ल्याउनु भनी छोड्छिन् । विद्यार्थीहरूले सोभै सूत्र प्रयोग गर्दा मिल्ने हिसाबहरू जति सबै गरेर ल्याउछन् तर समस्या समाधान (प्रयोग तह) सँग सम्बन्धित हिसाबहरू गर्न जान्दैनन् ।

शिक्षक सरिताको गणित शिक्षण गर्ने तरीकाको बारेमा समीक्षा गर्नुहोस् ।

ग) "नयाँ गणितीय विषयवस्तु सिक्ने क्रममा विद्यार्थीहरूले चारओटा आधारभूत समस्याहरूसँग जुध्नुपर्ने हुन्छ, ती केके हुन् ?"

- नयाँ धारणा, सम्बन्ध वा सीपको प्रारम्भिक बुझाइ/बोध (Understanding) कसरी हासिल गर्ने,
- सो बुझाइलाई कसरी विस्तृत/गहिरो बनाउने ? (पूर्णता हासिल गर्ने),
- पूर्णता हासिल भएका नयाँ धारणा वा सीपलाई नयाँ परिस्थितिमा कसरी स्थानान्तरण गर्ने,
- उक्त कुराहरूलाई कसरी स्थायित्व कायम गर्ने (बिर्सनबाट जोगाउने)

घ) गणित सिकाइका यी चार आधारभूत समस्याको आधारमा गणित शिक्षकले गणित शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने चार आधारभूत पक्षहरू केके हुन् ?

- बुझाइ/बोधका लागि शिक्षण (Teaching for understanding)
- निपुर्णताका लागि शिक्षण (Teaching for assimilation)
- स्थानान्तरणका लागि शिक्षण (Teaching for transfer)
- स्थायित्वका लागि शिक्षण (Teaching for permanence)

१. बुझाइ/बोधका लागि शिक्षण

- व्याख्या गर्ने
- धारणालाइ स्पष्ट पार्ने
- खोजका लागि निर्देशन दिने
- बुझाइको विकास गर्ने

ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

- विद्यार्थीहरूको पृष्ठभूमि पत्तालगाउने
- विद्यार्थीहरूको कठिनाइ पहिचान गरी सहयोग गर्ने

नयाँ विषयवस्तुको बुझाइ/बोध विकास

- नयाँ धारणाको अर्थ स्पष्ट पार्नु,
- नयाँ पद, सङ्केतहरूको अर्थ स्पष्ट पार्नु

कसरी ?

- छलफल
- व्याख्या
- प्रश्नोत्तर
- प्रयोग
- खोज

(विद्यार्थीहरूको सक्रिय सहभागिताबाट)

२. निपूर्णताका लागि शिक्षण

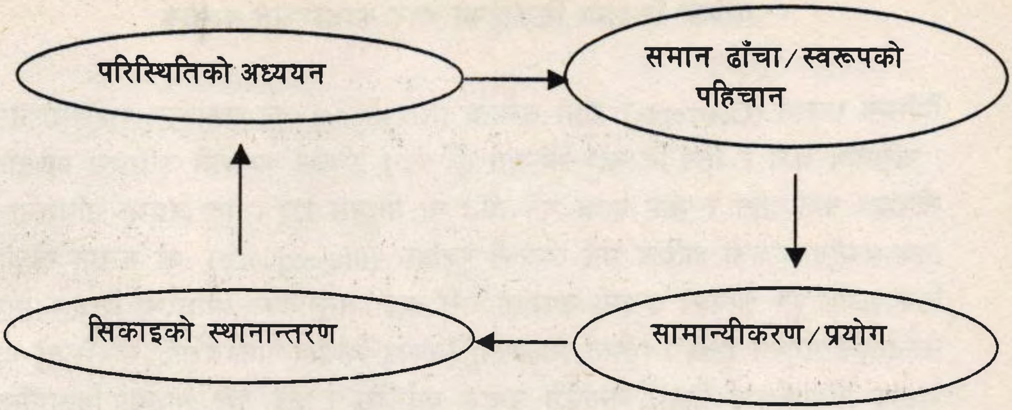
विद्यार्थीहरूले

- बोध भइसकेका धारणा, सम्बन्ध, सीपको स्वतन्त्ररूपमा (आफैँले) अभ्यास गर्ने, सोच्ने, अध्ययन गर्ने ।
- गणितीय पद, सङ्केत, धारणाहरूसँग पूर्णरूपमा परिचित हुने ।
- गहिरो अन्तरदृष्टि (Insight) प्राप्त गर्ने ।
- ज्ञान, सीप र धारणामा पूर्ण हुने ।
- शिक्षकले पथ प्रदर्शन गर्ने
- विद्यार्थीहरूको प्रगतिको मूल्याङ्कन गर्ने
- विद्यार्थीहरूको कठिनाइको पहिचान गर्ने
- आवश्यकताअनुसार निर्देशन दिने
- विद्यार्थीहरूलाइ निपूर्णताको लागि उत्प्रेरित गर्ने

(विद्यार्थीहरूलाइ स्वतन्त्ररूपमा काम गर्ने वातावरण मिलाइ दिने)

३. स्थानान्तरणका लागि शिक्षण

- पुरानो परिस्थिति र नयाँ परिस्थितिबीचको सम्बन्ध
- गणितीय ढाँचा/स्वरूपको पहिचान र प्रयोग
- एक परिस्थितिमा सिकेका कुराहरू अर्को परिस्थितिमा प्रयोग
- सिद्धान्तहरूको सामान्यीकरण र प्रयोग



४. **स्थायित्वका लागि शिक्षण**

- बारम्बार प्रयोग र अभ्यास
- सीपको अभ्यास (Drill)
- धारणा (Concept) र सम्बन्ध (Relation) को पुनरावलोकन (Review) र प्रयोग (Application)
- अभ्यास (Drill), पुनरावलोकन (Review) र प्रयोग (Application)
- Maintenance programmes

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) हाम्रा गणित शिक्षकहरूका लागि गणित शिक्षणका यी चार आधारभूत पक्षहरू कत्तिको उपयोगी हुने ठान्नु हुन्छ ? विश्लेषण गर्नुहोस् ।

ख) गणित शिक्षणका यी चार आधारभूत पक्षहरूमध्ये तपाईं कुन पक्षलाई बढी महत्त्व दिनुहुन्छ ? किन ? आफ्नो तर्कलाई पुष्टि गर्नुहोस् ।

ग) विद्यालय तहको गणित शिक्षणको लागि गणितका चार आधारभूत पक्षहरूलाई तपाईं कसरी प्रयोग गर्नुहुन्छ ? विश्लेषण गर्नुहोस् ।

घ) विद्यार्थी रामविलासले कक्षा ९ को गणित पाठ्यपुस्तकमा भएका क्षेत्रमितिका सबै समस्याहरू हल गर्न सक्थे । एक दिन उनका बुवाले वैठक कोठामा बिछ्याउन कति कार्पेट किन्नुपर्ला भनी हिसाब गर्न लगाए । उनी अलमलिए, सही समाधान दिन सकेनन् । गणितका चार आधारभूत पक्षको आधारमा रामविलासको गणित शिक्षकको शिक्षण मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

अनुसूची १

गणित शिक्षण सिकाइका चार आधारभूत पक्षहरू

विभिन्न धारणा (Concepts) तथा सम्बन्ध (Relations) को सङ्गठित शृङ्खला नै गणित हो । गणितीय ज्ञान र सीप निरन्तर सञ्चित हुँदै जाने प्रक्रिया भएकोले अघिल्ला गणितीय ज्ञान र सीपहरू नयाँ ज्ञान र सीप प्राप्त गर्ने स्रोत वा माध्यम हुन् । यस अर्थमा गणितमा कुनै नयाँ विषयवस्तुमा दक्षता हासिल गर्न त्यसको पूर्वाधार (Pre-requsite) को रूपमा रहेको अघिल्लो सिकाइलाई पूर्व ज्ञानको रूपमा उपयोग गरी त्यही अनुभवका आधारमा शिक्षण सिकाइ कार्य सञ्चालन गर्नुपर्ने हुन्छ । गणित शिक्षणमा सिकाइ क्रियाकलापहरूलाई व्यवस्थित गर्दा प्रत्येक पाठमा विद्यार्थीलाई निपूर्ण बनाउने प्रयास गर्नुपर्दछ । कुनै पनि पाठमा विद्यार्थीलाई निपूण बनाउनु भनेको विद्यार्थीले नयाँ धारणा वा सम्बन्धको अर्थ गणितीय ढङ्गले बुझ्नु (Understanding the new concepts or relations), विद्यार्थीले बुझेका धारणा, सम्बन्ध वा सीपसँग परिचित भई पूर्णता प्राप्त गर्नु र स्वतन्त्ररूपले उपयोग गर्न सक्नु (Assimilation of learning), धारणा, सम्बन्ध वा सीपलाई नयाँ परिस्थितिमा प्रयोग गर्न सक्नु (Transfer of learning) र सिकेका कुराहरूमा स्थायित्व कायम गर्नु (Permanence of learning) हो ।

विद्यार्थीलाई गणितका कुनै पनि पाठमा निपूर्णता (Mastery) हासिल गराउनु नै गणित शिक्षणको आधारभूत समस्या हो । विद्यार्थीहरूलाई गणितीय धारणा, सम्बन्ध वा सीपमा निपूर्ण बनाउन सिकाइका उल्लिखित चारओटै चरणमा निपूर्ण बनाउनु पर्ने भएकोले गणित शिक्षकका लागि ती चरणहरूको शिक्षण कसरी गर्ने, कस्ता कस्ता सिकाइ क्रियाकलापहरू सङ्गठित गर्ने भन्ने समस्या नै गणित शिक्षणका आधारभूत समस्याका रूपमा रहेका छन् । यसरी गणित शिक्षणका आधारभूत समस्यालाई शिक्षण सिकाइका निम्नलिखित चारपक्षमा समेट्न सकिन्छ :

- बुझाइका लागि शिक्षण कसरी गर्ने ?
- निपूर्णताका लागि शिक्षण कसरी गर्ने ?
- स्थानान्तरणका लागि शिक्षण कसरी गर्ने ?
- स्थायित्वका लागि शिक्षण कसरी गर्ने ?

गणित शिक्षणका उल्लिखित आधारभूत समस्या र ती समस्यालाई समाधान गर्ने केही उपायहरू तल दिइएका छन् ।

बुझाइका लागि शिक्षण (Teaching for understanding)

विद्यालयमा गणित शिक्षणको पहिलो चुनौती भनेको विद्यार्थीहरूलाई नयाँ धारणा, सम्बन्ध र सीपको प्रारम्भिक ज्ञान कसरी गराउने भन्ने नै हो । नयाँ विषयवस्तुलाई विद्यार्थी समक्ष कसरी प्रस्तुत गर्ने ? अमूर्त (Abstract) धारणा, सम्बन्ध तथा सङ्केतहरूसँग कसरी परिचित (Familiar) गराउने ? भन्ने गणित शिक्षणको पहिलो प्रमुख समस्या हो । गणित शिक्षणको पहिलो कार्य पनि नयाँ विषयवस्तुहरू विद्यार्थीलाई बुझाउनु (Developing understanding of new material) नै हो ।

विद्यार्थीहरूमा नयाँ विषयवस्तु बोध गराउन शिक्षकले नयाँ धारणालाई व्याख्या गर्ने, स्पष्ट पार्ने, खोजीतिर निर्देशित गर्ने र बोधको विकास गराउने गर्नुपर्दछ । यसका लागि शिक्षकले विषयवस्तुसँग सम्बन्धित तार्किक सम्बन्धहरू (Logical relationshis) लाई विचार गरेर मात्र हुँदैन, यसका लागि ती नयाँ धारणाका लागि विद्यार्थीको प्रवेश व्यवहार (Entering behaviour) वा पूर्व अनुभवमा आधारित भएर शिक्षण गर्नुपर्ने हुन्छ । विद्यार्थीलाई कुनै नयाँ विषयवस्तु बोध गराउँदा सामान्यतया व्याख्यान विधिलाई निरुत्साहित गरिनुपर्दछ । विद्यार्थीलाई नै सक्रिय भई पूर्व अनुभवका आधारमा छलफल र प्रश्नोत्तरको माध्यमसमेत अपनाई उनीहरूलाई खोजी तिर अग्रसर गराउनुपर्दछ । विद्यार्थीले कुनै धारणा, सम्बन्ध र सीपको बोध गर्न सके सकेनन् भनी परीक्षण गर्नुपर्दछ । जस्तै : गोलाको आयतन निकाल्न जानेका छन् वा छैनन् भन्नका लागि ४ से.मि.अर्धव्यास भएको गोलाको आयतन निकाल भन्ने प्रश्न सोध्न सकिन्छ ।

नयाँ विषयवस्तुको बोध गराउन सामान्यतया शिक्षकले भनाइको व्याख्या गर्ने, उदाहरण प्रस्तुत गर्ने र सामग्री प्रयोग गरी स्पष्ट पार्नुपर्दछ । सिकाइ क्रियाकलापमा विद्यार्थीलाई सहभागी हुने अवसर प्रदान गर्नु र विद्यार्थीको आत्मविश्वासलाई जगाएरु सिकाइप्रति अभिप्रेरित गर्नुपर्दछ । विद्यार्थीको बुझाइको निरन्तर परीक्षण गरिनुलाई पनि बोधका लागि गरिने शिक्षणका अभिन्न अङ्गका रूपमा लिनुपर्दछ ।

कुनै पनि नयाँ गणितीय धारणा, सम्बन्ध, सीप आदिको शिक्षण गर्ने कुनै एउटै वा निश्चित विधि उपयुक्त हुन्छ भन्न सकिन्न । एउटा परिस्थिती, शिक्षक वा विद्यार्थीलाई उपयुक्त भएको विधि अर्को परिस्थिति, शिक्षक वा विद्यार्थीलाई उपयुक्त नहुन पनि सक्छ । फेरि शिक्षकको सफल व्यक्तित्वमा नै सफल शिक्षण निर्भर गर्ने भएकाले शिक्षकको उत्साह, शिक्षणको तरिका र बालकलाई बुझ्ने क्षमता, कक्षा वातावरण आदिमा शिक्षण कार्यको सफलता निहित हुन्छ । उत्साही, सिपालु (Tactful) र बालकको मनोविज्ञान बुझ्ने शिक्षकले परिस्थिति सापेक्ष शिक्षण विधिको छनोट गरी शिक्षण गर्दछ । यसरी नयाँ विषयवस्तु शिक्षण गर्नु भनेको विकासात्मक शिक्षण (Developmental teaching) हो ।

हाम्रा विद्यालयमा नयाँ गणितीय धारणा, सम्बन्ध, सिद्धान्त वा सीपको शिक्षण गर्दा थोरै समयमा धेरै विषयवस्तु शिक्षण गर्न शिक्षकहरू हतार गर्दछन् । नयाँ धारणा र सिद्धान्तको विकास एउटा विस्तारै सञ्चालन हुने प्रक्रिया भएकोले यसरी हतार गरेर छिटोछिटो सिकाउने गर्दा सतही (superficial) सिकाइ हुने वा सिकाइ नै नहुने (No learning) धेरै सम्भावना हुन्छ । यसर्थ धेरै विषयवस्तुलाई एकैपटक शिक्षण गर्नुभन्दा गणितमा नयाँ विषयवस्तु शिक्षण गर्दा उनीहरूको पूर्वज्ञानसँग सम्बन्धित भएर उनीहरूलाई नै सक्रिय भई सोच्ने, छलफलमा भाग लिन लगाउने तथा सिक्ने अवसर प्रदान गर्नु आवश्यक छ । कुनै एउटा विषयवस्तुमा पूर्वज्ञान हासिल नगरुन्जेल विभिन्न उदाहरणहरूद्वारा स्पष्ट पार्नुका साथै विद्यार्थीको रुचि बढाउने कार्यमा शिक्षकले सहयोग गर्नुपर्दछ ।

विकासात्मक शिक्षणमा शिक्षकले आवश्यक सूचनाहरू प्रदान गर्ने र निर्देशनहरू दिने मात्र गर्नुपर्दछ । यसका लागि व्याख्यानलाई कम गरी छलफललाई प्रोत्साहन दिनुपर्दछ । विषयवस्तुको प्रकृतिअनुरूप सकेसम्म प्रयोगात्मकरूपमा अभ्यास गराउने वा उपयुक्त प्रश्नद्वारा विद्यार्थीहरू आफैँले खोजी गर्न उत्प्रेरित गर्नुपर्दछ । विकासात्मक कार्य शिक्षकको मात्र कार्य नभई शिक्षक र विद्यार्थी दुवैको अन्तर्क्रिया हो । यस क्रममा शिक्षक चनाखो र सहयोगात्मक भई विद्यार्थीलाई आवश्यक मात्रमा सहयोग गर्ने, सिकाइप्रति उत्साहित गर्ने, निर्देशन दिने र जाँच्ने गर्नुपर्दछ । यसले विद्यार्थीको सक्रिय सङ्लग्नतालाई प्रोत्साहित गर्न सहयोग गर्दछ । यस कार्यमा शिक्षकको भूमिका विद्यार्थीका गणितीय आधारहरू विस्तृतरूपमा बुझ्ने, निरन्तररूपमा सिकाइका लागि रूचिको विकास गराउने, विद्यार्थीलाई विषयवस्तुको स्वभाव तथा उपयोगिताको बोध गराउने र विद्यार्थीमा स्वतन्त्र रूपमा विचार गर्ने क्षमताको विकास गराउने हुनुपर्दछ । यसबाट विद्यार्थीले शिक्षकलाई एउटा सहयोगीको रूपमा लिन सक्नुपर्दछ ।

बोधका लागि गरिने शिक्षणको एउटा प्रमुख पक्षका रूपमा विकासात्मक शिक्षण गर्दा शिक्षकले आफ्नो सिकाइ प्रक्रियालाई समायोजन र परिमार्जन गर्नु तथा क्रियाकलापमा विविधता कायम गर्न संवेदशील हुनुपर्दछ । यसका लागि नयाँ धारणालाई स्पष्टसँग बुझाउन हतार गरेर वर्णन मात्र नगरी विभिन्न परिस्थिति/अवस्थाका उपयुक्त उदाहरणद्वारा विस्तारै स्पष्टता कायम गर्ने र यस कार्यमा विद्यार्थीको प्रयासलाई उत्प्रेरित (Stimulate) गर्नुपर्दछ ।

निपूर्णताका लागि शिक्षण (Teaching for assimilation)

बोध गरिएका नयाँ गणितीय धारणा, सम्बन्ध र सिद्धान्तहरूको बुझाइलाई गहिऱ्याउने र यसलाई उपयोगमा ल्याउन सकिने बनाउनु गणित शिक्षणको अर्को समस्या हो । प्राप्त ज्ञानलाई कसरी गहिऱ्याउने र कसरी यसमा निपूणता हासिल गराउने भन्ने कुरा गणित शिक्षणको क्रममा प्रत्येक शिक्षकले विचार गर्नुपर्ने हुन्छ । यस्तो समस्या विचार गरी शिक्षण गर्नु नै निपूर्णताका लागि शिक्षण (Teaching for assimilation) हो ।

शिक्षण सिकाइको यो चरणमा विद्यार्थीलाई सम्बन्धित ज्ञान, धारणा, सिद्धान्त आदिलाई स्वतन्त्र रूपले अभ्यास गर्ने अवसर प्रदान गर्नुपर्दछ । विद्यार्थीहरूले सिकेका नयाँ विषयवस्तुमा निपूर्णता त्यत्तिखेर मात्र प्राप्त हुन्छ, जतिखेर त्यो विषयवस्तुलाई विद्यार्थी आफैँ अभ्यास गर्ने, त्यसमा गहिरिने र नयाँ धारणा, सम्बन्ध, प्राविधिक शब्दहरू तथा सङ्केतहरूसँग उनीहरू परिचित हुने मौका पाउँदछ । यसरी सिकेका गणितीय धारणा, सम्बन्ध र सिद्धान्तलाई पर्याप्त अभ्यासद्वारा त्यसमा निपूणता हासिल गर्ने चरण नै बुझाइको निपूर्णता (Assimilation of understanding) हो ।

प्रारम्भमा सिकेका कुराहरूको पूर्णताको लागि शिक्षक एउटा पथ प्रदर्शक मात्र हुनु पर्दछ । यो चरणमा विद्यार्थी नै सक्रिय भएर अभ्यासमा लाग्नुपर्दछ । शिक्षकले त विद्यार्थीलाई प्रोत्साहन दिने, सिकाइका क्रममा आएका बाधा हटाउन प्रयास गर्ने, प्रगतिको निरन्तर मूल्याङ्कन गर्ने, उनीहरूको गणितीय ज्ञानलाई प्रस्फुटित गर्न सहयोग गर्ने र सही मार्ग निर्देशन गर्नुपर्दछ । यसरी गणितमा निपूर्णताका लागि गणितमा अध्ययनलाई निर्देशित गर्नु (Directing study in mathematics) पर्दछ ।

यो चरणमा गणितीय अभ्यास र अध्ययनका लागि शिक्षकले विद्यार्थीलाई कति निर्देशन दिने, शिक्षकले आफ्नो भूमिकालाई कस्तो बनाउने भन्ने सम्बन्धमा शिक्षक स्पष्ट हुनुपर्दछ । कतिपय विद्यार्थी समस्या सुरु गर्न नै शिक्षकको सहयोग खोज्दछन्, कतिपय विद्यार्थी समस्या समाधानका हरेक चरणमा सोच विचारै नगरी प्रश्नको तुरुन्त जवाफ दिने, समाधानका हरेक चरणमा निर्देशन दिने वा सहयोग गर्ने गर्दछन् । यसो गरेमा विद्यार्थीमा समस्याप्रति गहिरिएर सोच्ने, विभिन्न फरक परिस्थितिमा समस्या समाधान गर्ने, सिर्जनात्मक रूपले सोच्ने र स्वतन्त्र रूपले अध्ययन गर्ने बानीमा ह्रास आउँदछ । जुन कुरा गणित सिकाइ सिद्धान्तको विपरित हुन जान्छ । गणित शिक्षकले विद्यार्थीलाई आफैँ समस्या समाधान गर्न नसकेमा मात्र समस्यासँग सम्बन्धित विद्यार्थीका कठिनाइ पत्ता लगाई सुधारात्मक तथा उपचारात्मक शिक्षण गर्नुपर्दछ । गणित सिकाइमा निपूर्णता ल्याउने कार्यका लागि यस प्रकारको निर्देशित अध्ययन (Directed study) आवश्यक हुन्छ ।

स्थानान्तरणका लागि शिक्षा (Teaching for transfer)

विद्यार्थीले बोध गरेका गणितीय धारणा, सम्बन्ध, सिद्धान्त आदिमा भएका निश्चित ढाँचाहरू (Pattern) पत्ता लगाई अर्को परिस्थितिमा कसरी प्रयोग गर्ने भन्ने गणित शिक्षणको अर्को प्रमुख समस्या हो । गणित शिक्षणको उच्चतम उद्देश्य पनि यही हो, किनकी यसमा सामान्यीकरण र सिद्धान्तको बुद्धिमत्तापूर्ण प्रयोग पनि निहित हुन्छ ।

सिकाइको स्थानान्तरणका लागि विभिन्न ढाँचाको अवलोकनबाट सामान्यीकरण गर्नुपर्दछ । गणित शिक्षकको महत्त्वपूर्ण कार्य पनि गणितीय धारणा, सम्बन्ध र सिद्धान्तको सामान्यीकरण गरी विभिन्न नयाँ परिस्थितिमा प्रयोग गर्न विद्यार्थीलाई सक्षम बनाउनु हो । यसका लागि नयाँ र फरक परिस्थितिमा आफू परिचित भएका ढाँचामा कसरी समानता कायम गर्ने र विद्यार्थीहरू कसरी यस्ता समानताहरू सचेततापूर्वक खोजी गर्ने बानी बसाल्ने भन्ने समस्या शिक्षकलाई परिरहेको हुन्छ । शिक्षकले विद्यार्थीलाई परिचित अवस्थाबाट सामान्यीकरण गर्न, सोच्न र विचार गर्न प्रोत्साहित गर्नुपर्छ । नयाँ परिस्थिति र परिचित परिस्थितिसँग सम्बन्ध कायम गर्ने र ढाँचाहरू पत्ता लगाउने वातावरण सिर्जना गर्नुपर्दछ ।

सिकाइको स्थानान्तरण कसरी हुन्छ भन्ने विषयमा विभिन्न सिद्धान्त पनि प्रतिपादन भएका छन् । स्मृति, तर्क एवम् लगनशीलतालाई अनुशासित बनाइएमा सिकाइको स्थानान्तरण हुने औपचारिक अनुशासनको सिद्धान्त (Theory of formal discipline) , सिकाइका दुई परिस्थितिबीच समान तत्त्व वा अङ्ग भएमा सिकाइको स्थानान्तरण हुन्छ भन्ने समानत्व वा अङ्गको सिद्धान्त (Theory of identical or components) र स्थानान्तरणलाई सामान्यीकरणका रूपमा लिइने सामान्यीकरणको सिद्धान्त (Theory of generalization) लाई महत्त्वपूर्ण मानिन्छ । सिकाइको स्थानान्तरण सम्बन्धी सिद्धान्तहरूको आ-आफ्नै महत्त्व भए पनि सिकाइको स्थानान्तरणका लागि कुनै सिद्धान्तलाई नै पछ्याउनु भन्दा सबै सिद्धान्तको अध्ययन गरी शिक्षकले परिस्थितिको उपयुक्तता अनुसार आफ्नो शिक्षणलाई व्यवस्थित गर्नु राम्रो हुन्छ ।

स्थायित्वको लागि शिक्षण (Teaching for permanence)

विद्यार्थीले सिकेका गणितीय ज्ञान, सीप र धारणामा पूर्णता हासिल गरेपछि त्यसमा कसरी स्थायित्व कायम गर्ने भन्ने गणित शिक्षणको अर्को समस्या हो । सिकाइलाई स्थायी बनाउन सकिएन भने त्यस्तो सिकाइको कुनै औचित्य रहँदैन । गणित शिक्षकको महत्त्वपूर्ण कार्य विद्यार्थीले सिकेका नयाँ धारणा, सम्बन्ध, सीप तथा सिद्धान्तलाई स्थायी बनाइ विस्मरण (forgetting) हुनबाट रोक्नु हो । नयाँ धारणा, सम्बन्ध, सीप तथा सिद्धान्तमा स्थायित्व कायम गर्न बारम्बार अभ्यास (Drill), पुनरावलोकन (Review) र प्रयोग (Application) गरिरहनुपर्दछ ।

विद्यार्थीले बोध गरेका धारणा, सम्बन्ध, सिद्धान्त तथा सीपमा शुद्धता र तीब्रता कायम गरी त्यसमा स्थायित्व कायम गर्न बारम्बार अभ्यास गरिरहनुपर्दछ । यस्तो अभ्यासलाई ड्रिल भनिन्छ । यसको मुख्य उद्देश्य गणितीय प्रक्रियाहरू र प्रतिक्रियाहरूमा स्वचालीकरण (Automatization) कायम गर्नु हो ।

गणितीय ज्ञान र सीपमा स्थायित्व कायम गर्न पुनरावलोकन (Review) गर्नुपर्दछ । कुनै पनि पाठका महत्त्वपूर्ण विचारलाई सङ्गठित गर्न पुनरावलोकन गरिन्छ । यसबाट पाठमा स्पष्टता हासिल गर्न र विस्तृत जानकारी प्राप्त गर्न सरल हुन्छ । सिकाइमा स्थायित्व कायम गर्न पढिसकेका पाठहरूको पुनरावलोकन गरिन्छ । यसबाट पाठमा स्पष्टता हासिल गर्न र विस्तृत जानकारी प्राप्त गर्न सरल हुन्छ । यसरी पुनरावलोकन गर्दा विद्यार्थीलाई स्पष्ट निर्देशन दिने गर्नुपर्दछ । यसरी विद्यार्थीलाई पुनरावलोकन सम्बन्धी कार्यको योजना गर्न सहयोग गर्नु शिक्षकको दायित्व हो ।

गणितीय सिकाइमा स्थायित्व कायम गर्न सिकेका धारणा, सम्बन्ध, सिद्धान्त र सीपलाई प्रयोग (Application) मा ल्याइरहनुपर्दछ । निरन्तर प्रयोगमा ल्याउन नसकिने धारणा, सम्बन्ध, सिद्धान्त र सीपहरू अस्पष्ट र काममा ल्याउन नसकिने हुन्छन् ।

निरन्तर अभ्यास र पुनरावलोकनको योजना गणितीय धारणा, सम्बन्ध, सिद्धान्त र सीपहरूलाई अध्यावधिक (Maintenance) राख्नका लागि गरिन्छ । अझ नियमित प्रयोगले गणितीय धारणा, सीप तथा सम्बन्धहरूलाई विस्मरण हुनबाट रोकी ताजा राख्न सहयोग पुग्दछ । यो कार्य गणितीय ज्ञान, सीप र धारणालाई अध्यावधिक गर्नको लागि आवश्यक छ । गणितीय ज्ञान, सीप र धारणामा स्थायित्व कायम गरी त्यसलाई अध्यावधिक गर्न निम्नलिखित कार्यहरू गर्न आवश्यक हुन्छ :

- महत्त्वपूर्ण धारणा, सम्बन्ध र सीप मात्र समावेस गर्नुपर्दछ ,
- यो कार्यमा विषयवस्तुहरू वर्षभरी कै लागि विस्तारित गर्नुपर्दछ,
- यो कार्यक्रम निदानात्मक (Diagnostic) अझ आत्मनिदानात्मक (Self diagnostic) हुनुपर्दछ जसबाट विद्यार्थीहरू आफैंले आफ्ना कमजोरी पत्ता लगाउन सकुन । यसमा विद्यार्थीको उपलब्धि विवरण राख्ने व्यवस्था गर्नुपर्दछ ।
- विद्यार्थीहरूले कम निर्देशनमै आफ्ना कमजोरी हटाउन सकुन् भन्नका लागि पूरक अभ्यास सामग्रीको व्यवस्था गरी सुधारात्मक (Remedial) शिक्षणको व्यवस्था गर्नुपर्दछ ।

एकाइ : छ

सामग्री निर्माण र प्रयोग

Competency 6	: Selecting, developing and using instructional materials to enhance learning
Total hours	: 30 hours
Total sessions	: 20

पाठ एक : शैक्षिक सामग्रीको छनोट, निर्माण र प्रयोग

(शैक्षिक सामग्रीको महत्त्व, छनोट र गणित प्रयोगशालाको अवधारणा)

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणित शिक्षणमा शैक्षिक सामग्रीहरूको प्रयोगबाट हुने फाइदाहरू, शैक्षिक सामग्रीहरूको छनोट र प्रयोगमा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरूको बारेमा बुँदागत रूपमा प्रस्तुत गर्न,

ख) गणित प्रयोगशालाको विकास, व्यवस्थापन र उपयोगिताबारेमा भन्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) शैक्षिक सामग्रीको महत्त्व,

ख) शैक्षिक सामग्रीको छनोट र प्रयोगमा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू,

ग) शैक्षिक सामग्रीको किसिम,

घ) गणित प्रयोगशाला ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

क) शैक्षिक सामग्री

शिक्षक तथा विद्यार्थीहरूले शिक्षण सिकाइका लागि प्रयोग गर्ने सामग्रीहरू नै शैक्षिक सामग्रीहरू हुन् । शैक्षिक सामग्रीहरूको प्रयोगबाट गणितका जटिल विषयवस्तुहरूलाई पनि सरल र सहज ढङ्गबाट शिक्षण गर्न सकिन्छ । माध्यमिक तथा निम्नमाध्यमिक तहको गणित शिक्षणका लागि अधिकांश शैक्षिक सामग्रीहरू स्थानीयरूपमा पाइने वस्तुहरू प्रयोग गरी

कममूल्यमा निर्माण गर्न सकिन्छ । यसप्रकारका कममूल्यका शिक्षक-विद्यार्थीद्वारा निर्मित शैक्षिक सामग्रीहरूको प्रयोगबाट विद्यार्थीहरूको गणितप्रतिको नकारात्मक धारणा (गाह्रो, निरास) लाई परिवर्तन गरी गणित सिकाइप्रति उत्प्रेरणा जगाउन सहयोग पुग्दछ । स्थानीयस्तरमा सजिलै उपलब्ध हुने वस्तुहरूको प्रयोगबाट थुप्रै किसिमका शैक्षिक सामग्रीहरू बनाई गणितीय धारणाहरूलाई प्रस्ट पार्न सकिन्छ । यसका लागि शिक्षकसँग जाँगर र सीपको जरूरत पर्दछ ।

ख) शैक्षिक सामग्रीको महत्त्व

"सुने बिर्सिन्छ, देखे सम्झिन्छ, गरे जानिन्छ र प्रयोग गरे बानी पर्छ " यो उक्ति गणित शिक्षणको क्षेत्रमा पनि उत्तिकै महत्त्वपूर्ण ठानिन्छ । गरेर सिक्नको लागि शैक्षिक सामग्रीहरू आवश्यक पर्दछन् । विद्यालय तहका गणित शिक्षणको क्रममा नयाँ धारणा दिँदा तीनचरणहरू प्रयोग गरिन्छन्, ती हुन ठोस (concrete), अर्धठोस (semi-concrete) र साङ्केतिक (symbolic) । यी मध्ये ठोस (concrete), र अर्धठोस (semi-concrete) चरणको लागि शैक्षिक सामग्रीहरू नभै हुँदैन । शैक्षिक सामग्रीहरूको प्रयोगबाट मात्र गणित शिक्षणमा (कक्षा कोठा क्रियाकलापमा) विद्यार्थी सहभागिता वृद्धि गर्न, गणितप्रति सकारात्मक अभिवृत्तिको विकास गर्न, गणित सिकाइलाइ सहज, अर्थपूर्ण , चिरस्थायी बनाउन र समग्रमा गणित शिक्षणलाई प्रभावकारी बनाउन सकिन्छ ।

शैक्षिक सामग्रीहरूको प्रयोगबाट हुने फाइदाहरूलाइ निम्न बुँदाहरूबाट प्रस्ट्याउन सकिन्छ :
शैक्षिक सामग्रीहरूको प्रयोग बाट/ले :

- विद्यार्थीहरूलाई सिकाइप्रति उत्प्रेरणा जगाउँछ ।
- विद्यार्थीहरूलाई शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापहरूमा प्रत्यक्ष सहभागी बनाउन सहयोग गर्दछ ।
- सिकाइको गतिलाई बढाउँछ, साथै ढिलो सिक्ने विद्यार्थीहरूलाई पनि ठूलो सहयोग पुऱ्याउँछ
- जटिल गणितीय धारणाहरू पनि सरल र सहज तरिकाबाट प्रष्ट्याउन सहयोग पुग्दछ ।
- सिकिसकेका धारणाहरूलाई प्रयोगमा ल्याउन र स्थानान्तरण गर्न सहयोग पुग्दछ ।
- गणित सिकाइलाई रोचक र चिरस्थायी बनाउन सहयोग पुग्दछ ।
- विद्यार्थीहरूमा गणित प्रति सकारात्मक धारणा उत्पन्न गर्न सहयोग पुग्दछ ।

ग) गणित शिक्षणका लागि शैक्षिक सामग्रीको छनोट र प्रयोग गर्दा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू अर्थात शैक्षिक सामग्री कस्तो हुनुपर्दछ भन्ने कुराहरूलाइ यसप्रकार प्रस्तुत गर्न सकिन्छ :

गणित शिक्षणमा प्रयोग गरिने शैक्षिक सामग्रीहरू :

- उद्देश्यमूलक हुनुपर्दछ, पाठको उद्देश्यसँग मेल खाने हुनुपर्दछ ।
- उपयुक्त साइजको, स्पष्ट र सफा हुनुपर्दछ ।
- विद्यार्थीको रूची, क्षमता र स्तरअनुसारको हुनुपर्दछ ।
- सकेसम्म स्वनिर्मित/विद्यार्थी निर्मित हुनुपर्दछ ।
- सकेसम्म दह्रो र टिकाउ खालको हुनुपर्दछ ।
- प्रयोग गर्नु अगावै परीक्षण गरिएको हुनुपर्दछ ताकि प्रयोग गर्दा समस्या आइनपरोस् ।
- प्रयोग गर्नुपूर्व विद्यार्थीहरूले गर्नुपर्ने कुराहरू, अपनाउनुपर्ने सावधानीहरूबारे प्रस्ट निर्देशन दिनुपर्दछ ।

घ) गणित शैक्षिक सामग्रीहरूको संरक्षण गर्ने तरिकाहरू

- सकेसम्म बलियो/ठोस वस्तुबाट सामग्री तयार गर्नुपर्दछ ।
- सामग्रीलाई साइज तथा प्रयोगको आधारमा वर्गीकरण गरी छुट्टाछुट्टै राख्नुपर्दछ ।
- सामग्री राख्न र प्रयोग गर्नको लागि छुट्टै कोठा, दराज र्‍याकको व्यवस्था गरी गणित प्रयोगशाला निर्माण गर्नुपर्दछ ।
- कीरा, मुसा, पानी (चिस्यान) ले नबिग्रने गरी भण्डारण गर्नुपर्दछ ।
- विद्यार्थीहरूद्वारा तयार पारिएका शैक्षिक सामग्रीहरूमा उनीहरूको नाम प्रस्ट लेखी राख्नुपर्दछ ।

ङ) गणित शैक्षिक सामग्रीहरूको किसिम

गणित शिक्षणको क्रममा शिक्षक वा विद्यार्थीहरूबाट प्रयोग हुने सम्पूर्ण सामग्रीहरू शैक्षिक सामग्रीहरू हुन । गणित शैक्षिक सामग्रीहरूलाई विभिन्न किसिमले वर्गीकरण गरिएको पाइन्छ । शैक्षिक सामग्रीहरू प्रयोगको आधारमा तीन किसिमले वर्गीकरण गर्न सकिन्छ :

- श्रव्यदृश्य सामग्री
- प्रयोगात्मक सामग्री
- साङ्केतिक सामग्री

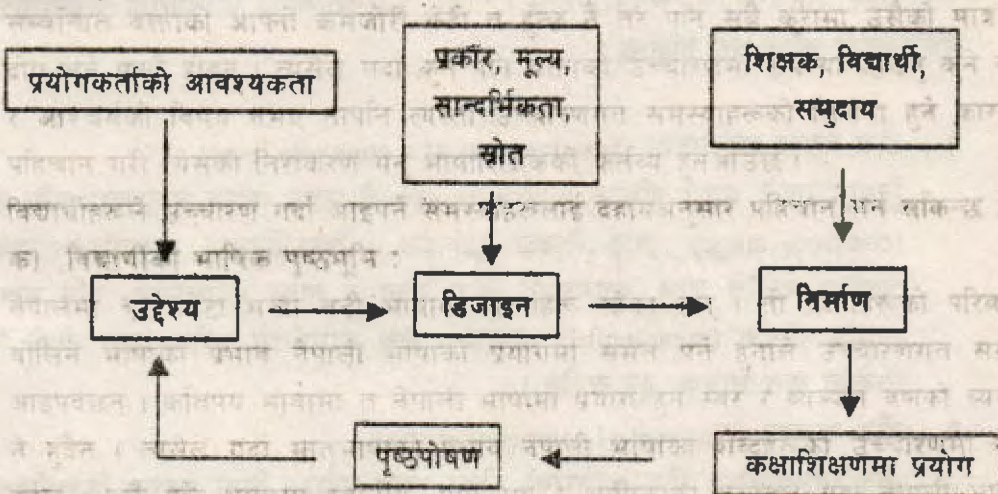
श्रव्यदृश्य सामग्रीहरू अन्तर्गत टिभी, रेडियो, क्यासेट, टेप, फिल्म, स्लाइड, भिडियो, कम्प्युटर, ओ.एच.पी इत्यादि सबै पर्दछन् । यसको अलावा शैक्षणिकपाटी, फ्लीपबोर्ड, फ्लानेल बोर्ड, चार्ट चित्रहरू, स्थानमान गोजी इत्यादि पनि यस अन्तर्गत लिने गरिन्छ ।

साङ्केतिक सामग्रीहरू अन्तर्गत विद्यार्थीका स्वाध्ययन सामग्रीहरू, पाठ्यपुस्तक, पाठ्यक्रम, गणित सिकाइसम्बन्धी पुस्तकहरू, निर्देशिकाहरू, पत्रपत्रिकाहरू इत्यादि पर्दछन् । यी सामग्रीहरूको अध्ययनबाट विद्यार्थीलाई गणित सिकाइमा सघाउ पुग्दछ ।

प्रयोगात्मक सामग्री अन्तर्गत विद्यार्थीहरूले प्रयोग गर्ने सामग्रीहरू पर्दछन् । यस पुस्तिकामा समाविष्ट सबै सामग्रीहरू प्रयोगात्मक सामग्रीहरू हुन् जुन सामग्रीहरू प्रयोग गरी विद्यार्थीहरूले गणितीय धारणाहरू, तथ्यहरू, समस्याहरूमा सफलता हासिल गर्न सक्छन् ।

च) कम मूल्यका शैक्षिक सामग्री निर्माण प्रक्रिया

कम मूल्यका शैक्षिक सामग्री निर्माणका समग्र प्रक्रियालाई तल उल्लेखित चार्टबाट स्पष्ट पार्न सकिन्छ :



प्रयोगकर्ता अर्थात विद्यार्थीको रुचि, क्षमताका आधारमा आवश्यकताको पहिचान हुन्छ । सोही आवश्यकताका आधारमा शैक्षिक सामग्री निर्माणको उद्देश्य तय गरिन्छ । अनि मात्र सो उद्देश्य पूरा गर्ने गरी सामग्रीको डिजाइन गरिन्छ । सामग्री डिजाइनमा कोरा वस्तुहरूको उपलब्धता, मूल्य, स्रोतसामग्रीको प्रकारले पनि प्रभाव पार्दछ । शैक्षिक सामग्रीको निर्माणमा प्रमुख भूमिका शिक्षक, विद्यार्थी, समुदायका व्यक्तिहरूको हुन्छ । शैक्षिक सामग्री निर्माण भइसकेपछि कक्षाकोठामा प्रयोग गरिन्छ । प्रयोगको आधारमा मात्र सामग्रीहरूको प्रभावकारिता निर्धारण हुनसक्दछ र पृष्ठपोषण प्राप्त हुन्छ । सो को आधारमा उद्देश्यमा पुनर्विचार गर्नुपर्ने/नपर्ने छुट्याइन्छ ।

छ) गणित प्रयोगशाला

गणित प्रयोगशाला भनेको गणितका शैक्षिक सामग्रीहरू राख्ने ठाउँ मात्र नभै गणित सिक्ने/शिक्षण गर्ने विधि (approach) पनि हो जस अन्तर्गत अन्वेषण गर्ने (exploring), खोजी गर्ने (investigating), परिकल्पना बनाउने (hypothesizing), प्रयोग गर्ने (experimenting) र सामान्यीकरण गर्ने (generalizing) प्रक्रियाहरू पर्दछन् । प्रयोगशालाको माध्यमबाट विद्यार्थीलाई गणितीय ज्ञानको प्रयोग दैनिक जीवनमा हुने कुरामा संप्रेषण गर्न मद्दत मिल्दछ । गणित प्रयागेशालामा विद्यार्थीहरू ठोस वस्तुहरू प्रयोग गरी सक्रिय रूपमा चलाउने (manipulate), आफूले गरेका कुरा सोच्ने, छलफल गर्ने, आफूले पत्ता लगाएका कुराहरू लेख्ने र आवश्यक सीप विकास गर्ने मौका प्राप्त गर्दछन् । गणित प्रयोगशालामा विद्यार्थीहरूले आफैँले गरेर सिक्ने (Learning by doing) हुँदा शिक्षकको भूमिका केवल पथप्रदर्शक/सहजकर्ताको रूपमा रहन्छ । गणित प्रयोगशालाको उपयोगिता/महत्त्वलाई तलका बुँदाहरूबाट स्पष्ट गर्न सकिन्छ :

१. **ठोस तहमा सङ्लग्नता (Involvement at a concrete level)**

विद्यार्थीहरूले अमूर्त प्रक्रिया (abstraction) को उच्च तहमा पुग्नुभन्दा अघि ठोस तह (concrete stage) बाट सिकाइ गर्नुपर्दछ । विद्यार्थीहरूले सामग्रीहरू/उपकरणहरू चलाएर आफैँले खोज, अनुसन्धान गरेर सिक्न र सोच्न पाउनुपर्दछ, अनि मात्र गणित सिकाइ सार्थक (meaningful) बन्दछ । ठोस सामग्रीको प्रयोग विना घोक्ने विधिबाट सिकेका कुरा सार्थक हुन सक्दैन ।

२. **मौन सञ्चार (Nonverbal communication)**

ठोस सामग्रीहरूले मौन सञ्चारको मौका प्रदान गर्दछ । बिना प्रवचन विद्यार्थीहरूले कुनै समस्या समाधानको लागि उपायहरू जान्दछन् । शिक्षकले पनि विद्यार्थीहरूले व्याख्या नगरीकन उनीहरूको सिकाइको तह लेखाजोखा गर्न सक्दछ । यसको अर्थ पढाइ र बोलाइ (reading and verbalization) लाई प्रतिस्थापन गर्नुपर्छ भनेको होइन ।

३. **सकारात्मक भावना (Positive self image)**

प्रयोगशाला विधिबाट हरेक विद्यार्थीले आफ्नो क्षमताअनुसार आफ्नै गतिमा काम गर्दछन् र गणित सिक्दछन् । आफूले गरेको काम आफैँले ठीक भएनभएको छुट्याउन सक्दछन् । सामग्रीहरूसँग काम गर्दा विद्यार्थीहरू रमाउँदछन् । कसैको डर नमानीकन स्वःस्फूर्त वातावरणमा काम गर्दछन् । यसबाट उनीहरूमा आत्मविश्वास बढ्दछ । यसबाट गणित सिकाइप्रति पनि सकारात्मक भावनाको वृद्धि हुन्छ । विद्यार्थीले कक्षाकोठा बाहिर गणितीय ज्ञानको उपयोग हुने तथ्य स्थापित गर्न मद्दत मिल्छ र प्रयोग गर्दछन् ।

४. गणितीय धारणाहरूमा व्यापकता (Broader view of mathematics)

शैक्षिक सामग्रीको प्रयोगबाट विद्यार्थीहरूले गणितीय धारणाहरू फराकिलो बनाउन सक्दछन् । उदाहरणको लागि जियोबोर्ड प्रयोग गरेर विद्यार्थीहरूले कोण, त्रिभुज, चतुर्भुजको धारणा फराकिलो बनाउन सक्दछन् । सामग्रीहरूसँग खेल्ने/चल्ने क्रममा विद्यार्थीहरूले गणितीय ढाँचाहरू, क्रमहरू सम्बन्धबारेमा आफ्नै अनुभवबाट सिक्दछन् । विद्यार्थीहरूले जब आफ्नै अनुभवहरूबाट धारणाहरू निर्माण गर्दछन, त्यो बढी अर्थपूर्ण, चिरस्थायी हुन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

शिक्षक सरलालाई शैक्षिक सामग्री प्रयोग गर्नु पर्छ भन्ने थाहा छ तर समयमा कोर्स सकिदैन कि भन्ने डरले उनी शैक्षिक सामग्रीको प्रयोग विना नै गणित शिक्षण गर्दछिन् । शैक्षिक सामग्री कस्तो हुनु पर्दछ र बनाएका, सङ्कलन गरेका शैक्षिक सामग्रीहरूलाई कसरी व्यवस्थित गर्ने भन्ने कुरामा अनभिज्ञता प्रकट गर्दछिन् । तपाईं सरलालाइ कस्तो सुझाव दिनुहुन्छ ?

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) कागज पट्याएर केही ज्यामितीय तथ्यहरू परीक्षण गर्न ।

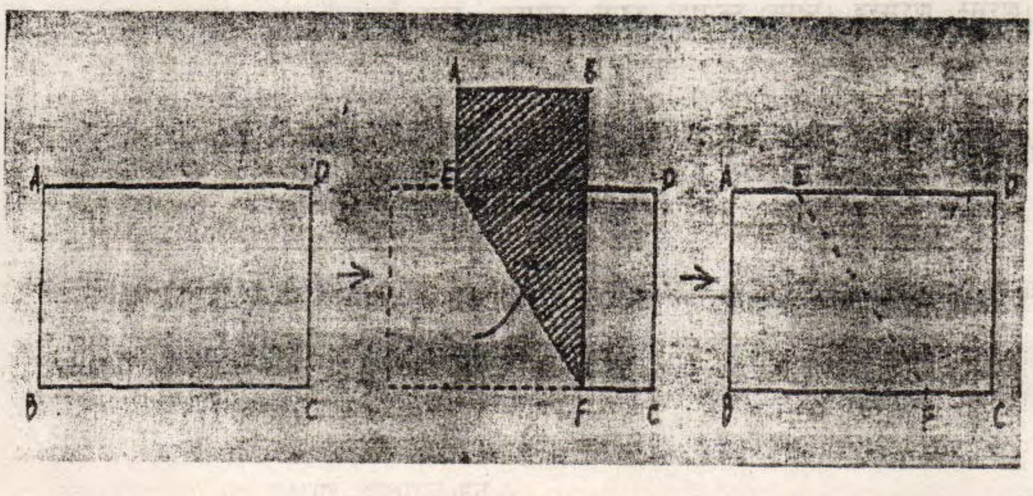
२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) कागज पट्याएर केही ज्यामितीय तथ्यहरू परीक्षण ।

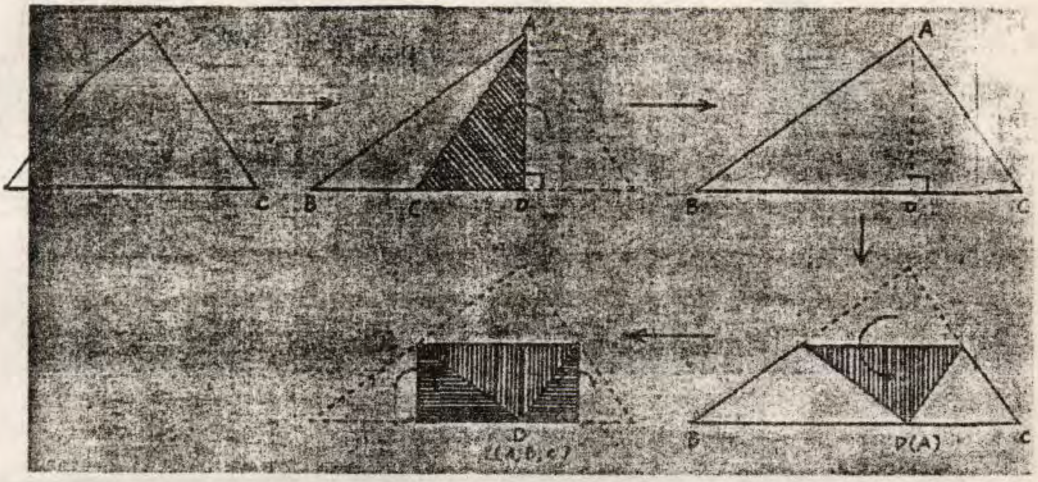
३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) कागज पट्याएर थुप्रै ज्यामितीय साध्यहरू परीक्षण गर्न सकिन्छ । केही उदाहरणहरू तल दिइएका छन् । यसका लागि कार्डबोर्ड पेपर, कैंची, रुलर, पेन्सिल, साइन पेन, मार्कर पेन, मास्किङ् टेप, गम इत्यादि आवश्यक पर्दछन् ।

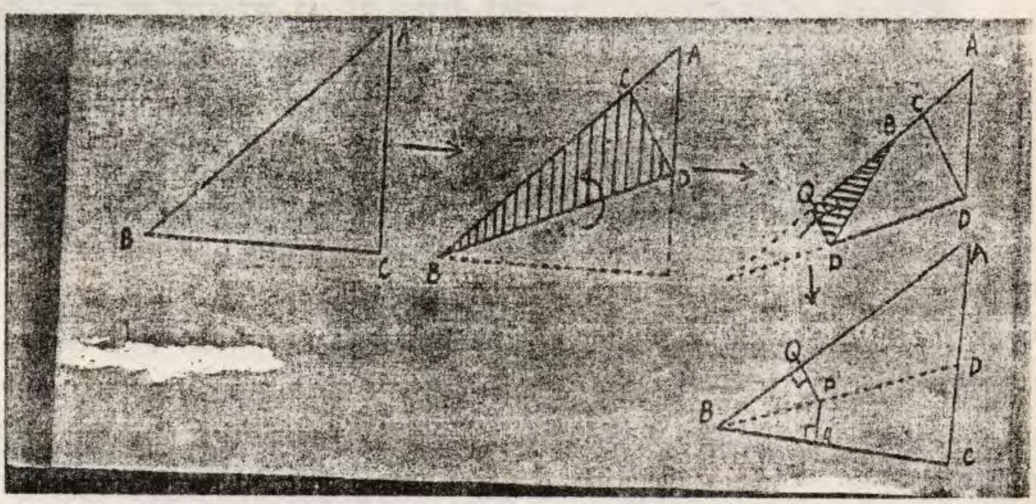
१. एउटा सीधारेखामा बनेका आसन्नकोणहरूको जोड 180° हुन्छ ।



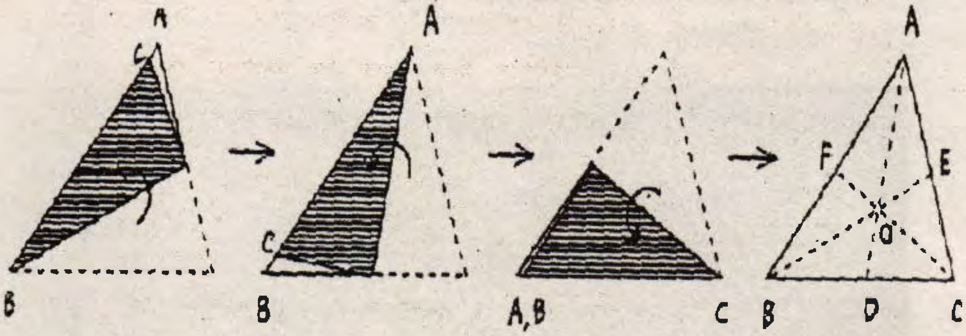
२. त्रिभुजको भित्रीकोणहरूको जोड १८०° हुन्छ ।



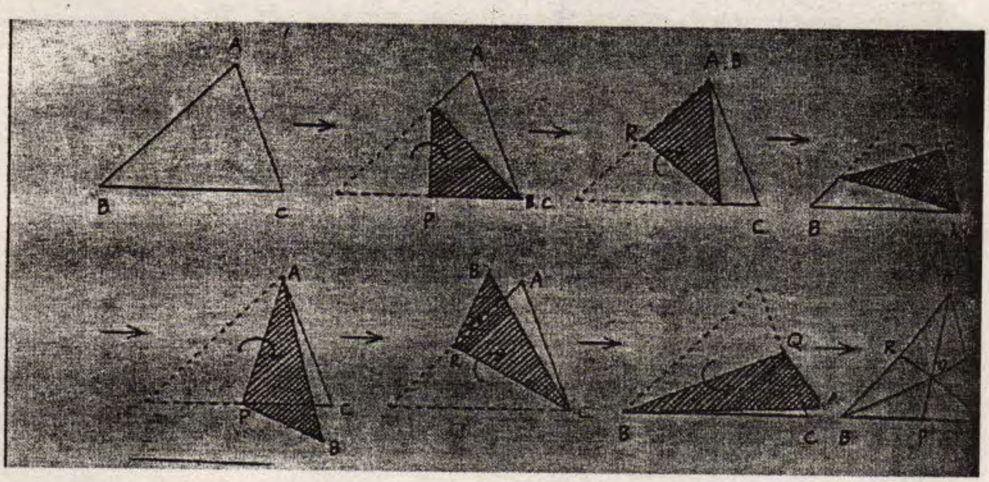
३. त्रिभुजका कोणका अर्धकमा परेका प्रत्येक विन्दु कोणका भुजाबाट समदूरीमा पर्दछन् ।



४. त्रिभुजका कोणका अर्धकहरू समविन्दुगामी हुन्छन् ।



५. त्रिभुजका मध्यिकाहरू समविन्दुगामी हुन्छन् ।



४. प्रतिबिम्बन :

कागज पट्याएर ज्यापमतीय साध्यहरूको परीक्षण के साच्चै उपयोगी छ त ? आफ्ना तर्कहरू राख्नुहोस् ।

पाठ तीन : कागज पट्याएर बहुभुजहरू, ठोस वस्तुका जाली र नमुनाको निर्माण

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) कागज पट्याएर बहुभुजहरूको निर्माण गर्न,

ख) कागजबाट ठोस वस्तुका जाली र नमुना निर्माण गर्न र प्रयोग गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

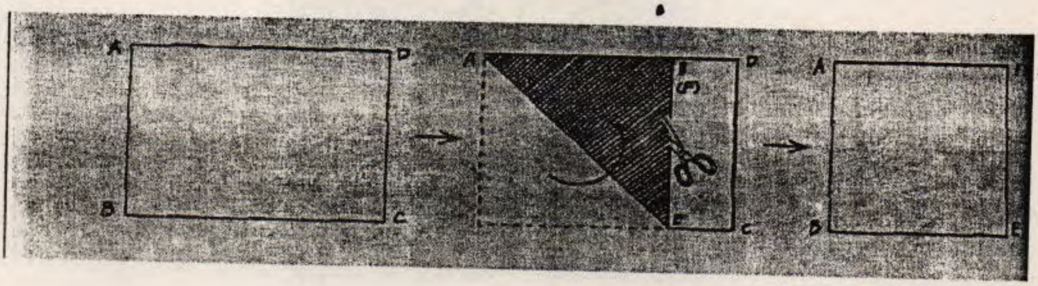
क) कागज पट्याएर बहुभुजहरूको निर्माण,

ख) कागजबाट ठोस वस्तुका जाली र नमुना निर्माण ।

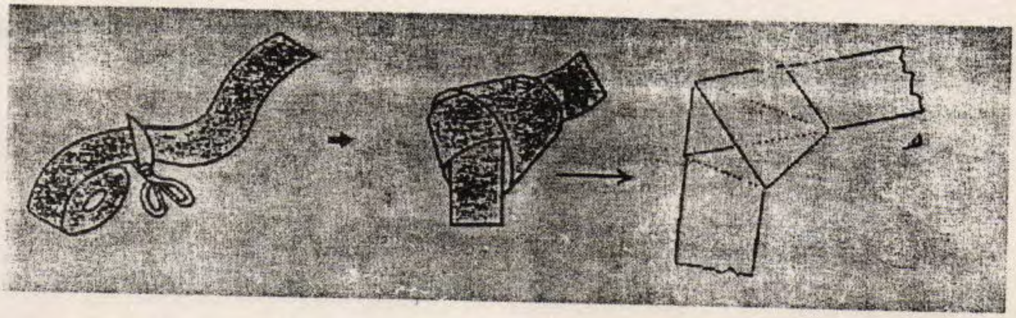
३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

क) कागज पट्याएर वर्ग, समपञ्चभुज, समषष्टभुज, समअष्टभुज निर्माण गर्न सकिन्छ । यसका लागि आवश्यक सामग्रीहरू कार्डबोर्ड पेपर, कैँची, रुलर, पेन्सिल, साइन पेन, मार्कर पेन, मास्किङ् टेप, गम इत्यादि छन् । निर्माण गर्ने तरीका चित्रमा देखाइएको छ ।

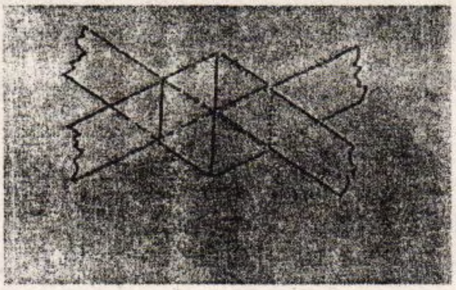
वर्गको निर्माण



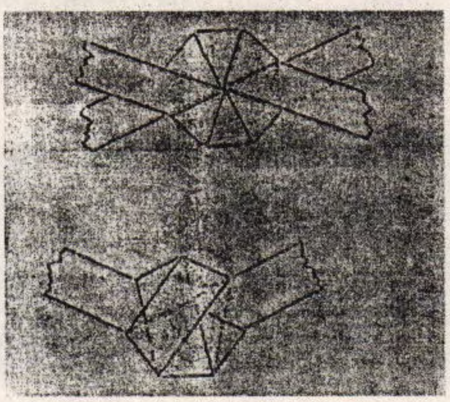
समपञ्चभुजको निर्माण



समषष्टभुजको निर्माण

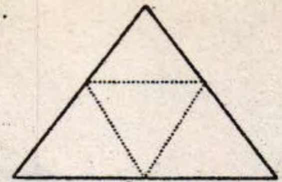


समअष्टभुजको निर्माण

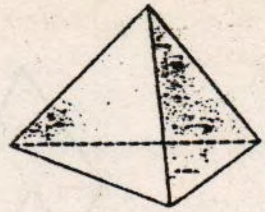


ख) कार्डबोर्ड काटेर तल दिइएका ठोसका जालीको निर्माण गर्न सकिन्छ । त्यस पछि जालीलाई पट्याएर ठोसवस्तुको निर्माण गर्न सकिन्छ ।

१.

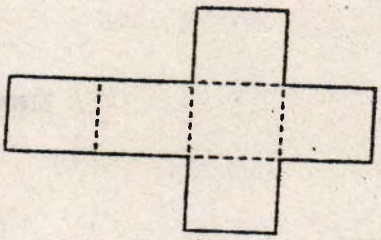


जाली

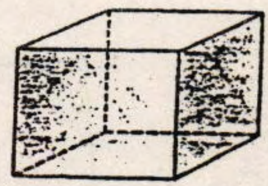


ठोसवस्तु टेट्राहेड्रन

२.

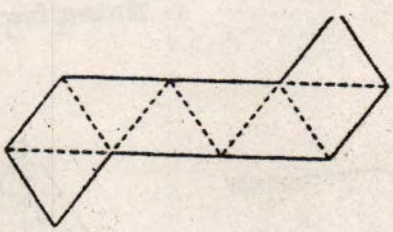


जाली

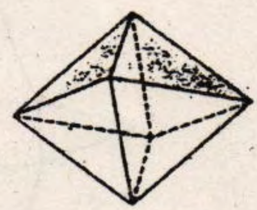


ठोसवस्तु घन

३.

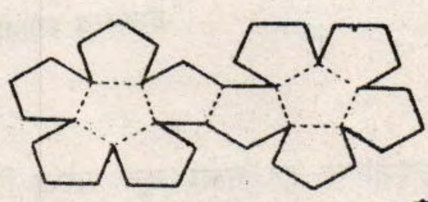


जाली

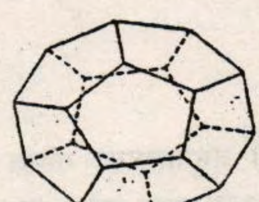


ठोसवस्तु अक्टाहेड्रन

४.

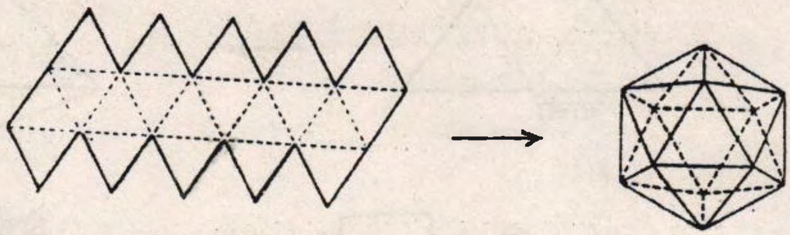


जाली



ठोसवस्तु डोडेकाहेड्रन

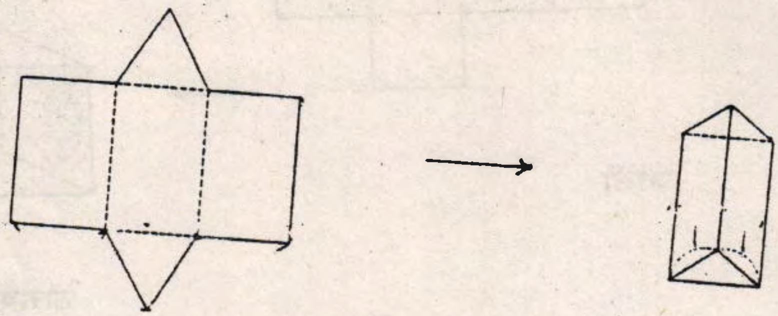
५.



जाली

ठोसवस्तु इकोसाहेड्रन

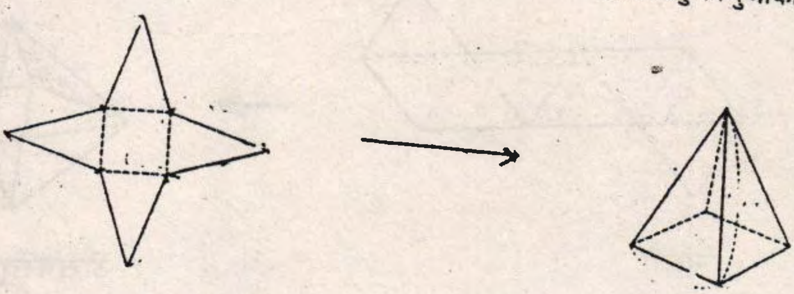
६.



जाली

ठोसवस्तु त्रिभुजाकार प्रिज्म

७.



जाली

ठोसवस्तु वर्गाधार पिरामिड

ग) यी नमुनाहरूको गणित शिक्षणमा के उपयोगिता हुन सक्छ, कुन धारणा शिक्षणका लागि कसरी प्रयोग गर्ने ? तपाईं सोच्नुहोस् त ।

- ठोस वस्तुका नमुनालाइ सतहको क्षेत्रफल, आयतन, Euler को सूत्र ($V - E + F = 2$) शिक्षणका लागि प्रयोग गर्न सकिन्छ ।
- वर्ग तथा समषष्टभुजका नमुनाबाट $45^\circ, 30^\circ, 60^\circ$, Set Square निर्माण गर्न सकिन्छ ।
- घनलाइ डाइको रूपमा प्रयोग गरी सम्भाव्यता शिक्षण गर्न सकिन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) ठोस वस्तुका जाली र नमुना निर्माण गर्दा र प्रयोग गर्दा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू केके होलान् ?

ख) यदि तपाइसँग यी नमुनाहरू निर्माणको लागि समय कम छ भने तपाईं के गर्नुहुन्छ ? कुनै वैकल्पिक उपायको खोजी गर्नुहुन्छ ?

पाठ चार : कागजबाट ठोस वस्तुका नमुना र खोक्रा नमुना निर्माण

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) कागजबाट ठोस वस्तुका नमुना निर्माण गर्न,

ख) ठोस वस्तुका खोक्रा नमुना निर्माण गर्न,

ग) ठोस वस्तुका नमुना तथा खोक्रा नमुनाको प्रयोगको क्षेत्र पहिचान गर्न र प्रयोग गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) कागजबाट ठोस वस्तुका नमुना निर्माण,

ख) ठोस वस्तुका खोक्रा नमुना निर्माण ।

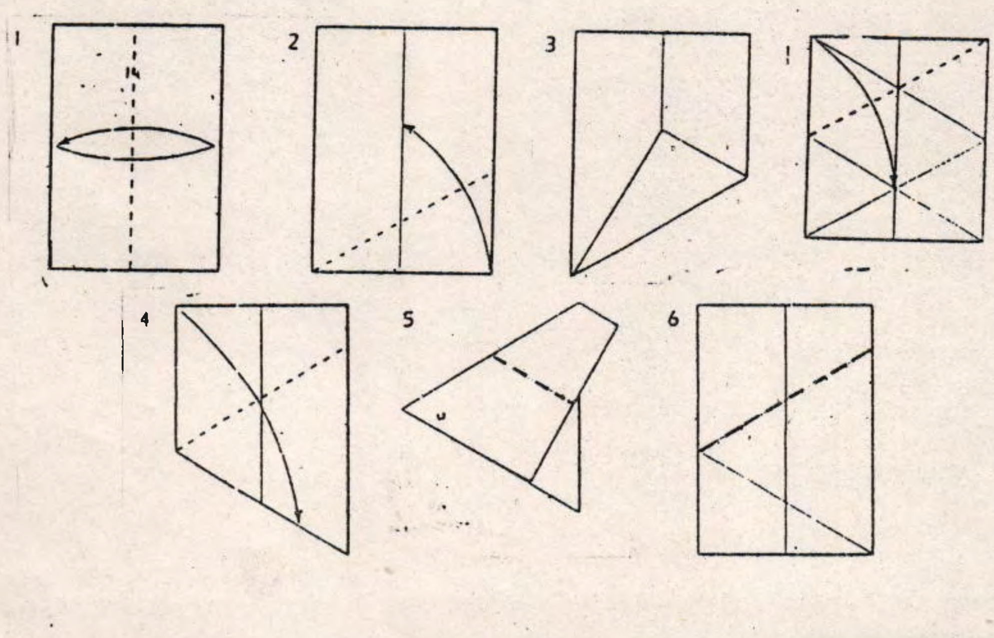
३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

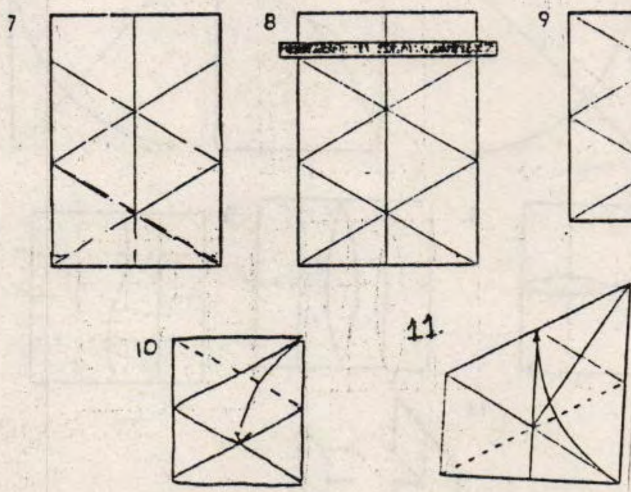
क) कागजबाट ठोसवस्तुका नमुना र खोक्रा नमुना निर्माण गर्न यी सामग्रीहरू आवश्यक पर्दछन् । फोटोकपी पेपर , कैंची, रुलर, पेन्सिल, साइन पेन, मार्कर पेन, मास्किङ् टेप, गम, छ्वाली (स्ट्र), सियो, धागो, आलु (सकेसम्म मसिना), सिन्का (टुथ पिक्स)

यहाँ तपाईंलाइ कैंची, गम वा टेप कुनै पनि प्रयोग नगरी केवल कागज पट्याएर ठोस वस्तुका नमुना निर्माण गर्ने तरीका सिकाउन खोजिएको छ । यसको लागि सकेसम्म फोटोकपी पेपर प्रयोग गर्नु उपयुक्त हुन्छ ।

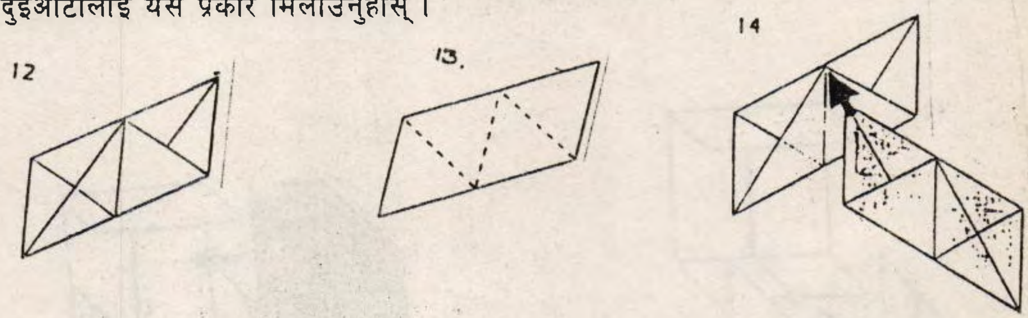
टेट्राहेड्रन

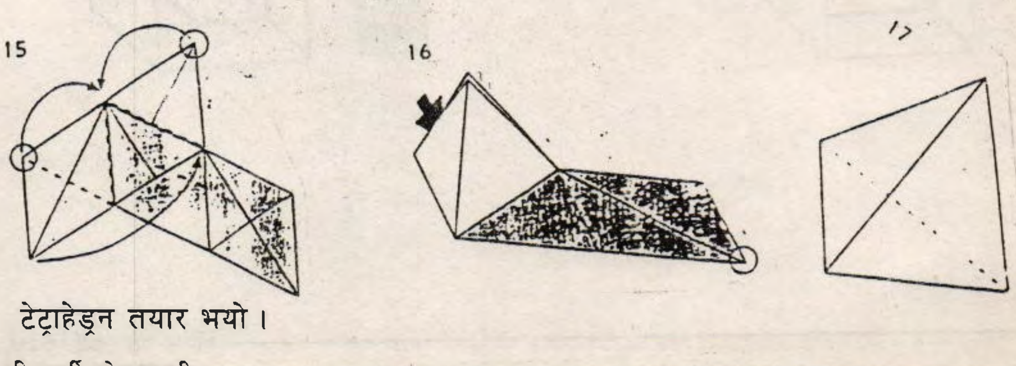
A4 साइजको एक सीट पेपर लिनुहोस् र तल चित्रमा देखाइए अनुसार पट्याउँदै जानुहोस् ।





अब अर्को सीट पेपर लिएर माथिकै विधिबाट नं १२ अर्को पनि तयार गर्नुहोस् । ती दुइओटालाई यस प्रकार मिलाउनुहोस् ।

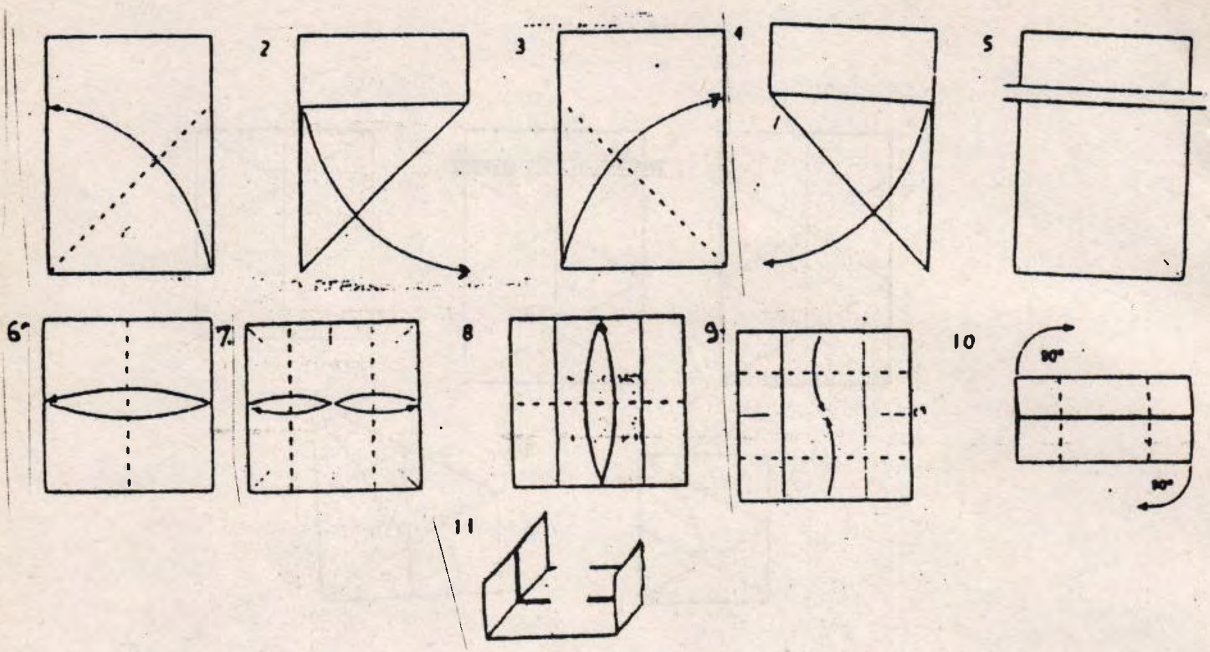




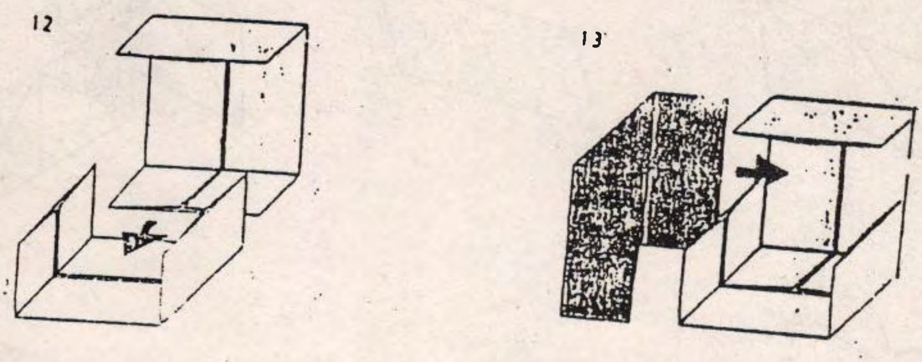
टेट्राहेड्रन तयार भयो ।

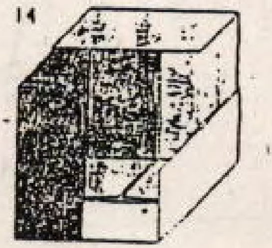
क्युब

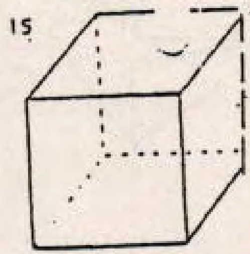
A4 साइजको एक सीट पेपर लिएर तल चित्रमा देखाइएअनुसार पट्याउँदै जानुहोस् ।



यस प्रकारका (नं ११ जस्ता) ६ ओटा तयार पार्नुहोस् । अनि पहिले २ ओटालाइ चित्रमा देखाइएअनुसार मिलाउनुहोस् । त्यस पछि अरु थप्दै जानुहोस् ।



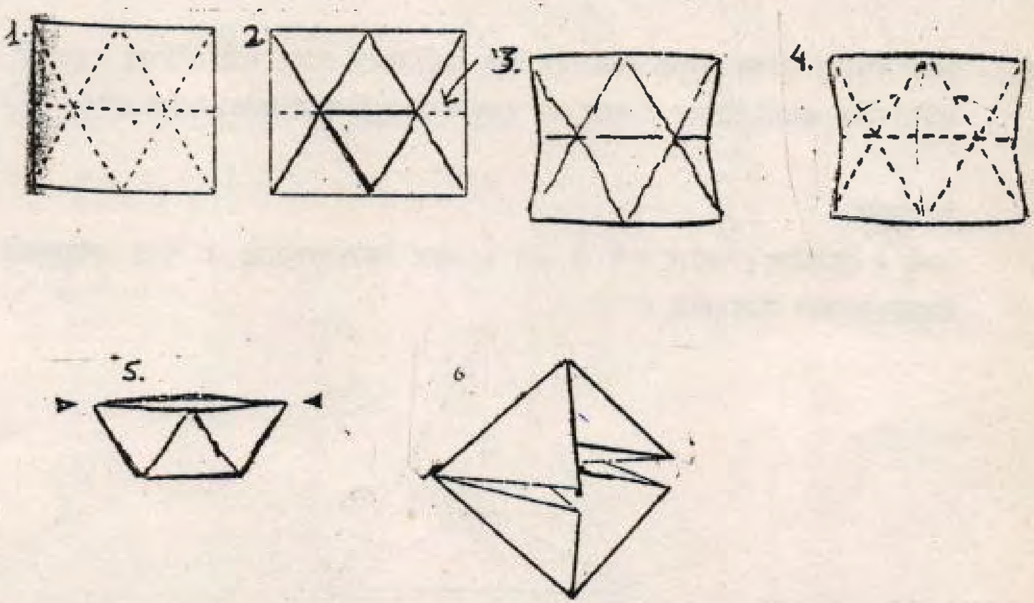




क्युब तयार भयो ।

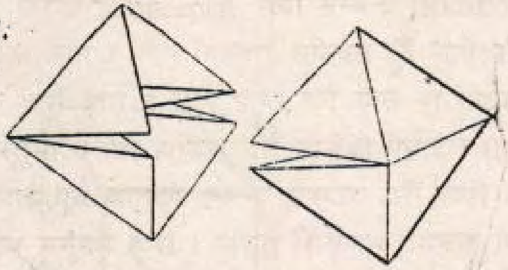
अक्टाहेड्रन

A4 साइजको एक सीट पेपर लिएर माथि टेट्राहेड्रन को स्टेप नं ९ मा पुग्नुहोस् । त्यसपछि तल चित्रमा देखाइएअनुसार पट्याउँदै जानुहोस् ।

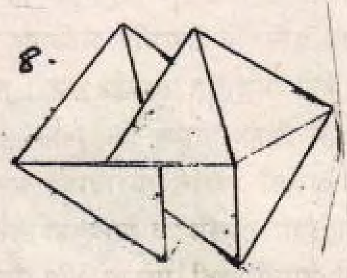


फेरि अर्को सीट पेपर लिएर नं ६ मा पुग्नुहोस् । त्यस तल चित्रमा देखाइएअनुसार मिलाउनुहोस् ।

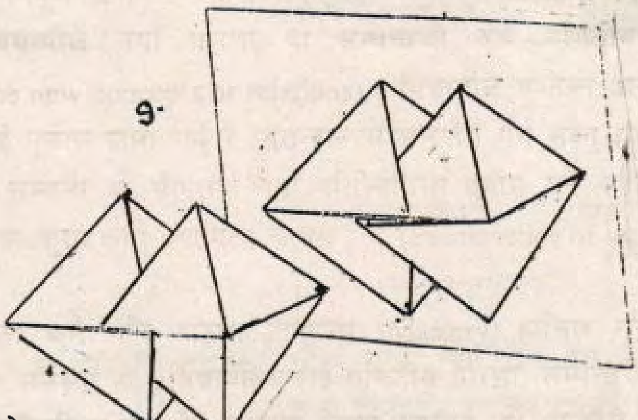
7.



8.



9.

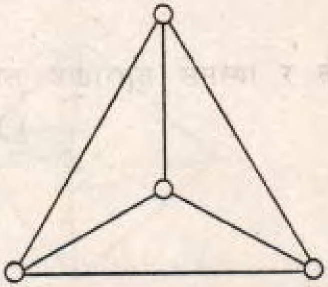


अक्टाहेड्रन तयार भयो ।

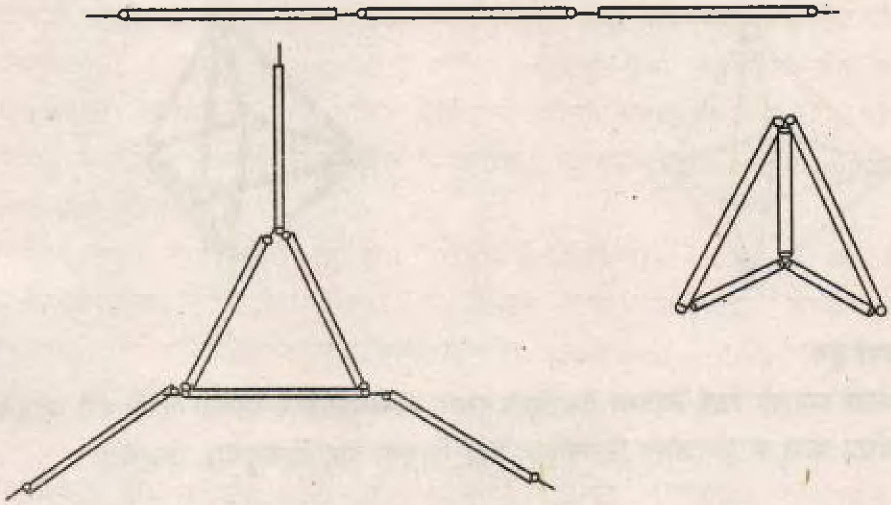
ख) ठोस वस्तुका खोक्रा नमुना (स्केलेटन) दुइ किसिमबाट तयर गर्न सकिन्छ । छ्वाली र धागो प्रयोग गरेर अथवा सिन्का र आलु (वा आलु जस्तै कुनै नरम वस्तु) प्रयोग गरेर ।

टेट्राहेड्रन

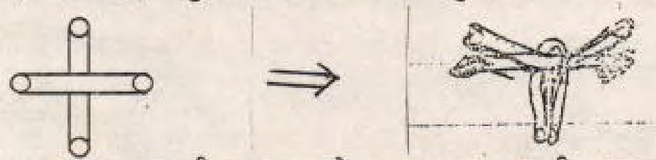
आलु र सिन्काबाट तयार गर्ने हो भने ६ ओटा सिन्काहरूलाई ४ ओटा आलुहरूले चित्रमा देखाइएअनुसार जोड्नुहोस् ।



छ्वाली र धागोबाट तयार गर्दा ६ ओटा छ्वालीहरूलाई चित्रमा देखाइएअनुसार सियो र धागोको मदतले जोड्नुहोस् ।



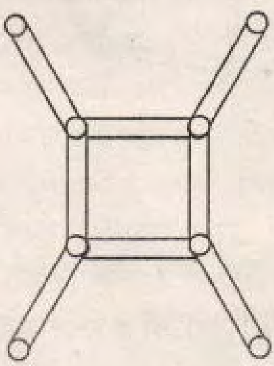
धागो प्रयोग नगरीकन पनि छ्वालीहरू जोड्न सकिन्छ । यसका लागि छ्वालीका २ ओटा साना टुक्राहरू लिएर तलदिइए अनुसार राखी तीन ओटा चुच्चाहरू निकाल्ने ।

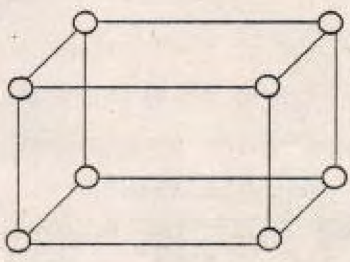


अब यी प्रत्येक चुच्चाहरू छ्वालीमा घुसाउने । यसलाइ स्थायी बनाउन सियो तताएर घुसाएको ठाउँमा प्वाल पार्नुपर्छ ।

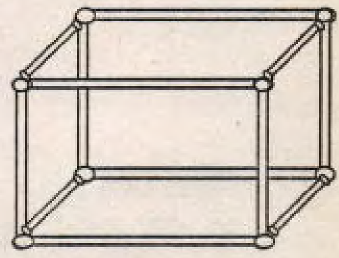
घन

१२ ओटा छ्वालीहरू लिएर चित्रमा देखाइएअनुसार जोड्ने । अथवा ८ ओटा आलु र १२ ओटा सिन्काहरू लिई चित्रमा देखाइएअनुसार जोड्ने





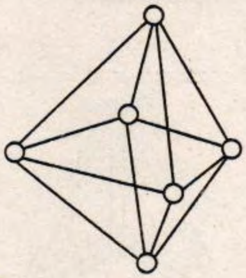
आलुबाट

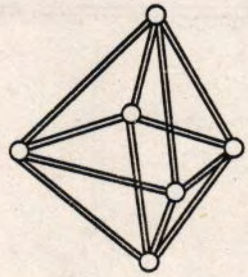


छ्वालीबाट

अक्टाहेड्रन

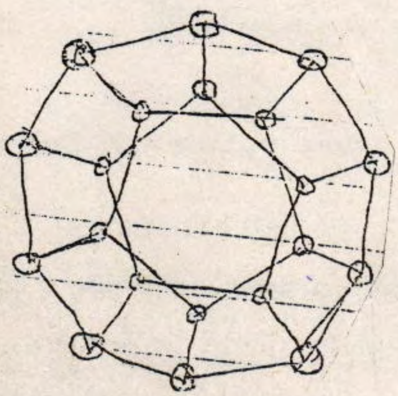
१२ ओटा छ्वाली लिई चित्रमा देखाइएअनुसार त्रिभुजाकार मोहडा बन्ने गरी जोड्ने । अथवा ६ ओटा आलु र १२ ओटा सिन्काहरू लिइ चित्रमा देखाइएअनुसार जोड्ने ।

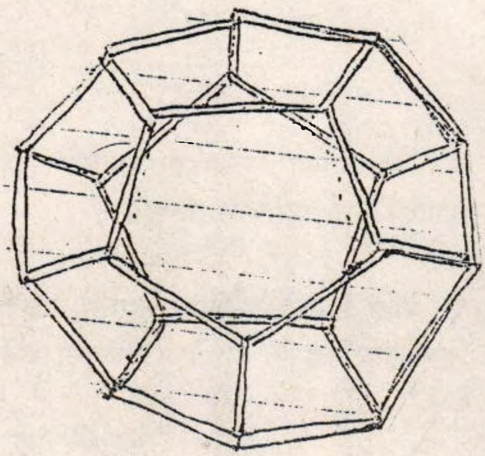




डोडेकाहेड्रन

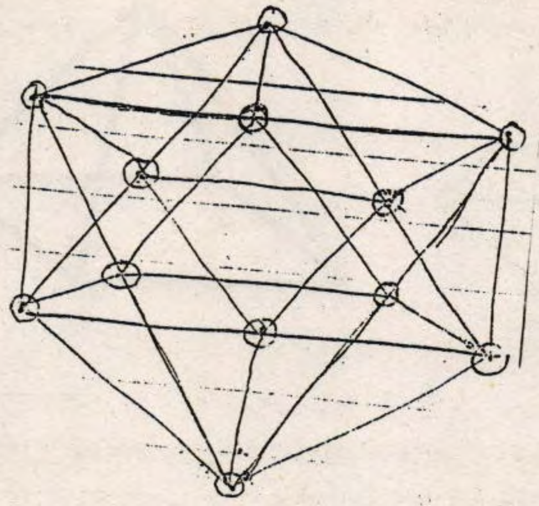
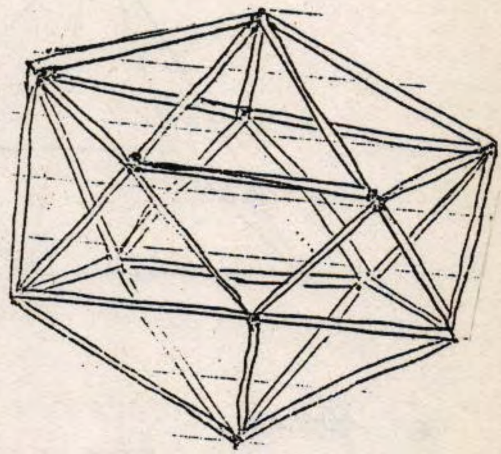
३० ओटा छ्वाली लिई चित्रमा देखाइएअनुसार पञ्चभुजाकार मोहडा बन्ने गरी जोड्ने । अथवा २० ओटा आलु र ३० ओटा सिन्काहरू लिई चित्रमा देखाइएअनुसार जोड्ने ।



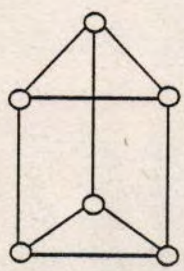
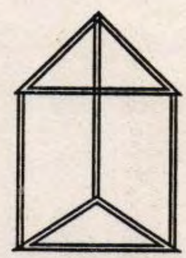


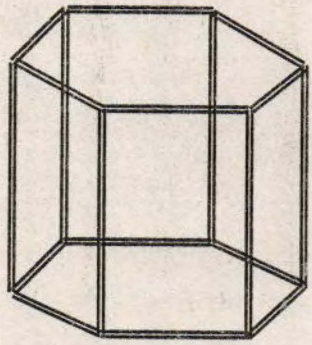
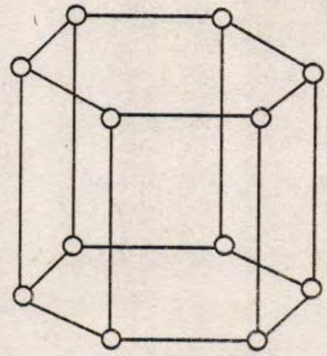
आइकोसाहेड्रन

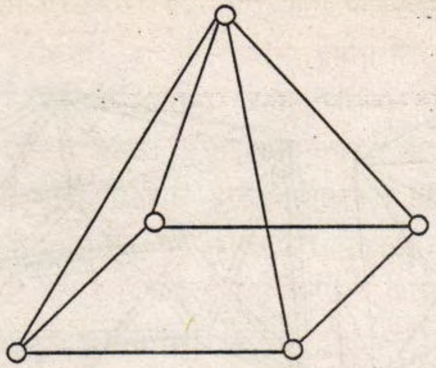
३० ओटा छ्वाली लिई चित्रमा देखाइएअनुसार त्रिभुजाकार मोहडा बन्ने गरी जोड्ने । अथवा १२ ओटा आलु र ३० ओटा सिन्काहरू लिई चित्रमा देखाइएअनुसार जोड्ने ।

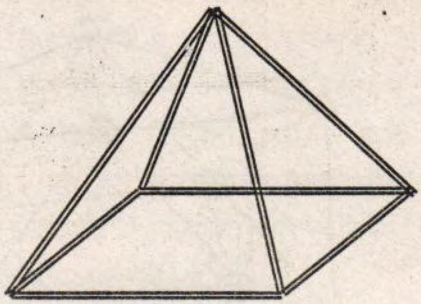



तल चित्रमा देखाइएअनुसार जोडेर त्रिभुजाकार प्रिज्म, षडभुजकार प्रिज्म, पिरामिड तयार गर्न लगाउनुहोस् ।





४. **प्रतिबिम्बन :**

ठोसवस्तुका नमुना र खोक्रा नमुनाहरू गणित शिक्षणमा कत्तिको उपयोगि ठान्नु हुन्छ ?

पाठ पाँच : जियोबोर्ड, पिनबोर्ड तथा वृत्तबोर्ड निर्माण

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) जियोबोर्ड, पिनबोर्ड तथा वृत्तबोर्ड निर्माण गर्न,

ख) जियोबोर्ड, पिनबोर्ड तथा वृत्तबोर्डको प्रयोगको क्षेत्र पहिचान गर्न र प्रयोग गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) जियोबोर्ड, पिनबोर्ड तथा वृत्तबोर्डको निर्माण र प्रयोग ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

जियोबोर्ड, पिनबोर्ड तथा वृत्तबोर्ड निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् : प्लाइउड, आधा इन्चका किलाहरू, डेकुरेटिभ पिन, ह्यामर, खाग्सी, रबरव्याण्ड, ग्राफपेपर, कम्पास, रुलर, पेन्सिल, साइनपेन ।

निर्माणका लागि निर्देशन

१) ३६ से.मि. × ३६ से.मि. × १ से.मि. को प्लाइउडको टुक्रालाइ खाग्सीले चिल्लो पार्न लगाउनुहोस् ।

२) वरिपरि ३ से.मि. को किनारा (मार्जिन) छोडेर बीचमा ९ वर्ग से.मि. का १०० ओटा वर्गहरू खिच्न लगाउनुहोस् ।

३) हरेक वर्गका शीर्षहरूमा पर्ने गरी १२१ ओटा किलाहरू/डेकुरेटिभ पिनहरू ठोक्न लगाउनुहोस् । जियोबोर्ड तयार भयो ।

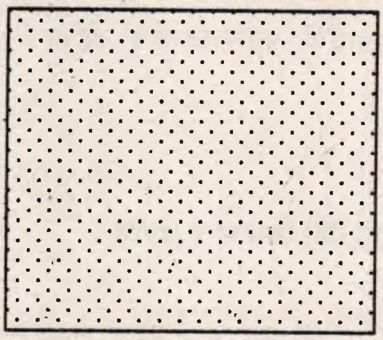
४) माथि (३) को क्रियाकलापमा हरेक वर्गको शीर्षहरूमा किला ठोक्नुको सट्टा वर्माले सानो प्वाल पारेमा पिनबोर्ड तयार हुन्छ ।
(पिन बोर्डको प्रयोग गर्दा आवश्यकताअनुसार मात्र किला/डेकुरेटिभ पिन राख्ने गरिन्छ ।)

५) सर्कलबोर्डको लागि २५ से.मि. × २५ से.मि. × १ से.मि. को प्लाइउडको टुक्रालाइ चिल्लोपारी २२ से.मि. × २२ से.मि.को राम्रो खाले ग्राफपेपर टाँस्न लगाउनुहोस् ।

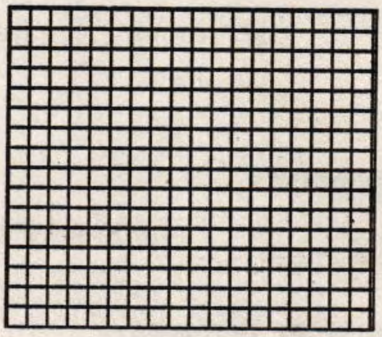
६) ग्राफपेपरमा अक्षहरू खिचेर ४ बराबर भाग (चतुर्थांश) मा बाँडी हरेक १ से.मि. बराबर ०.१ मानेर अक्षहरूमा धनात्मक तथा ऋणात्मक दिशामा सङ्ख्याहरू ०.१ को अन्तरमा ० देखि १ सम्म अङ्कन गर्न लगाउनुहोस् ।

७) अक्षको उद्गम बिन्दुलाइ केन्द्रमानेर अर्धव्यास १० से.मि. भएको वृत्त खिची परिधिमा बराबर अन्तरमा किला/डेकुरेटिभ पिन ठोक्न लगाउनुहोस् । वृत्तबोर्ड तयार भयो ।

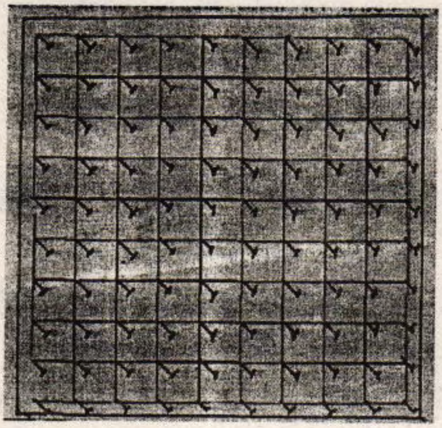
यसबाहेक थोप्ला थोप्ला भएको कागज (dotted paper) र ग्रीड पेपर पनि जियोबोर्डको रूपमा प्रयोग गरिन्छ ।

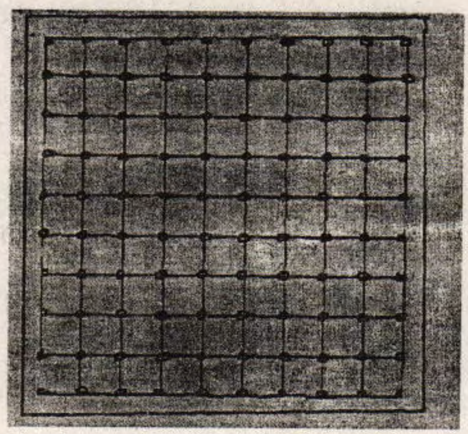


Dotted paper



ग्रीड पेपर

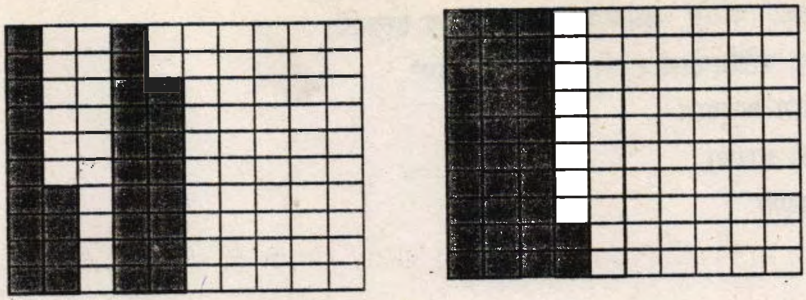




जियोबोर्ड र पिनबोर्डको प्रयोग

निम्नलिखित धारणाहरूका लागि जियोबोर्ड र पिनबोर्डको प्रयोग गर्न सकिन्छ ।

(क) सङ्ख्या र यसका आधारभूत क्रियाहरू (स्थानमान, जोड, घटाउ, गुणन, भाग)



(ख) भिन्न र दशमलवका आधारभूत क्रियाहरू (जोड, घटाउ, गुणन, भाग)

(ग) प्रतिशतको धारणा

(घ) ज्यामितीय आकारहरूको धारणा र तिनको वर्गीकरण

- कोणको धारणा
- कोणको वर्गीकरण (न्युनकोण, समकोण, अधिक कोण, सीधाकोण, वृहतकोण)
- आसन्नकोण, शीर्षाभिमुखकोण, एकान्तरकोण, सङ्गतकोण, क्रमागत भित्रीकोणको धारणा
- समानान्तर रेखाको धारणा
- त्रिभुजको वर्गीकरण
- चतुर्भुजको वर्गीकरण
- समानान्तर चतुर्भुज, वर्ग, आयातका गुणहरूको परीक्षण (विकर्ण, सम्मुख भुजा, आसन्नभुजासम्बन्धी गुणहरू)

(ङ) परिमिति र क्षेत्रफल (नियमित तथा अनियमित आकृति)
(अनियमित आकृतिको क्षेत्रफल $A = b/2 + i - 1$, where b= boundary pins, i = interior pins)

(च) वर्ग र वर्गमूल

(छ) ल.स. र म.स.

(ज) आधारभूत नियमहरू (क्रमविनिमय, सङ्घीय, वितरण)

(झ) बीजगणितीय सूत्रहरू $\{(a+b)^2, a^2-b^2$ ......etc$\}$

(ञ) तथ्याङ्क (निर्देशाङ्क, स्लोप, बारग्राफ)

(ट) सममिति नमुनाहरू

(ठ) समरूप, अनुरूप चित्रहरू

(ञ) पाइथागोरस साध्य

(ट) स्थानान्तरण

वृत्तबोर्डको प्रयोग

(क) वृत्तको धारणा (परिधि, अर्धव्यास, व्यास, केन्द्र इत्यादि)

(ख) केन्द्रीयकोण, परिधिकोण र ती बीचको सम्बन्ध

(ग) त्रिकोणमितीय अनुपात

(घ) त्रिभुजहरूको धारणा

(ङ) भिन्नको धारणा

४. **प्रतिबिम्बन :**

"जियोबोर्ड एउटा बहुउद्देश्यीय (multipurpose) शिक्षण सामग्री हो ।" यस भनाइप्रति तपाईं सहमत हुनुहुन्छ ? किन ?

पाठ ६ : क्षेत्रफल तथा पाइथागोरस साध्य शिक्षणसम्बन्धी सामग्री निर्माण

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) विभिन्न किसिमका चतुर्भुजका क्षेत्रफलसम्बन्धी शिक्षण सामग्री तयार पार्न र प्रयोग गर्न,

ख) पाइथागोरस साध्य शिक्षणका लागि शैक्षिक सामग्री तयार गर्न र प्रयोग गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) चतुर्भुजको क्षेत्रफलसम्बन्धी शिक्षण सामग्री,

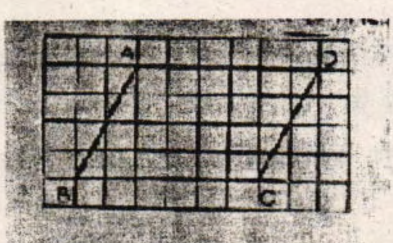
ख) पाइथागोरस साध्य शिक्षणका लागि शिक्षण सामग्री ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

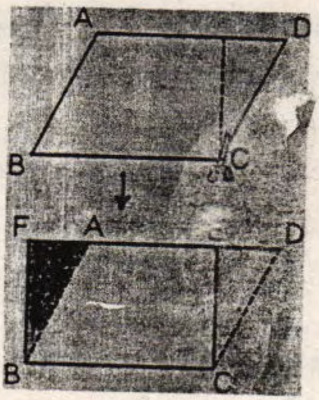
क्षेत्रफल तथा पाइथागोरस साध्य शिक्षणसम्बन्धी सामग्री निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् - कार्डबोर्ड (बाक्लो खालको वा डफ्टी) , ग्राफपेपर, रुलर, पेन्सिल, साइनपेन, कैंची इत्यादि ।

प्रत्येक समूह तथा व्यक्तिगत हिसाबमा शैक्षिकसामग्री निर्माण गर्ने हो सोहीअनुसार कार्य विभाजन गरी प्रत्येक समूह वा व्यक्तिलाई आवश्यक सामग्री दिनुहोस् र तपसिलका सामग्रीहरू निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

क) सहभागीले आयतको क्षेत्रफल = लम्बाइ × चौडाइ थाहा पाइसकेका छन् र चित्रमा देखाएअनुसार कोठा गन्ने तरिकाका आधारमा समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

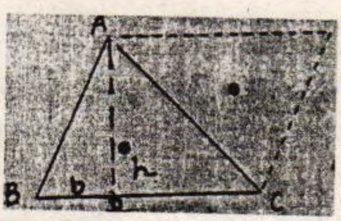


डफ्टी (Straw board) लाई समानान्तर चतुर्भुज हुने गरी काट्न लगाई चित्रमा देखाएअनुसार एक वा दुइ तरिका प्रयोग गरी समानान्तर चतुर्भुजलाई टुक्रा पारी प्राप्त टुक्रालाई आयतमा मिलाउन लगाई क्षेत्रफल = b × h को सामान्यीकरण गराउनुहोस् ।

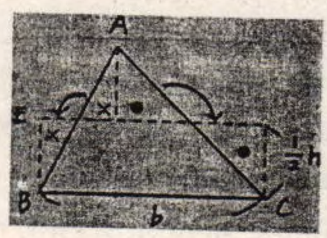


वा

ख) समानान्तर चतुर्भुजलाई विकर्णमा काटेर बराबर त्रिभुज बनाई $\triangle = \frac{1}{2} b \times h$ सामान्यीकरण गराउनुहोस् वा त्रिभुजाकार टुक्रालाई चित्रमा देखाएअनुसार काटेर आयतमा arrange गरी $\triangle = \frac{1}{2} b \times h$ गरी निकाल्न लगाउनुहोस् ।

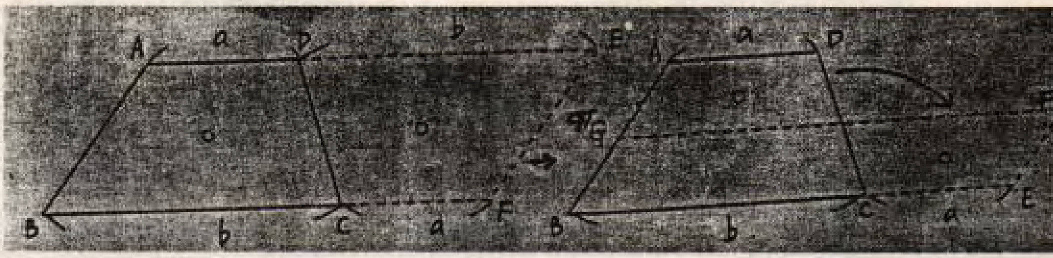


$\triangle ABD = \frac{1}{2} b \times h$

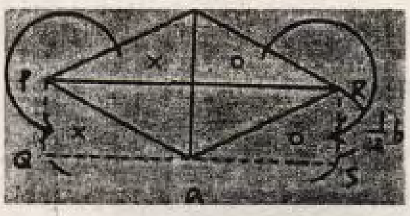


$\triangle = \frac{1}{2} b \times h$

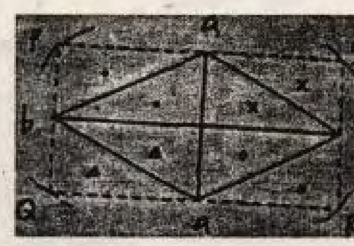
ग) समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफलको लागि दुईओटा अनुरूप समलम्ब चतुर्भुजलाई समानान्तर चतुर्भुजमा Arrange गरेर वा एउटै समलम्ब चतुर्भुजाकार डफ्टीको टुक्रा काटेर तल चित्रमा देखाएजस्तै गरी समानान्तर चतुर्भुजमा रूपान्तर गरी $\square = \frac{1}{2} (a + b) h$ सामान्यीकरण गराउनुहोस् ।



घ) समबाहु चतुर्भुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (विकर्णको गुणनफल) का लागि समबाहु आकारका डफ्टी काट्न लगाएर समबाहु चतुर्भुजको विकर्णमा काटेर चित्रमा देखाएजस्तै गरी Arrange गर्न लगाई निकाल्नुहोस् ।



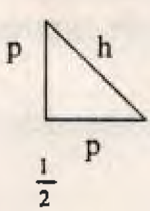
वा



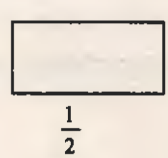
ङ) चतुर्भुजको क्षेत्रफलका लागि चित्रमा देखाए झैँ गरी विकर्ण र लम्बहरूमा काट्न लगाएर दुई सेट ४/४ ओटा त्रिभुज तयार गरी चित्रमा देखाएजस्तै गरी मिलाएर आयत बनाउन लगाई

$\square$ = $\frac{1}{2}$ (लम्बहरूको योग) $\times$ विकर्ण को सामान्यीकरण गराउनुहोस् ।

च) पाइथागोरस साध्यको सामान्यीकरणको लागि तलका जस्तै त्रिभुजाकार र वर्गाकार डफ्टीका टुक्रा काट्न लगाई चित्रमा देखाएजस्तै गरी Arrange गर्न लगाउनुहोस् ।



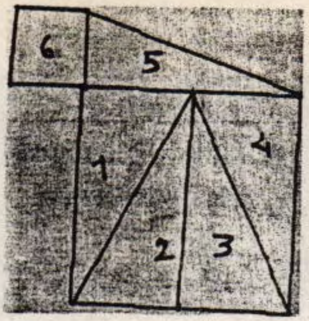
यस्ता ५ ओटा टुक्रा र

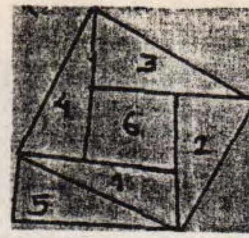


यस्तो एउटा टुक्रा काट्न लगाउने ।

यहाँ $\triangle$ मा $b = \frac{1}{2}p$ लिइएको छ ।

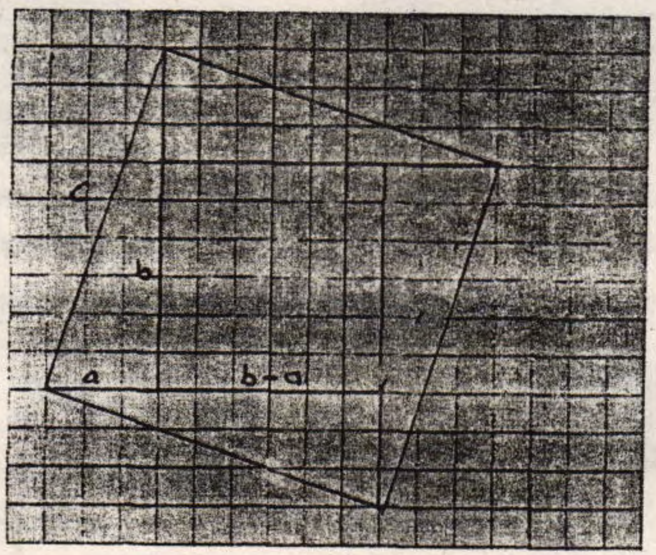
अब टुक्राहरूलाई यसरी Arrange गर्न लगाउनुहोस् ।



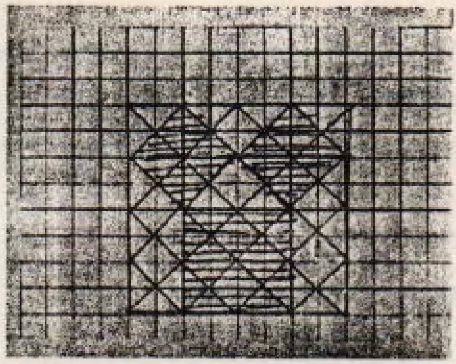


यसरी $h^2 = p^2 + b^2$ को पुष्टि हुन्छ ।

अन्य वैकल्पिक सामग्रीमा निम्नअनुसार दिन सकिन्छ ।
लेखा चित्रमा ५, १२, १३ को समकोणी त्रिभुजहरू खिच्न लगाएर चित्रमा देखाए जस्तै गरी Arrange गरेर पाइथागोरस साध्यको पुष्टि गर्न सकिन्छ ।



समकोणी समद्विबाहु त्रिभुज लिएर चित्रमा देखाएजस्तै Tessellations बाट पनि सामान्यीकरण गराउन सकिन्छ ।
पाइथागोरसले आफ्नो साध्यका सामान्यीकरण यही Tessellations बाट गरेका थिए भन्ने अड्कल काटिएको छ ।



(द्रष्टव्य : यहाँ निर्मित सामग्रीहरूलाई फेवी सिलले रङ्गाउँदा बढी टिकाउ र आकर्षक देखिन्छन् ।)

४. **प्रतिबिम्बन :**

यस पाठमा प्रस्तुत सामग्री गणित शिक्षणको लागि कतिको उपयोगी ठान्नुहुन्छ ? विश्लेषण गर्नुहोस् ।

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) बीजगणितीय पत्तीहरूबाट अभिव्यञ्जकका जोड/घटाउ, गुणन तथा खण्डिकरण नमुनाहरू तयार पार्न र प्रयोग गर्न ।

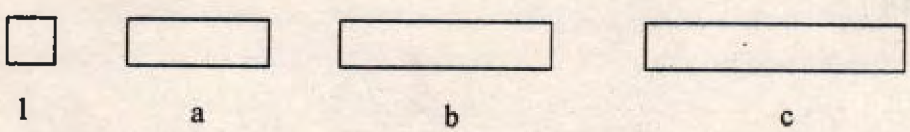
२. मुख्य विषयवस्तु :

क) बीजगणितीय पत्तीहरूको निर्माण र प्रयोग ।

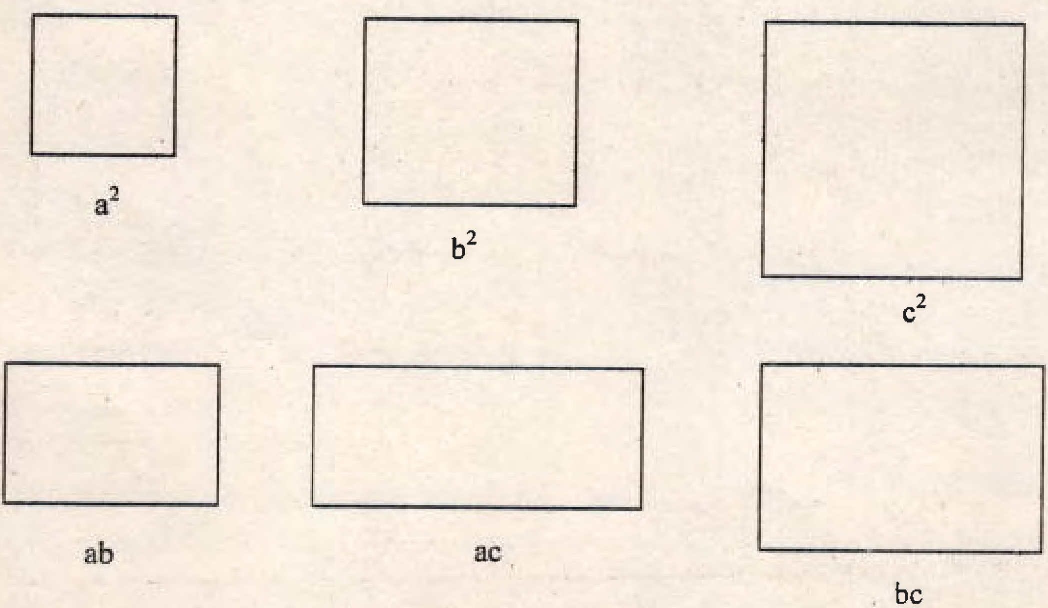
३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

बीजगणितीय पत्तीहरू निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् : कार्डबोर्ड (बाक्लो खालको वा डफ्टी) वा पातलो प्लाइउड , रुलर, पेन्सिल, साइनपेन, कैँची इत्यादि ।

क) कार्डबोर्ड पेपरहरू लिनुहोस् । निम्नबमोजिमका पत्तीहरू तयार पार्नुहोस् ।
($a = 2$ इन्च वा सोभन्दा बढी, $b = 3$ इन्च वा सोभन्दा बढी, $c = 4$ इन्च वा सो भन्दा बढी)



(सबै पत्तीहरूका चौडाइ १ एकाइ छन् ।)

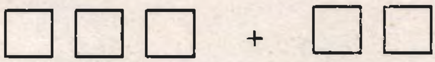


यी पत्तीहरू बनाउँदा a, b, c को सट्टा x, y, z पनि प्रयोग गर्न सकिन्छ । यी पत्तीहरूलाई एकापट्टि सेतो नै छोडेर अर्को पट्टि कालो रङ् लगाउन पठाउनुहोस् । सेतो पट्टिका भागले धनात्मक र कालो पट्टिका भागले ऋणात्मक जनाउँछ । यी पत्तीहरू एकभन्दा बढी सङ्ख्यामा बनाउन लगाउनुहोस् ।

ख) यी पत्तीहरूको प्रयोगका केही उदाहरणहरू यस प्रकार छन् ।

पूर्णाङ्कको जोड/घटाउ

$3 + 2 = ?$



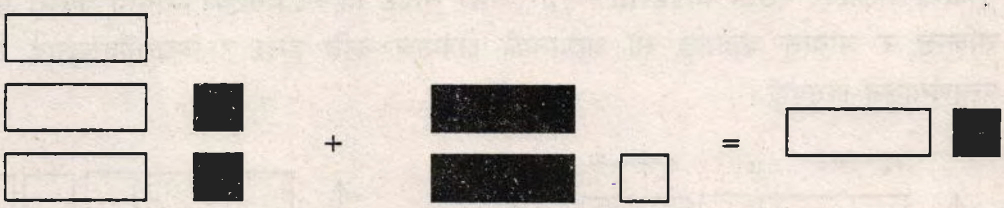
(सबै पत्तीहरू एकै ठाउँमा मिसाउँदा ५ ओटा सेता पत्तीहरू हुन्छन्)

$5 + (-3) = ?$

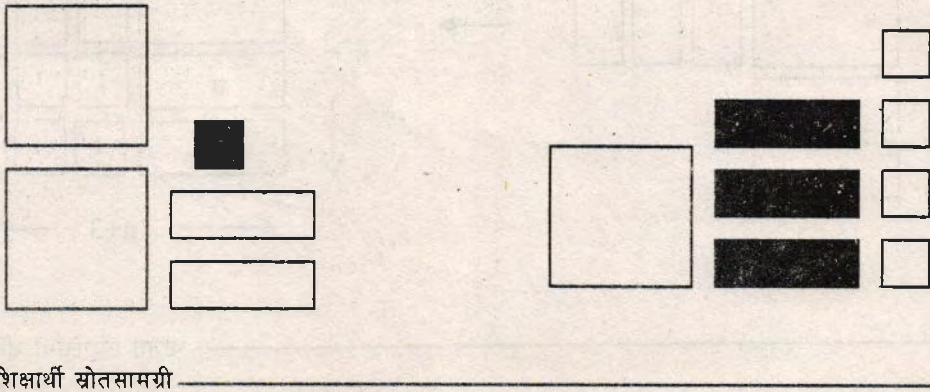
(सबै पत्तीहरू एकै ठाउँमा मिसाइ सेता ३ पत्तीहरू र काला ३ पत्तीहरू हटाउदा सेता २ पत्तीहरू रहन्छन्)

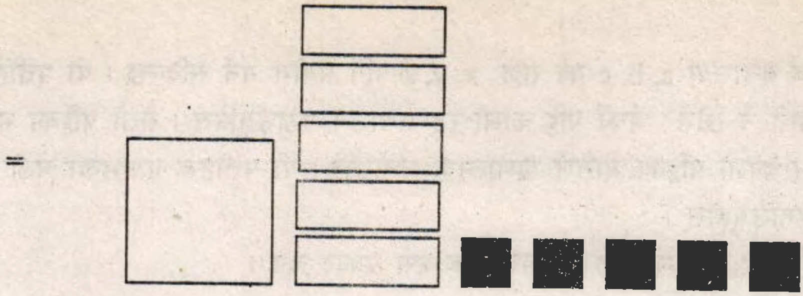
अभिव्यन्जकहरूको जोड/घटाउ

$(3a - 2) + (-2a + 1) = ?$



$(2a^2 + 2a - 1) - (a^2 - 3a + 4) = ?$

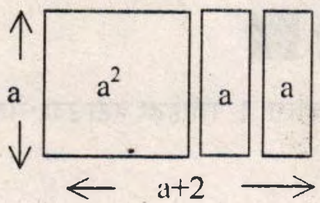




अभिव्यन्जकहरूको गुणन

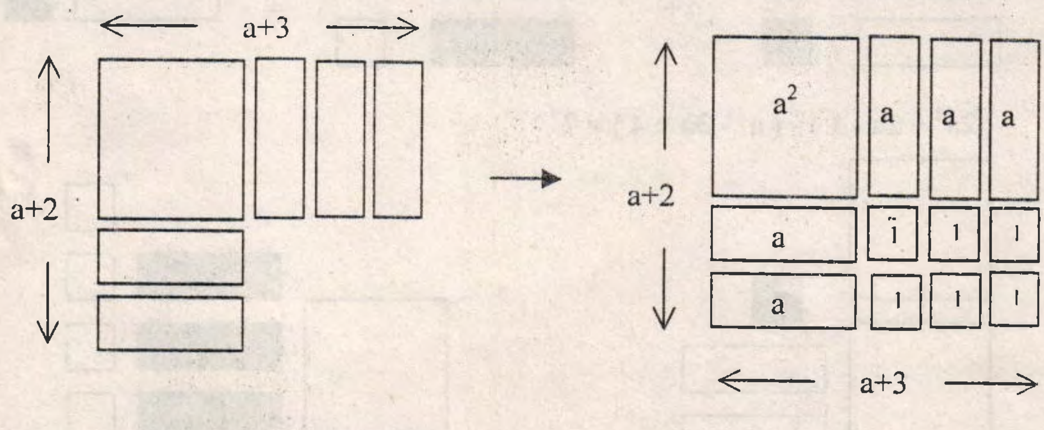
$a(a+2) = ?$

माथि निर्माण गरिएका पत्तीहरूमध्येबाट मिलाएर एउटा साइड a र अर्को साइड a + 2 भएको आयात कसरी बनाउन सकिन्छ, र आयात बनेपछि सो आयातको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? विद्यार्थीहरूलाई सोच्न/पत्तालगाउन दिनु पर्छ ।

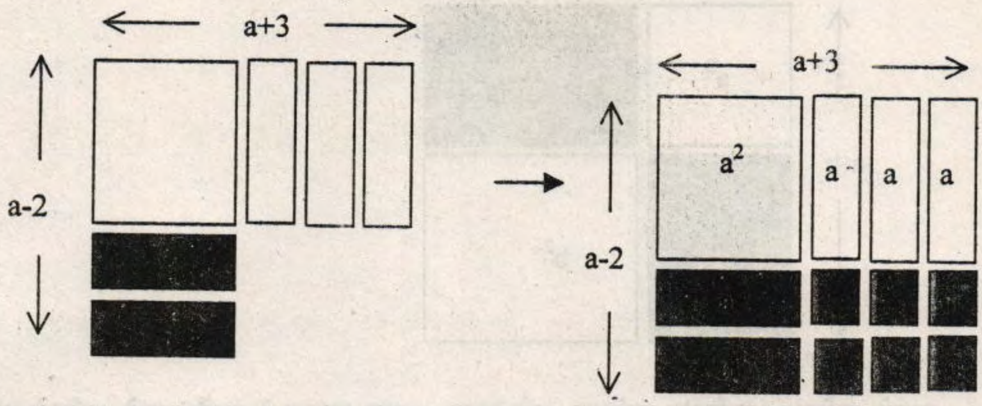


$(a+3)(a+2) = ?$

पत्तीहरू मिलाएर एउटा साइड (a + 3) र अर्को साइड (a + 2) भएको आयात कसरी बनाउन सकिन्छ र आयात बनेपछि सो आयातको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? विद्यार्थीहरूलाई सोच्न/पत्तालगाउन दिनुपर्छ ।

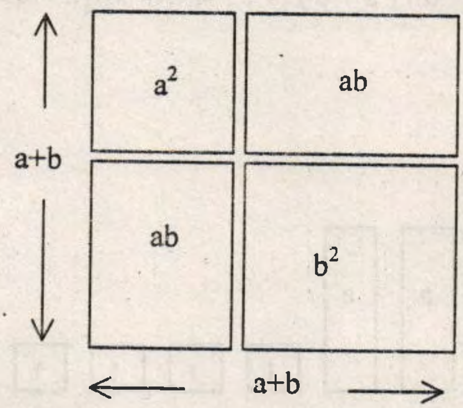


$(a+3)(a-2)=?$



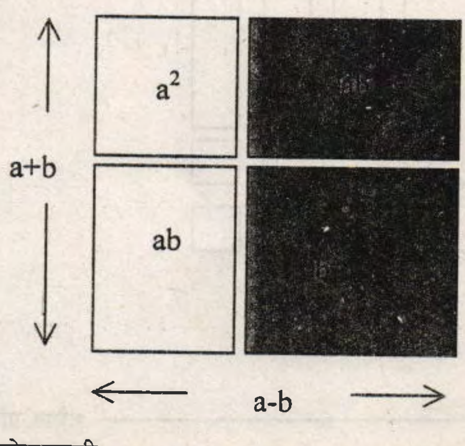
यहाँ २ ओटा काला पत्तीहरू र २ ओटा सेता पत्तीहरू झिक्दा $a^2 + a - 6$ बाँकी रहन्छ ।

$(a+b)(a+b)=?$ or $(a+b)^2=?$



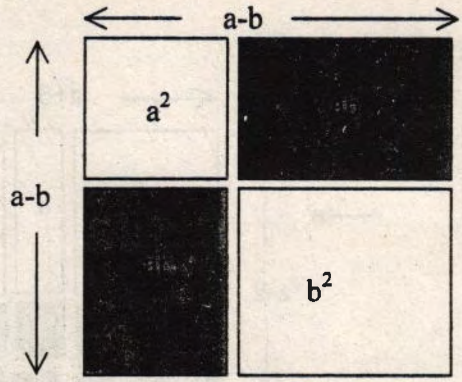
$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$(a+b)(a-b)=?$



यहाँ काला र सेता ab हटाउँदा $a^2 - b^2$ बाँकी रहन्छ ।

$(a - b)(a - b) = ?$ or $(a - b)^2 = ?$

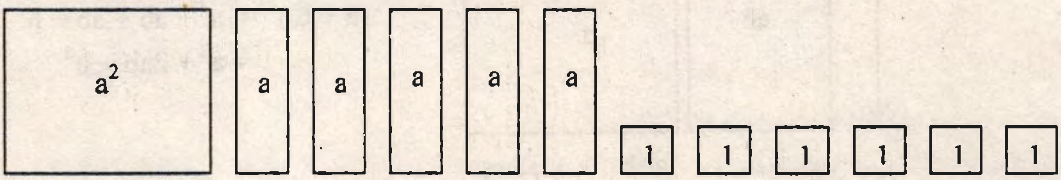


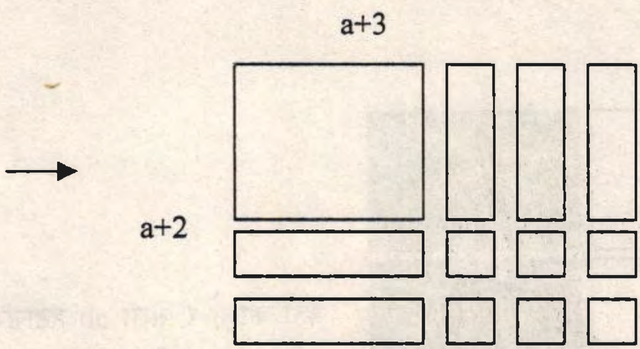
(कालो पत्तीका पछाडिका पत्तीहरू सबै काला हुन्छन् तर यहाँ अर्को कालो पत्तीको पनि पछाडि पर्न गएकोले उल्ट्याउदा b^2 सेतो बनेको छ)

यस्तै किसिमले $a(b + c) = ?$, $(a + b)(b + c) = ?$, कसरी प्रस्तुत गर्ने ?

अभिव्यन्जकहरूको खण्डीकरण

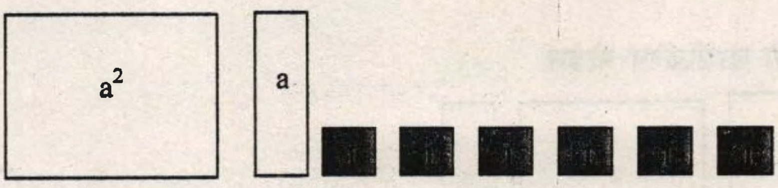
a2 + 5a + 6 को खण्डीकरण मोडेल

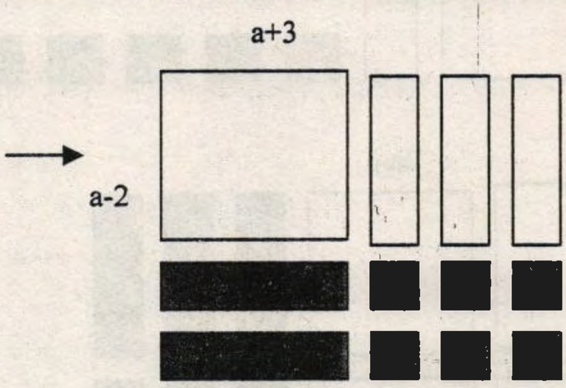




एउटा a^2 पत्ती, छ ओटा a पत्ती, र ६ ओटा १ पत्ती मिलाउादा लम्बाइ a+3 र चौडाइ a+3 भएको आयात बन्दछ ।

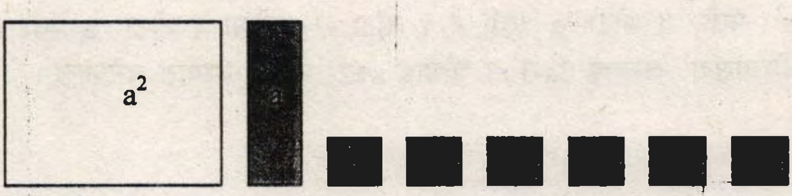
$a^2 + a - 6$ को खण्डीकरण मोडेल

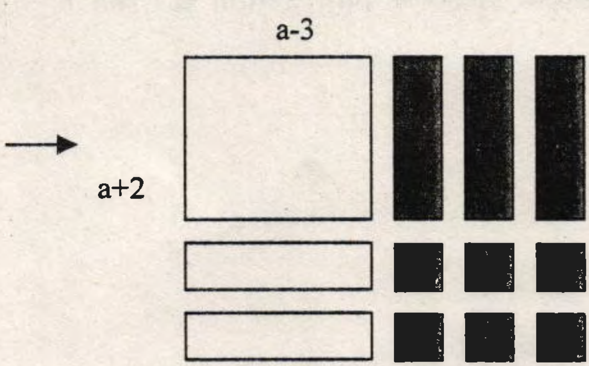




एउटा a^2 पत्ती, १ ओटा a पत्ती, र ६ ओटा -1 पत्ती मात्र मिलाउँदा आयात बन्दैन, त्यसैले २ ओटा a पत्ती र २ ओटा -a पत्ती थपेर मिलाउंदा लम्बाइ a+3 र चौडाइ a-2 भएको आयात बनेको छ ।

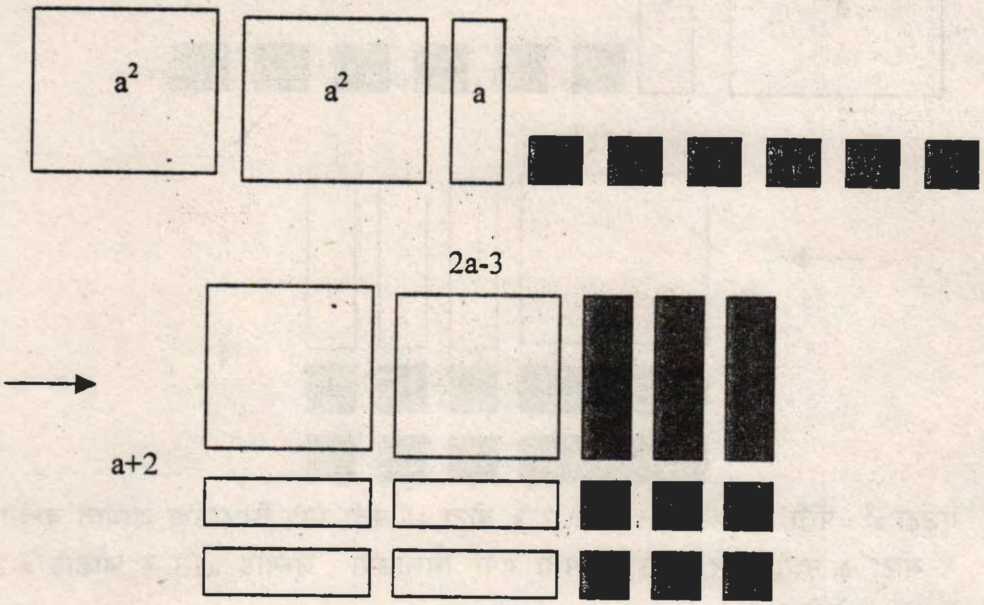
$a^2 - a - 6$ को खण्डीकरण मोडेल





एउटा a^2 पत्ती, १ ओटा -a पत्ती, र ६ ओटा -1 पत्ती मात्र मिलाँदा आयात बन्दैन, त्यसैले २ ओटा a पत्ती र २ ओटा -a पत्ती थपेर मिलाँदा लम्बाइ a-3 र चौडाइ a+2 भएको आयात बनेकोछ ।

$2a^2 + a - 6$ को खण्डीकरण मोडेल



दुईओटा a^2 पत्ती, १ ओटा a पत्ती, र ६ ओटा -1 पत्तीमा ३ ओटा a पत्ती र ३ ओटा -a पत्ती थपेर मिलाउँदा लम्बाइ 2a-3 र चौडाइ a+2 भएको आयात बनेकोछ ।

४. प्रतिबिम्बन :

के गणित शिक्षणमा बीजगणितीय पत्तीहरूको प्रयोग उपयोगी छ ? किन ?

पाठ आठ : बीजगणितीय ब्लकहरू

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) बीजगणितीय ब्लकहरूबाट $(a+b)^3$ र $(a-b)^3$ को विस्तार र a^3+b^3 र a^3-b^3 को खण्डिकरण नमुनाहरू तयार पार्न र प्रयोग गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

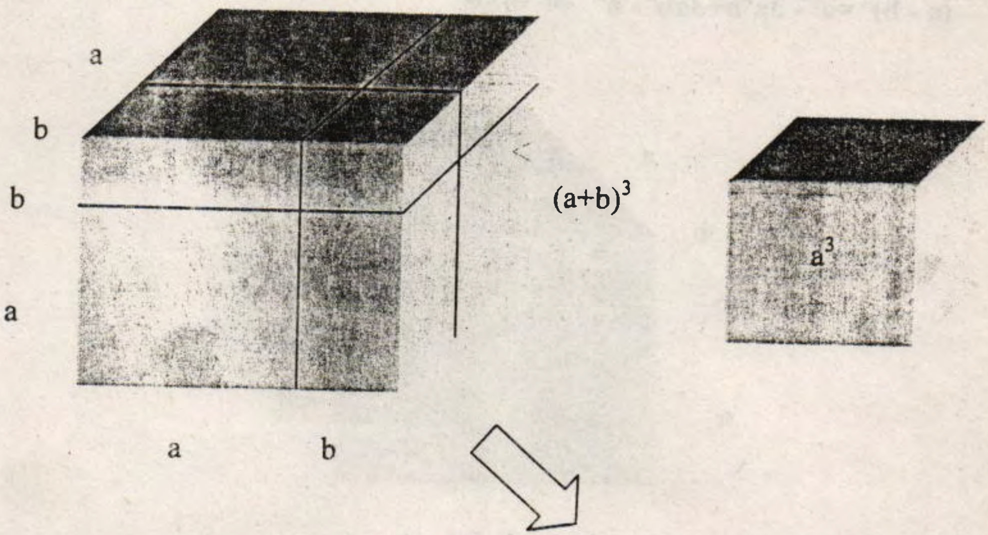
क) बीजगणितीय ब्लकहरूको निर्माण र प्रयोग

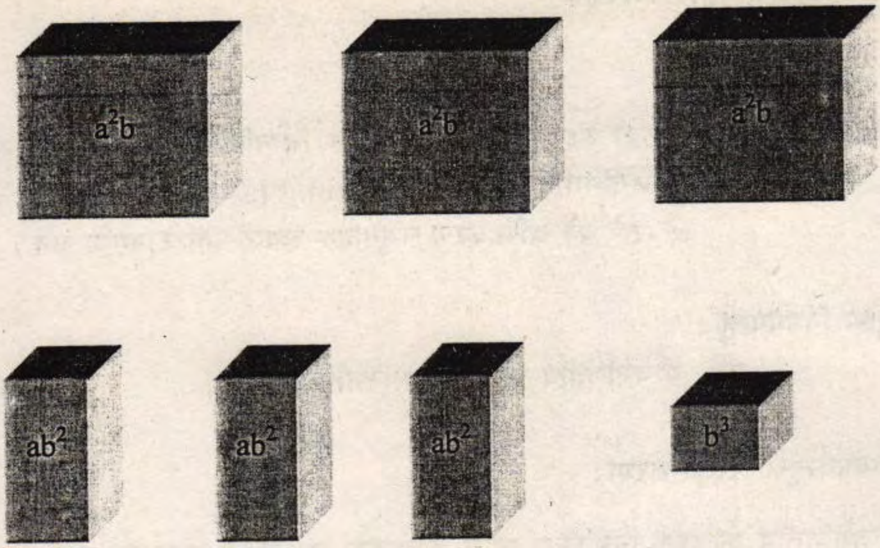
३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

बीजगणितीय ब्लकहरू निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् - काठ वा साबुन वा अन्य कुनै काट्न सकिने ठोस वस्तु, चक्कु, हेक्स, रुलर, पेन्सिल, साइनपेन, इत्यादि ।

क) कुनै घनाकार वस्तु (काठ वा साबुन वा अन्य कुनै सजिलै काट्न सकिने वस्तु) लाई काटेर बीजगणितीय ब्लकहरू निर्माण गर्न सकिन्छ ।

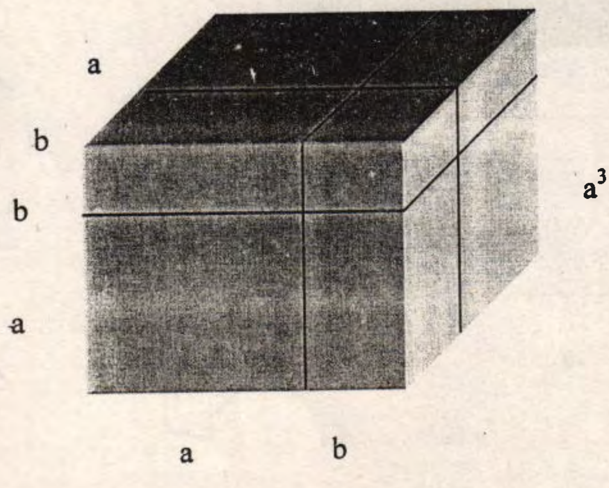
$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ को मोडेल





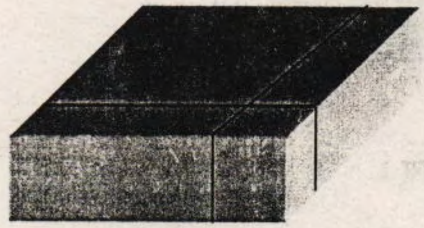
यहाँ एउटा लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ सबै a+b से.मि. भएको घनलाई चित्रमा देखाइएअनुसार काट्दा आठओटा टुक्राहरू प्राप्त हुन्छन् । यहाँ यी आठ टुक्राहरूको आयतनको योगफल $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ नै सिङ्गो घनको आयतन $(a+b)^3$ हो भन्ने कुरा विद्यार्थीहरूलाई बुझाउनु जरुरी हुन्छ ।

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b+3ab^2 - b^3$ को मोडेल

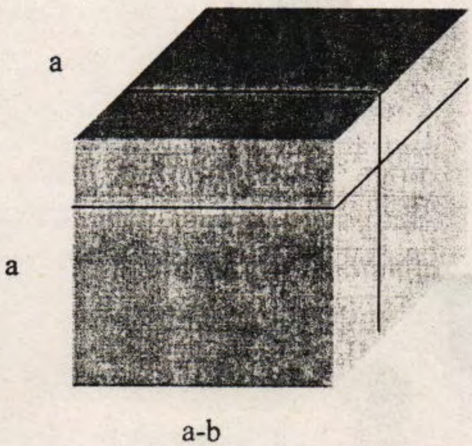


यहाँ सिङ्गो घनको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ सबै a से.मि. छ अर्थात आयतन a^3 छ । a बाट b से.मि.चिह्न लगाइ चित्रमा देखाइएअनुसार काट्दा यहाँ पनि आठ टुक्रा बन्दछन् । यसमा ठूलो घन a^3 बाट टुक्राहरू हटाउदै जादा अन्तमा एउटा टुक्रा $(a-b)^3$ बाँकी रहन्छ ।

- सर्वप्रथम a^2b हटाउनुहोस् ।

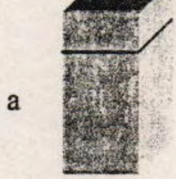


a^2b

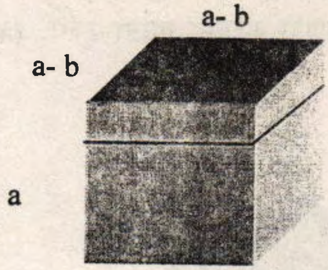


a^2b हटाउँदा बाँकी रहेको भाग

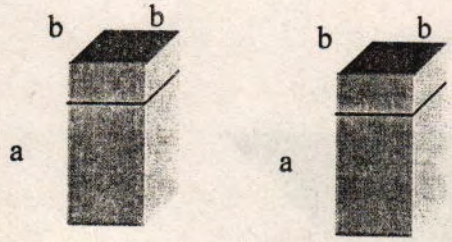
- अनि ab^2 थप्नुहोस् ।



- फेरि a^2b हटाउनुहोस् ।



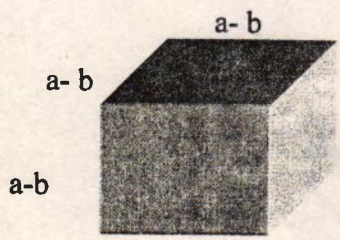
- फेरि दुइओटा ab^2 थप्नुहोस् ।



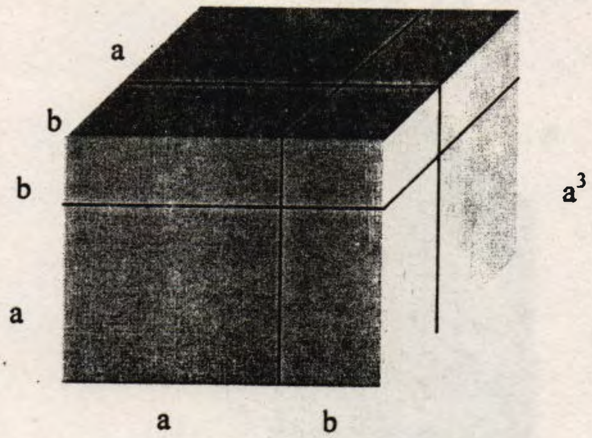
a

- अनि a^2b हटाउनुहोस् ।
- b^3 हटाउनुहोस्

- अब $(a-b)^3$ मात्र बाँकी रहन्छ ।

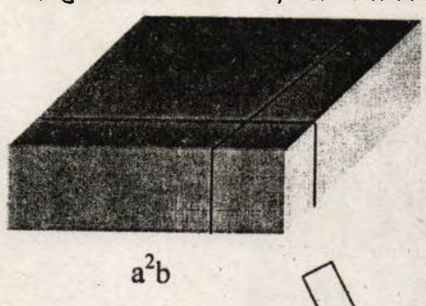


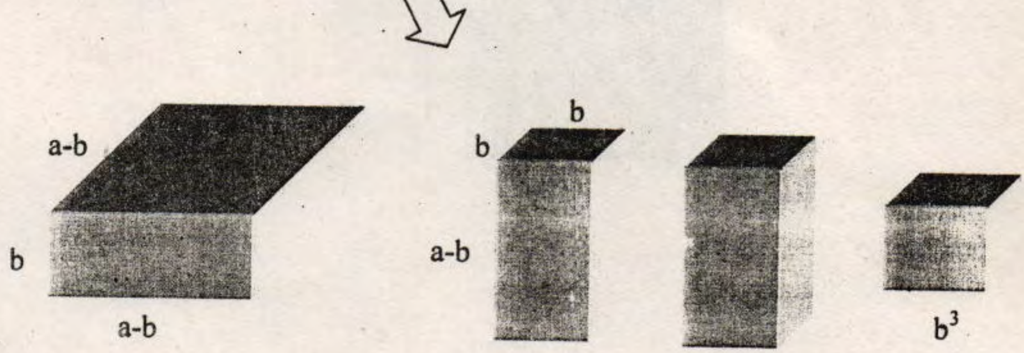
$a^3 + b^3$ को खण्डीकरण



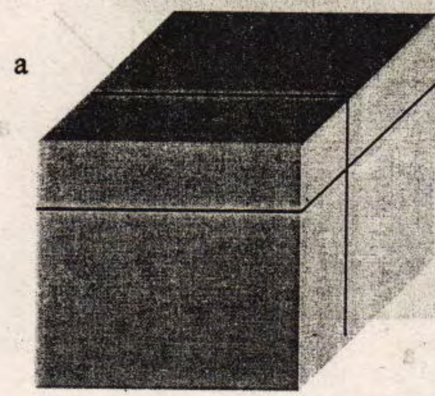
यहाँ सिङ्गो घनको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ सबै a से.मि. छ अर्थात आयतन a^3 छ। घनबाट b से.मि. चिह्न लगाइ चित्रमा देखाइएअनुसार काट्दा यहाँ पनि आठ टुक्रा बन्दछन्। यसमा ठूलो घन a^3 मा एउटा सानो घन b^3 थपेर टुक्राहरू मिलाउँदै जाँदा अन्तमा उचाइ (a+b) भएको र आधारको क्षेत्रफल a^2- ab र b^2 भएको घनाकार वस्तु तयार हुन्छ।

- सर्वप्रथम एक साइडका चारओटा टुक्राहरू सबै हटाउनुहोस्। (यसरी हटाउँदा एउटा चेप्टो, दुइओटा लाम्चो र एउटा घनाकार टुक्रा निस्कन्छ।)

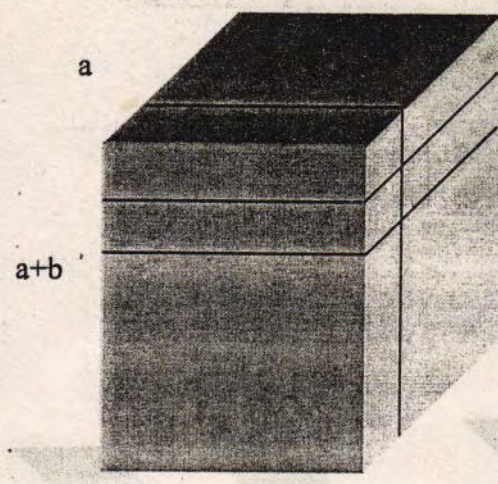




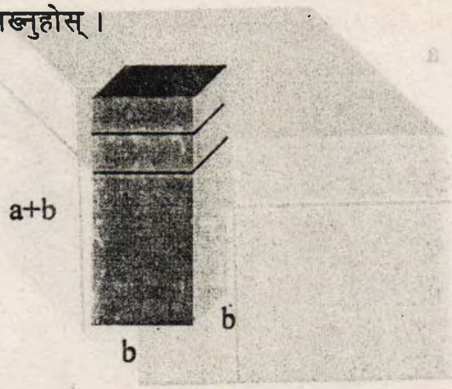
यी टुक्राहरू निकालिएपछि बाँकी रहेको भाग



- अब निकालिएको एउटा चेप्टो र एउटा लाम्चोलाइ निकालेर बाँकी रहेको भाग माथि नै थप्नुहोस् । यसो गर्दा सो को उचाइ a + b बन्न पुग्छ ।

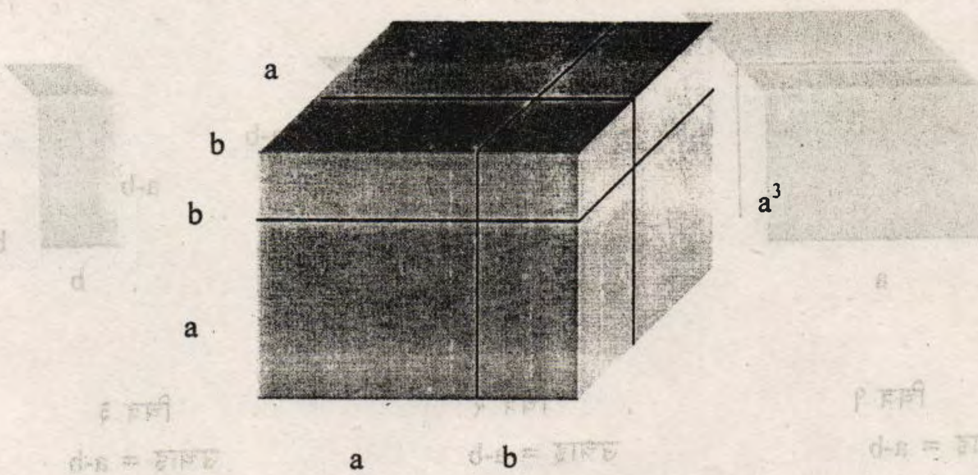


- बाँकी रहेको एउटा लाम्चो र एउटा घनमा अर्को थपेर माथिको नजिक उचाइ a + b नै हुने गरी ठड्याएर राख्नुहोस् ।



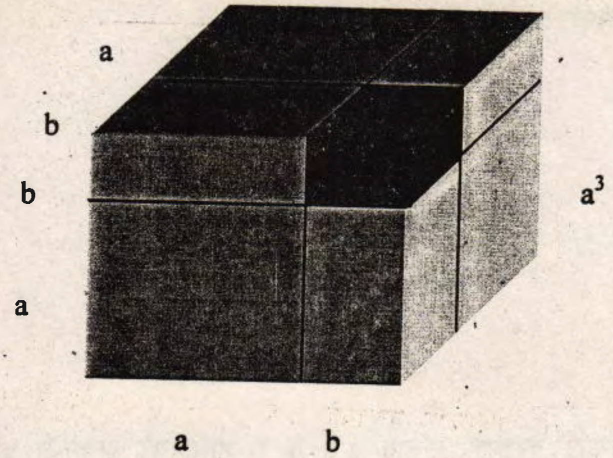
- अब सो घनाकार वस्तुको उचाइ a + b र आधारको क्षेत्रफल $a^2 - ab + b^2$ भएकोले आयतन $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ भयो ।

$a^3 - b^3$ को खण्डीकरण

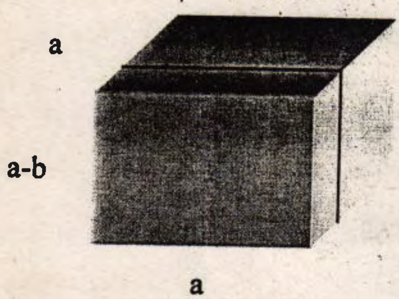


यहाँ सिङ्गो घनको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ सबै a से.मि. छ अर्थात आयतन a^3 छ । घनबाट b से.मि. चिह्न लगाई चित्रमा देखाइएअनुसार काट्दा यहाँ पनि आठ टुक्रा बन्दछन् । यसमा ठूलो घन a^3 बाट एउटा सानो घन b^3 झिकेर टुक्राहरू मिलाउँदै जादा अन्तमा उचाइ (a-b) भएको र आधारको क्षेत्रफल $a^2 + ab$ र b^2 भएको घनाकार वस्तु तयार हुन्छ ।

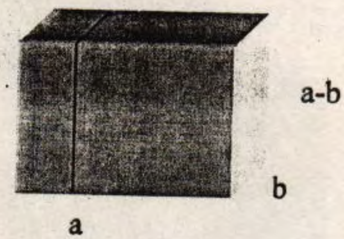
- सर्वप्रथम सिङ्गो घन a^3 बाट सानो घन b^3 हटाउनुहोस् । (यसरी हटाउँदा a^3 - b^3 बाँकी रहन्छ)



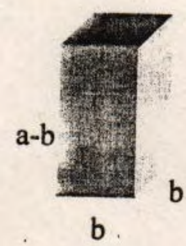
- अब बाँकी रहेको a^3 - b^3 को माथि पट्टिका टुक्राहरू (दुइओटा लाम्चा र एउटा चेप्टो) लाइ निकालेर साइडमा मिलाएर राख्नु होस् । (यसो गर्दा सोको उचाइ a - b बन्नपुग्छ ।)



चित्र १
उचाइ = a-b
आधारको क्षेत्रफल = a^2



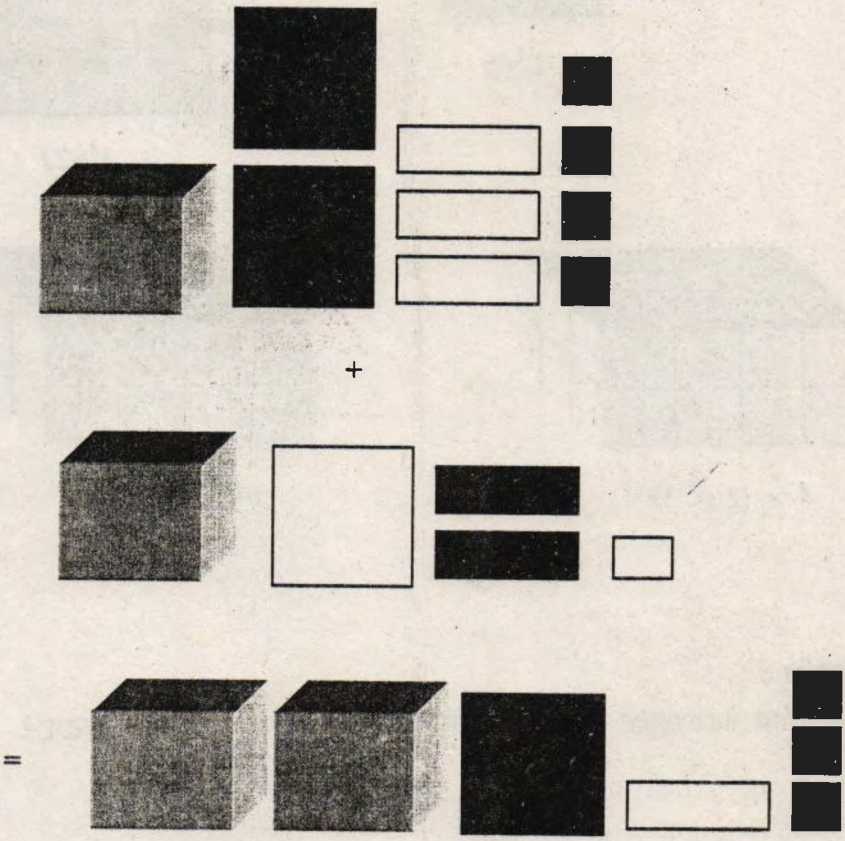
चित्र २
उचाइ = a-b
आधारको क्षेत्रफल = ab



चित्र ३
उचाइ = a-b
आधारको क्षेत्रफल = b^2

- अब सो घनाकार वस्तुको उचाइ a - b र आधारको क्षेत्रफल $a^2 + ab + b^2$ भएकोले आयतन $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ भयो ।

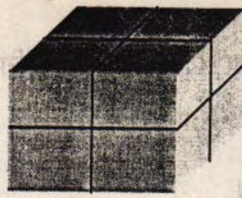
ख) अभिव्यन्जकहरूको जोड/घटाउको धारणा दिनको लागि पनि घनको प्रयोग गर्न सकिन्छ । जस्तै : $(a^3 - 2a^2 + 3a - 4) + (a^3 + a^2 - 2a + 1) = ?$



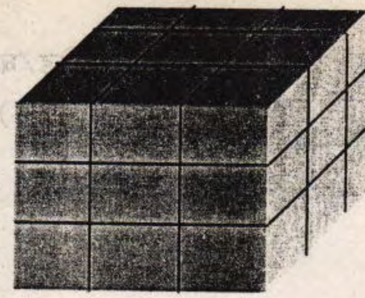
ग) घनाकार वस्तुहरूको आयतनको धारणा दिनको लागि पनि घनको प्रयोग गर्न सकिन्छ । जस्तै घनको आयतन निकाल्ने सूत्र पनि घनहरूको मद्दतबाट पत्तालगाउन विद्यार्थीहरूलाइ दिन सकिन्छ ।

त्यसै गरी घन सङ्ख्याको धारणा दिन पनि घनहरूको प्रयोग गर्न सकिन्छ । (जस्तै साइड २ से.मि. भएको घनलाई तीनओटै साइड आधा हुने गरी काट्दा कति टुक्रा बन्दछन्, साइड ३ से.मि. भएको घनलाई तीनओटै साइड १/१ से.मि. हुने गरी काट्दा कति टुक्रा बन्दछन्, इत्यादि)

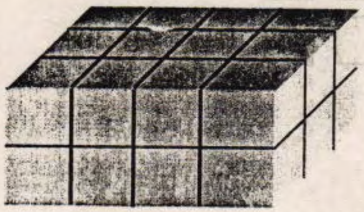
$1^3=1$



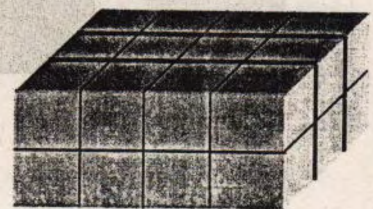
$2^3=8$



$3^3=27$



$4 \times (2 \times 3)$



$(4 \times 2) \times 3$

४. प्रतिबिम्बन :

बीजगणितीय ब्लकहरूको प्रयोगबाट गणित शिक्षणमा केके फाइदाहरू हुन्छन् ?

पाठ नौ (क) : क्लाइनोमिटर र हिप्सोमिटर *(माध्यमिकको लागि मात्र)*

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) क्लाइनोमिटर निर्माण गरी प्रयोग गर्न,

ख) हिप्सोमिटर निर्माण गरी प्रयोग गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) क्लाइनोमिटर,

ख) हिप्सोमिटर ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

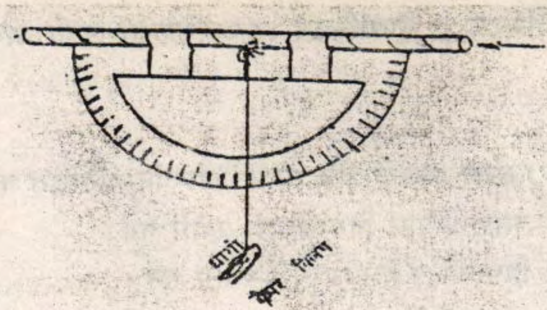
क्लाइनोमिटर र हिप्सोमिटर निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् - काठ वा प्लाइउडको फलेक वा अन्य कुनै बाक्लो डफ्टी, धागो, चक्कु, हेक्स, रुलर, पेन्सिल, साइनपेन, प्रोट्याक्टर, बलपेनको बाहिरी खोल, ग्लु, ग्राफपेपर, बिजुलीको लिस्टी वा काठको रुलर, प्लम्बका लागि काठका टुक्रा वा ढुङ्गा, ह्यामर, पिनहरू, कम्पास, इत्यादि ।

क) तल लेखिएअनुसारको क्रियाकलाप गर्दै जानुहोस् ।

क्लाइनोमिटरका लागि

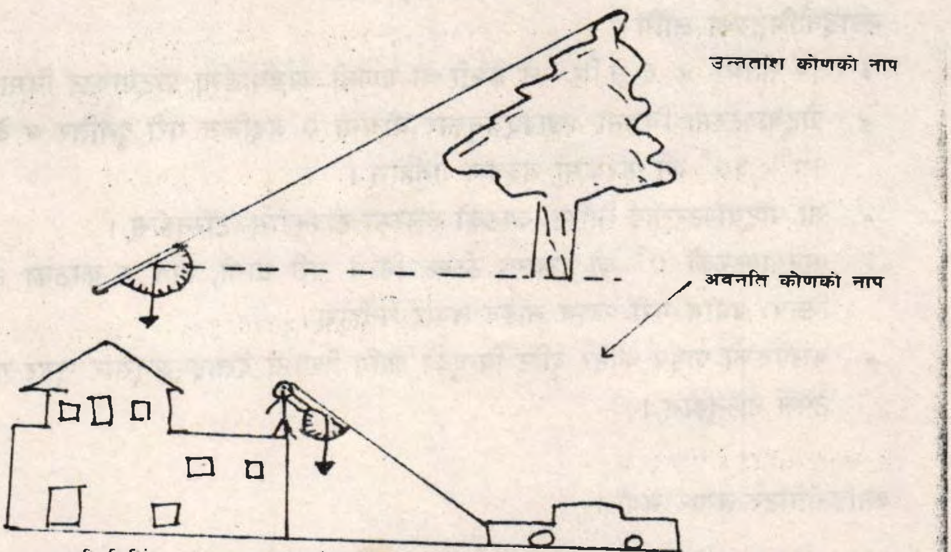
- १२ से.मि. × ६ से.मि. को डफ्टी वा बाक्लो कार्डबोर्डमा प्रोट्याक्टर निमाण गर्नुहोस् ।
- प्रोट्याक्टरमा चित्रमा देखाइएअनुसार बीचमा ० अङ्कित गरी दुबैतिर ० देखि ९०° सम्म १०°/ १०° को फरकमा अङ्कन गर्नुहोस् ।
- सो प्रोट्याक्टरलाई लिस्टि/काठको रुलरमा ठोक्नुहोस्/टाँस्नुहोस् ।
- प्रोट्याक्टरको ०° को रेखामा ठीक्क मिल्ने गरी धागो, पिन र काठका टुक्रा (वा पेपर क्लिप) प्रयोग गरी प्लम्ब लाइन तयार गर्नुहोस्।
- बलपेनको पाइप काटेर दृष्टि बिन्दुको लागि चित्रमा देखाइएअनुसार सुपर ग्लु वा मास्किङ् टेपले टाँस्नुहोस् ।

क्लाइनोमिटर तयार भयो ।

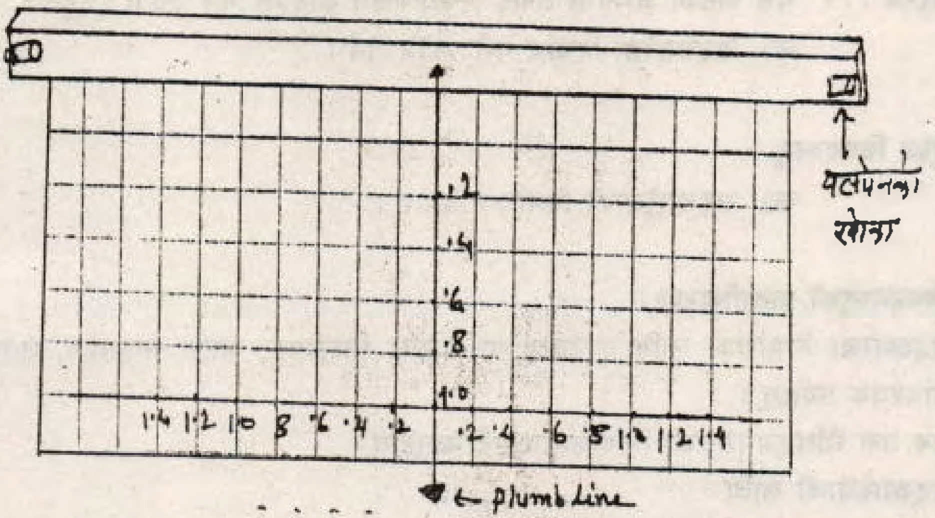


हिप्सोमिटरका लागि

- २४ से.मि. × १२ से.मि. को एउटा डफ्टीमा ग्राफ पेपर टाँस्नुहोस् ।
- ग्राफपेपरमा ठाडो १० से.मि.को रेखा खिच्नुहोस् र त्यससँग लम्ब हुने गरी तेर्सो रेखा खिच्नुहोस् ((२४ से.मि. वा सो भन्दा लामो) ।
- ठाडो १० से.मि. को रेखालाई १ मानेर सोही बराबरको तेर्सो रेखालाइ (दुवैतिर) १० भागमा विभाजन गरी ०.१ को अन्तरमा चित्रमा देखाइएअनुसार अङ्कन गर्दै जानुहोस् ।
- डफ्टीलाइ लिस्टीमा ठोक्ने र ग्राफपेपरको ठाडो लाइनमा पर्ने गरी क्लाइनोमिटरमा जस्तै प्लम्ब लाइन तयार गर्नुहोस् ।
- माथि क्लाइनोमिटर निर्माणमा जस्तै बलपेनको पाइप जोडेर दृष्टि बिन्दु तयार पार्नुहोस् । हिप्सोमिटर तयार भयो । (लिस्टी र डफ्टीको सट्टामा प्लाइउडमा ग्राफपेपर टाँसेर पनि हिप्सोमिटर तयार गर्न सकिन्छ)



यसरी निर्मित Clinometer को प्रयोगका लागि विद्यार्थीलाई । सहभागीलाई । कक्षाकोठा । तालिम कक्ष वाट बाहिर लगेर out - door maths को धारणा दिन सकिन्छ ।



क्लाइनोमिटर र हिप्सोमिटरको प्रयोग

१. क्लाइनोमिटर प्रयोग गरी रुख, घर, पोल, मन्दिर आदिको उन्नतांशकोण नाप्न सकिन्छ । त्यसैगरी अवनतिकोण पनि नाप्न सकिन्छ । यसबाट विद्यार्थीहरूलाई उचाइ र दुरीसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न लगाउन सकिन्छ । विद्यार्थीहरूलाइ कक्षाबाट बाहिर लगि out door math को धारणा दिन सकिन्छ ।

२. हिप्सोमिटर प्रयोग गरी उचाइ र दुरीसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न सकिन्छ । यसको लागि उन्नतांश कोण र अबनति कोणको नाप पत्तालगाउन जरुरत पर्दैन । त्रिभुजको समरूपताको प्रयोग गरी उचाइ वा दुरी पत्तालगाउन सकिन्छ ।

हिप्सोमिटरलाइ Tangent ratio explorer को रूपमा कसरी प्रयोग गर्न सकिन्छ, सोच्नुहोस् ।

४. प्रतिबिम्बन :

क्लाइनोमिटर र हिप्सोमिटरका उपयोगिताको विश्लेषण गर्नुहोस् ।

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अन्त्यमा तपाईं निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनुहुनेछ :

क) सङ्ख्यारेखा निर्माण गरी प्रयोग गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) सङ्ख्यारेखाको निर्माण र प्रयोग ।

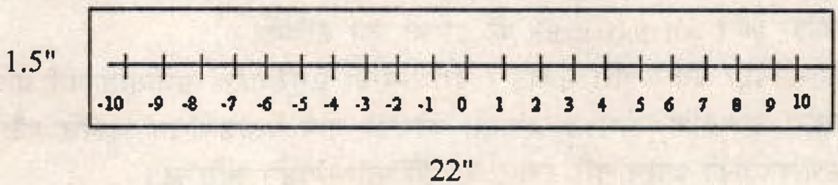
३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण** :

सङ्ख्यारेखा निर्माणको लागि कार्डबोर्ड वा काठका लिस्टीहरू, कलर, साइनपेन, खाग्सी आदि आवश्यक पर्दछन् ।

अब तल लेखिएअनुसारको क्रियाकलाप गर्दै जानुहोस् ।

सङ्ख्यारेखाको लागि

22 इन्च लामो लिस्टी लिने र बीचमा सीधा रेखा तान्ने (लम्बाइतिर) । १/१ इन्चमा चिह्न लगाउने (ठाडो धर्को तान्ने) । बायाँबाट शुरु गरी -10 देखि +10 सम्म लेख्ने । यदि कार्डबोर्डबाट बनाउने भएमा 22 इन्च × 1 ½ इन्चको कार्डबोर्ड टुक्रा काटेर निकाल्ने र माथिकै प्रक्रियाबाट -10 देखि +10 सम्म लेख्ने । सो भन्दा बढी लेख्नको लागि लिस्टी अथवा कार्डबोर्डको टुक्राको लम्बाइ बढाउन सकिन्छ । लिस्टीको प्रयोग गर्दा लेख्न भन्दा अघि खाग्सीले चिल्लो बनाउनुपर्दछ ।



सङ्ख्यारेखा स्केलको लागि

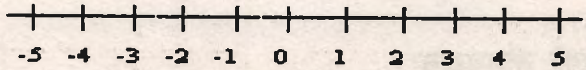
माथि उल्लिखित नापकै लिस्टी वा कार्डबोर्डको टुक्रा लिने र त्यसमा साइनपेनले 1-2 इन्चका कोठाहरू बनाउँदै जाने र कोठामा क्रमश: 1,2,3........................... लेख्दै जाने । यस्ता सङ्ख्या रेखा स्केल दुईओटा हुनुपर्दछ । यसको पनि लम्बाइ यसभन्दा बढी पनि बनाउन सकिन्छ ।

1	2	3	4	5	....	22

सङ्ख्यारेखाको प्रयोग यसप्रकार गर्न सकिन्छ :

क) पूर्णाङ्क (Integers) को तुलना गर्न

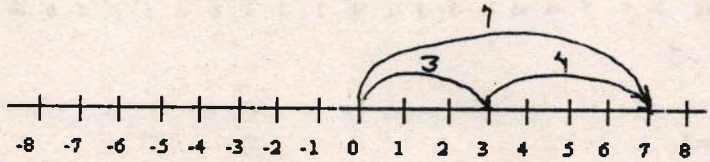
सङ्ख्यारेखा प्रयोग गरी धनात्मक तथा ऋणात्मक सङ्ख्याहरूको तुलना गरी ठूलो सानो छुट्याउन सकिन्छ । जस्तै : -5 र -1 सङ्ख्यारेखामा देखाउन लगाउने ।



अब -5 भन्दा -1 दायाँ (अथवा माथि) परेकोले -5 भन्दा -1 ठूलो हुन्छ भन्ने कुरा स्पष्ट हुन्छ ।

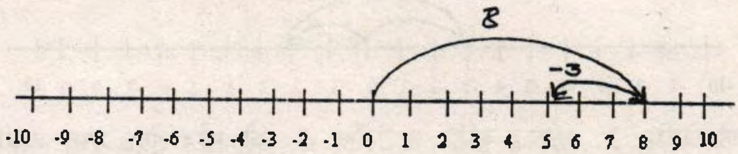
ख) धनात्मक सङ्ख्याहरूको जोड/घटाउ

a) 3+4 = ?



यहाँ 3+4=7 हुन्छ भन्ने कुरा देखाइएको छ ।

b) 8-3=?

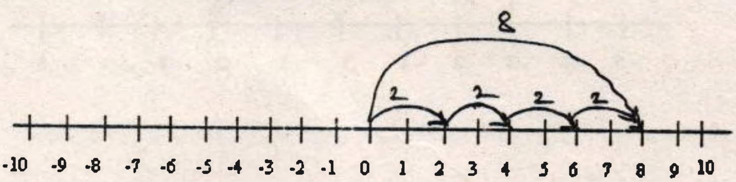


यहाँ 8-3=5 हुन्छ भन्ने कुरा देखाइएको छ ।

ग) धनात्मक सङ्ख्याको गुणन/भाग

a) $4 \times 2 = ?$

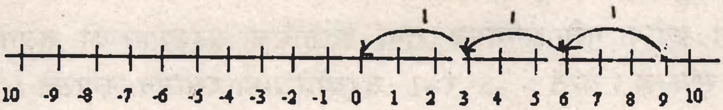
यहाँ 4×2 को अर्थ 4 पटक 2 जोड्नु हो ।



$4 \times 2 = 8$ हुन्छ ।

b) 9 ÷ 3 =?

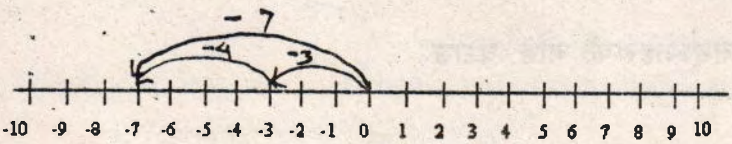
9 ÷ 3 को अर्थ 9 बाट 3 कतिपटक घटाउन सकिन्छ हो ।



यहाँ 3 पटकसम्म 9 बाट 3 घटाउन सकियो । 9 ÷ 3 =3

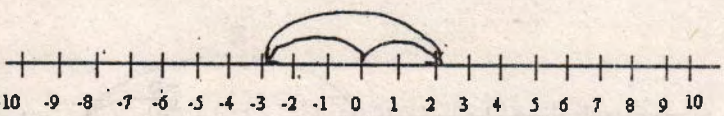
घ) ऋणात्मक सङ्ख्याको ज़ोडघटाउ

a) -3 + (-4) = ?



-3 + (-4) = - 7

b) -3- (-5)=?

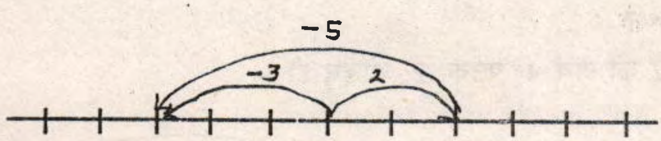


यहाँ -3 को लागि 3 एकाइ बाँया आएपछि -5 को मात्र हुँदा अझ बायाँ आउनुपर्ने थियो तर कोष्ठ बाहिर अर्को - भएकोले त्यसको विपरित अर्थात दायाँ 5 एकाइ परपुग्दा 2 मा पुगिएको छ ।

-3- (-5)=2 हुन्छ ।

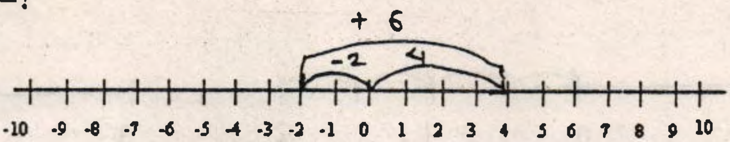
ङ) धनात्मक र ऋणात्मक सङ्ख्याको जोड

a) 2+(-5) = ?



2+(-5) = -3

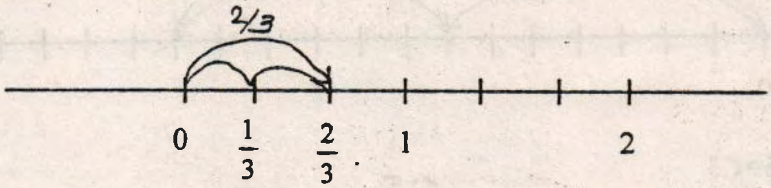
b) (-2)+6=?



(-2)+6=4

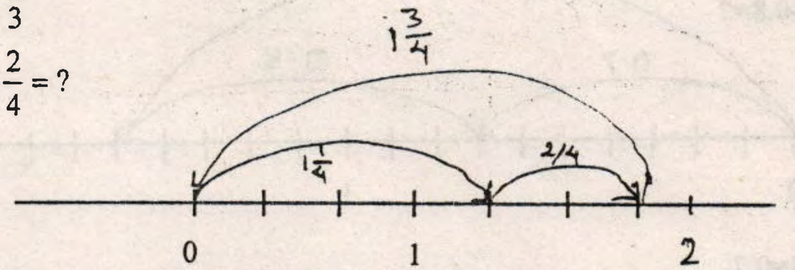
च) **भिन्नको जोडघटाउ**

a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=?$



$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

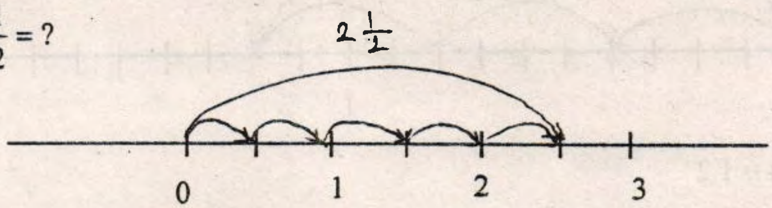
b) $1\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=?$



$1\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=1\frac{1}{4}$

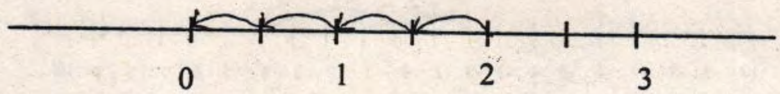
छ) **भिन्नको गुणनभाग**

a) $5\times\frac{1}{2}=?$



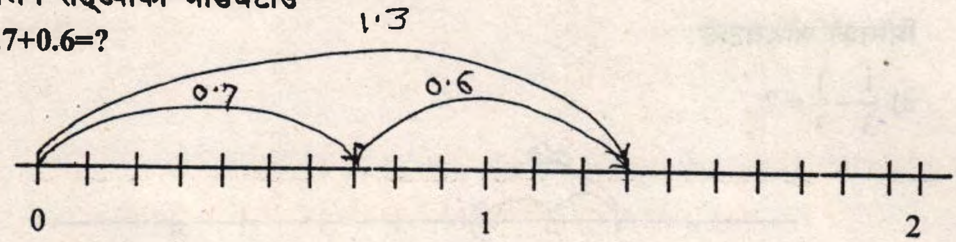
$5\times\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$

b) $2 \div \frac{1}{2}$



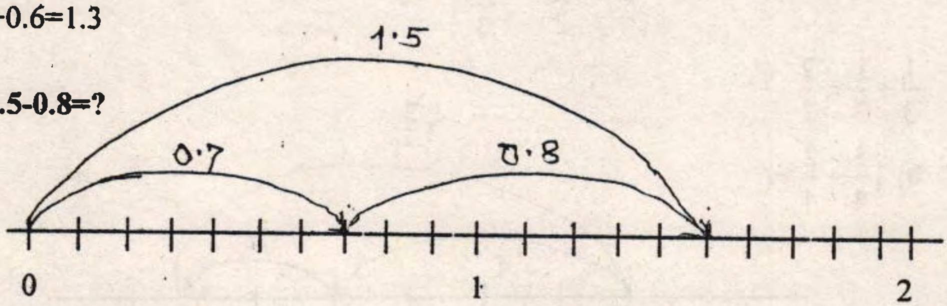
ज) दशमलव सङ्ख्याको जोडघटाउ

a) 0.7+0.6=?



0.7+0.6=1.3

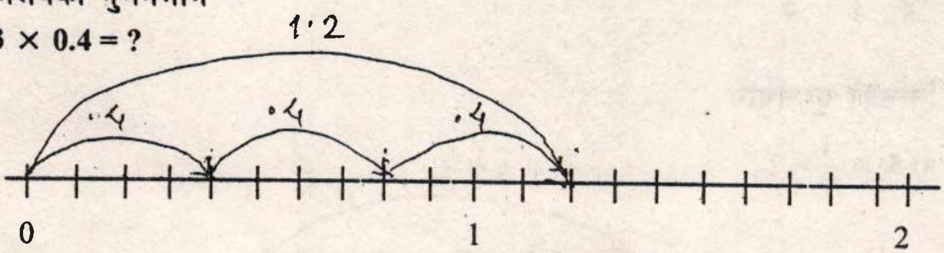
b) 1.5-0.8=?



1.5-0.8=0.7

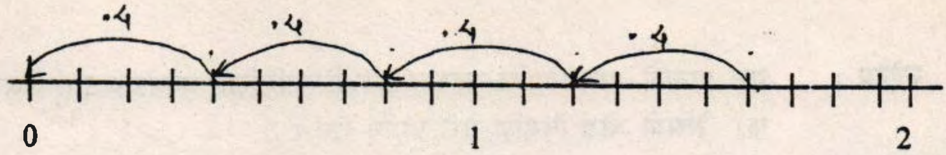
झ) दशमलवको गुणनभाग

a) 3 × 0.4 = ?



3 × 0.4 = 1.2

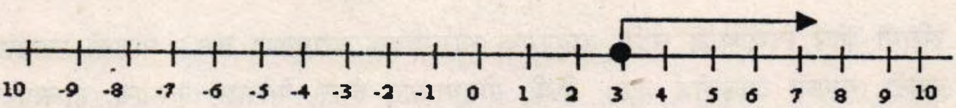
b) $1.6 \div 0.4 = ?$



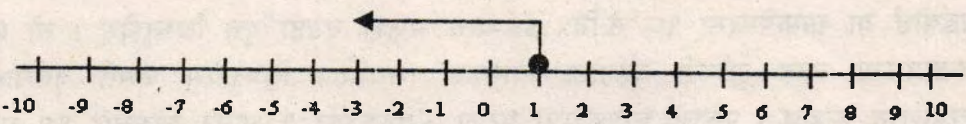
$1.6 \div 0.4 = 4$

ञ) असमानता (inequality) को हल

a) $x \geq 3$



b) $x<1$



सङ्ख्यारेखा स्केल

कार्डबोर्ड काटेर स्केल साइजको दुइओटा लामा टुक्राहरू निकाल्ने काठको स्केल पनि प्रयोग गर्न सकिन्छ । दुईओटा रेखा स्केलको 5 को लगत्तै पछि दोस्रो सङ्ख्यारेखा स्केल राख्ने र त्यसमा 4 कहाँ छ पत्ता लगाउने । त्यसको सीधा माथि पहिलो सङ्ख्यारेखामा जुन सङ्ख्या छ, त्यही नै 5 र 4 को योगफल हुन्छ ।

5+4=9 हुन्छ ।

४. आत्ममूल्याङ्कन :

सङ्ख्यारेखाको प्रयोगको समीक्षा गर्नुहोस् ।

पाठ दस (क) : रेसियो बोर्ड *(माध्यमिकका लागि)*

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) रेसियो बोर्ड निर्माण गरी प्रयोग गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) रेसियो बोर्ड

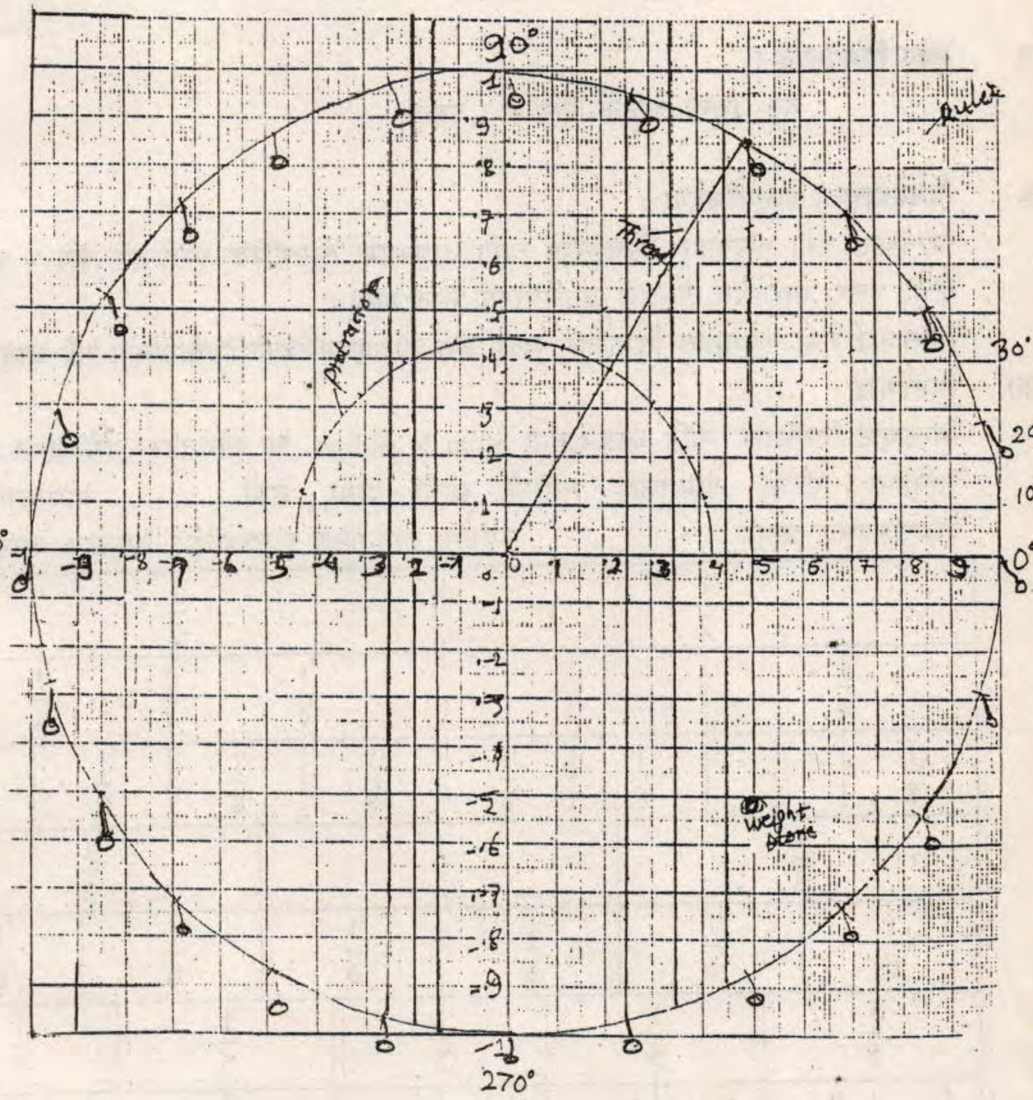
३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

रेसियो बोर्ड निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् । पातलो प्लाइउड अथवा डफ्टी (बाक्लो कार्डबोर्ड/कुट), कैंची, प्रोट्याक्टर, रुलर, पेन्सिल, कम्पास, ट्रान्सपरेन्सी सिट, पिन, ग्राफपेपर

क) तल लेखिएअनुसारको क्रियाकलाप गर्दै जानुहोस् ।

कार्डबोर्ड वा ग्राफपेपरमा १० से.मि. अर्धव्यास भएको एउटा वृत्त खिच्नुहोस् । सो वृत्तमा एकआपसमा लम्ब हुनेगरी दुईओटा व्यासहरू (अक्षहरू) खिच्नुहोस् जसले वृत्तलाई ४ चतुर्थांशमा बाँड्छ । पहिलो चतुर्थांशमा परेका अक्षहरूलाइ १ मानेर त्यसलाइ १० भागमा बाँडी केन्द्रबाट परिधितिर क्रमश: ०.१, ०.२, ०.३...........अङ्कित गर्दै जाने । त्यसैगरी तेस्रो चतुर्थांशमा परेका अक्षहरूलाइ पनि १ मानेर त्यसलाई १० भागमा बाँडी केन्द्रबाट परिधितिर क्रमश: (०.१, ०.२, ०.३...........अङ्कित गर्दै जानुहोस् (प्रत्येक से.मि. र मि.मि.मा चिह्न लगाउदा १ से.मि. बराबर ०.१ र १ मि.मि. बराबर ०.०१ हुने गरी चिह्न लगाउनुहोस्) प्रोट्याक्टर प्रयोग गरी परिधिमा क्रमश: ०° देखि ३६०° सम्म अङ्कित गर्नुहोस् । अब उक्त वृत्तको अर्धव्यास बराबर व्यास भएको अर्को वृत्त ट्रान्सपरेन्सी सिटमा खिच्नुहोस् । त्यसमा एउटा व्यास खिच्नुहोस् र कैंचीले काटेर वृत्तलाई निकाल्नुहोस् (व्यासको एक छेउमा पिन गाड्न पुग्ने अलिकति भाग छोड्नुहोस्) । सो सानो वृत्तको व्यासमा tangent हुने विन्दु ठूलो वृत्तको केन्द्रमा पर्ने गरी खप्ट्याइ पिन गाडेर अड्याउनुहोस् र सानो वृत्तको व्यासलाई ठूलोवृत्तको कोण देखाउने pointer को रूपमा प्रयोग गर्नुहोस् । सानो वृत्तको परिधिले x अक्षमा cos को मान र y अक्षमा sin को मान दिन्छ ।

रेसियोबोर्ड प्रयोग गरी sin र cos को ०° देखि ३६०° सम्मको मान तुरुन्तै पढ्न सकिन्छ । त्रिकोणमिति शिक्षणका लागि यो ज्यादै उपयोगी मानिन्छ ।



४. **प्रतिबिम्बन :**

रेसियो बोर्डको त्रिकोणमिती शिक्षणमा कस्तो उपयोगिता छ ? विश्लेषण गर्नुहोस् ।

पाठ दस (ख) : भिन्नचार्ट तथा नमुनाहरू *(निम्नमाध्यमिकका लागि)*

१. उद्देश्य : यस पाठको अन्त्यमा तपाईं निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनुहुनेछ :

क) भिन्न चार्ट तथा नमुनाहरू निर्माण गर्न र प्रयोग गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) भिन्न चार्टको निर्माण र प्रयोग

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

भिन्नचार्ट तथा नमुनाहरू निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् - कार्डबोर्ड, कैंची, रुलर, साइनपेन, पेन्सिल, ट्रान्सपरेन्सी सिट आदि ।

भिन्नचार्ट तथा नमुनाहरू निर्माणका लागि तल लेखिएबमोजिको क्रियाकलाप गर्दै जानुहोस् ।

क) भिन्नचार्ट

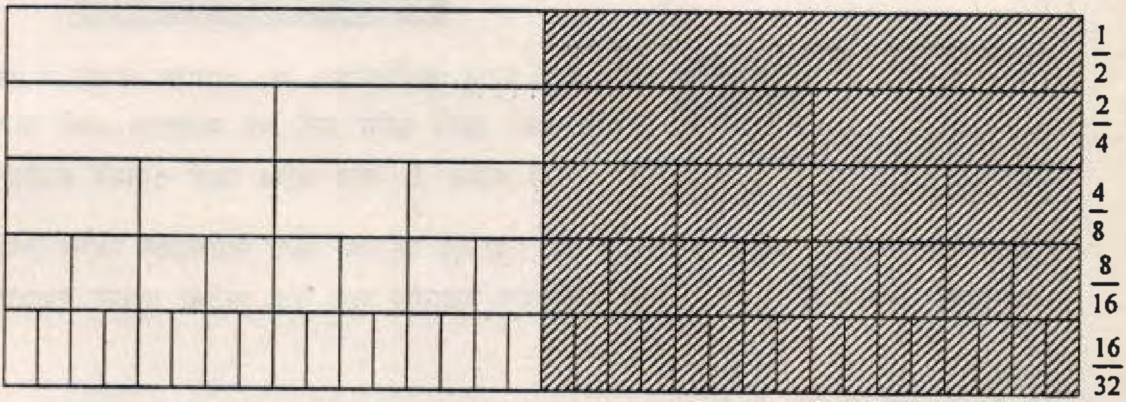
भिन्नचार्ट निर्माणको लागि कार्डबोर्डमा 5 cm × 60 cm का आयतहरू सँगै जोडेर बनाउँदै जानुहोस् । पहिलो आयतलाई त्यत्तिकै छोडी दोस्रो, तेस्रो............ आयतलाई तल देखाएअनुसार क्रमश २,४,.................भागमा बाँड्नुहोस् र सम्बन्धित भिन्नहरू लेख्नुहोस् ।

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$								
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$						
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$		
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$							
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$				
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$					
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

यस भिन्न चार्टको प्रयोगबाट एउटै चार्टमा विभिन्न भिन्नहरू देखाउन भिन्नको तुलना गरी ठूलो सानो छुट्याउन लगाउन सकिन्छ । कुनै भिन्नलाई आधा गर्दा कति हुन्छ भन्ने धारणा दिन सकिन्छ ।

ख) समतुल्य भिन्न चार्ट

भिन्न चार्ट निर्माण गर्दा जस्तै 5 cm × 60 cm का आयतहरू बनाउँदै जानुहोस् । तर यसमा ९ ओटा मात्र बनाउने । पहिलो आयतलाई आधार गर्नुहोस् । दोस्रोलाई चार भागमा बाँड्ने, तेस्रोलाई चार भागमा, चौथोलाई १६ भागमा र पाँचौलाई ३२ भागमा बाँड्नुहोस् । (प्रत्येक आयातको दायाँतिर $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}, \frac{32}{16}$ क्रमश: लेख्ने) चित्रमा देखाइएअनुसार छाँया पार्नुहोस् ।



यस्तै गरी अरू भिन्नहरूको पनि समतुल्य भिन्न चार्ट बनाउन सकिन्छ । यस चार्टबाट समतुल्य भिन्नको धारणा प्रष्टयाउन सकिन्छ ।

त्यसैगरी गुणन तालिकालाई पनि समतुल्य भिन्न चार्टको रूपमा प्रयोग गर्न सकिन्छ ।

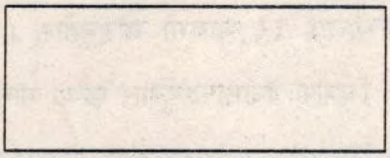
×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

उदाहरणको लागि $\frac{4}{5}$ को समतुल्य भिन्न निकाल्दा तालिकामा 4 को तेर्सो लहर र 5 को तेर्सो लहरका सङ्ख्याहरू क्रमश: भिन्नको रूपमा राख्दा समतुल्य भिन्न बन्दछ ।

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = ... = \frac{40}{50}$$

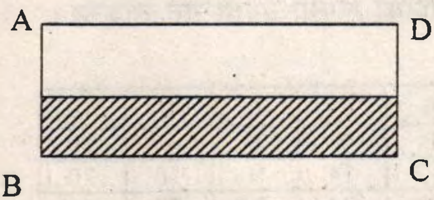
ग) भिन्नको गुणनफल चार्ट

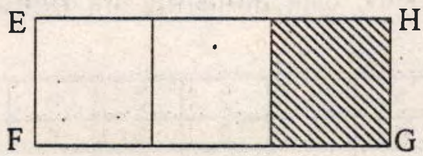
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ यसलाई चार्टमा देखाउनको लागि कार्डबोर्ड पेपरमा एउटा आयात बनाउने । सो आयतलाई आधा गर्ने र आधालाई धर्को तानी छाँया पार्ने जसले $\frac{1}{2}$ जनाउँछ ।



फेरी अर्को पटक अर्कोतिरबाट घ भागमा बाँड्ने र एक भागमा धर्को तानी छाँया पार्ने तर यसपटक धर्को तानी छाँया पार्दा पहिले $\frac{1}{2}$ लाई छाँया पार्दा तानेको धर्कोसँग समानान्तर हुनुहुँदैन, काटिने हुनुपर्दछ । यसो गर्दा दुवै पटकको छाँया प्रतिच्छेदन भएको (धर्को काटिएको) भागले नै $\frac{1}{2}$ र $\frac{1}{3}$ को गुणनफल देखाउँछ जुन यस चार्टमा पूराको एकभाग हुन्छ । $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ हुन्छ ।

यसलाई ट्रान्सपरेन्सी सिट प्रयोग गरेर पनि सजिलै देखाउन सकिन्छ । दुई बराबर नापका आयताकार ट्रान्सपरेन्ट सिट लिने । एउटालाई आधार गरी आधामा धर्को तान्ने र छाँया पार्ने ।

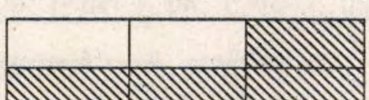




अर्कोलाई बराबर तीनभागमा बाँडी एक भागमा धर्को तानेर छाँया पार्ने, तर यसपटर धर्को तान्दा चित्रमा देखाएजस्तै गरी (खप्ट्याउँदा समानान्तर नहुने गरी) तान्ने ।

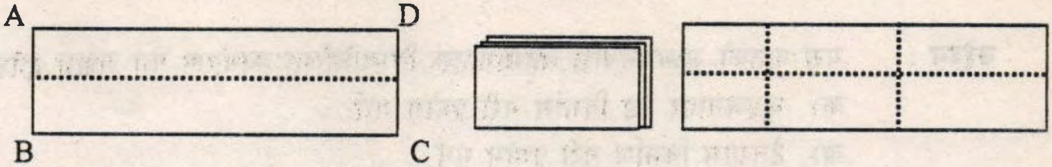
अनि दुवै शीरलाई एके ठाउँमा खप्टयाउने र खप्ट्याउँदा AB लाई EF सँग र BC लाई FG सँग खप्टिने गरी मिलाउने ।

यसो गर्दा यसप्रकार देखिन्छ :



यहाँ छाँया परेको भागको प्रतिच्छेदले नै $\frac{1}{2}$ र $\frac{1}{3}$ को गुणनफल देखाउँछ जुन $\frac{1}{6}$ हुन्छ ।

आयताकार कागजको टुक्रा पट्याएर पनि यसलाई देखाउन सकिन्छ ।

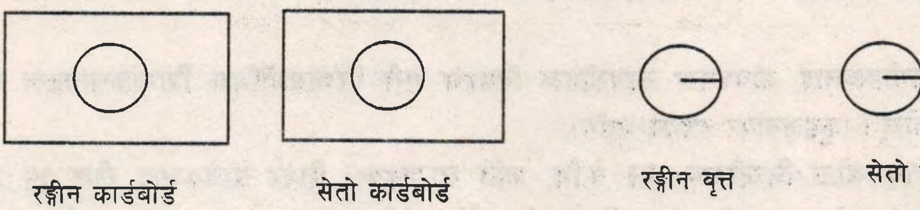


यसलाई A र B तथा C र D एकै ठाउँमा पर्ने गरी पट्याउने र पछि फुकाउने । अनि सो आधा भागमा छाँया पार्ने । फेरि अर्को पटक 3 भाग हुने गरी पट्याउने र खोल्ने । अनि एक भागमा छाँया पार्ने । छाँया दोहोरिएको भागले नै $\frac{1}{2}$ र $\frac{1}{3}$ को गुणनफल देखाउँछ ।

यस चार्टबाट भिन्नहरूको गुणनफलको धारणा स्पष्ट पार्न सकिन्छ । यसबाट विद्यार्थीहरूले भिन्नको गुणनसम्बन्धी नियम आफैँ पत्ता लगाउन सक्छन् ।

घ) भिन्नको वृत्ताकार नमुना

वेग्लावेग्लै रङ्का दुइओटा कार्डबोर्ड पेपर लिने । प्रत्येकका उही अर्धव्यासका एकएकओटा वृत्तहरू खिच्ने (वृत्तको अर्धव्यास 5 cm देखि 10 cm सम्म लिन सकिन्छ)। ती वृत्तहरूलाई कार्डबोर्डबाट काटेर निकाल्ने ।



ती दुवै वृत्तमा एकएकओटा अर्धव्यास खिच्ने । उक्त अर्धव्यासलाई परिधिदेखि केन्द्रसम्म काट्ने अनि एउटा वृत्तको काटिएको भागमा अर्को वृत्तको काटिएको भाग घुसाउने र केन्द्रसम्म पुऱ्याउने । यसरी घुसाउँदा एउटा वृत्त अर्को माथि खप्टिन्छ । अब एउटा वृत्तलाई घुमाउने । यसरी घुमाएर विद्यार्थीहरूलाई $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ भिन्नको धारणा सजिलोसँग दिन सकिन्छ ।

४. आत्ममूल्याङ्कन :

भिन्न चार्ट तथा नमुनाहरूको गणित शिक्षणमा के महत्त्व छ, विवेचना गर्नुहोस् ।

पाठ एघार: कुइजनाएर रड र टेनग्राम

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) कुइजनाएर रड निर्माण गरी प्रयोग गर्न

ख) टेनग्राम निर्माण गरी प्रयोग गर्न

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) कुइजनाएर रड,

ख) टेनग्राम ।

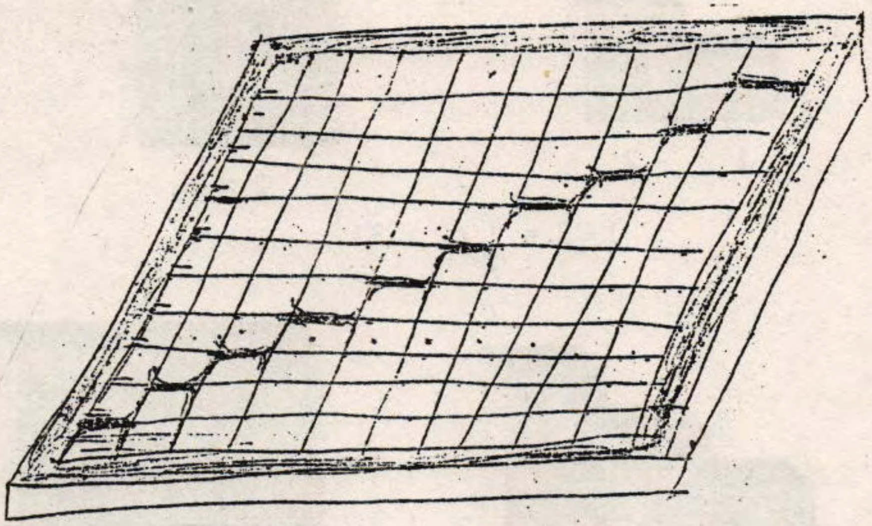
३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

कुइजनाएर रड र टेन ग्राम निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यस प्रकार छन् । लिस्टी (अथवा लिस्टी आकारको काठको छडी), पातलो प्लाइउड, हेक्स, कैंची, रुलर, पेन्सिल, साइनपेन, सेट स्क्वाएर, खाग्सी, किला, फेविकोल इत्यादि ।

क) सहभागीहरूलाइ आवश्यक सामग्रीहरू वितरण गरीं निम्नबमोजिम क्रियाकलापहरू गराउँदै जानुहोस् । (कुइजनाएर रडको लागि)

- १० ओटा लिस्टीहरू (२२ से.मि. जति लम्बाइका) लिएर प्रत्येकलाइ ठीक ११ भागमा बाँड्नुहोस् । यसरी बाँड्दा लिस्टीको चारैतिर पेन्सिलले घेरा लगाइ बाँड्नुपर्छ ।
- दुईओटा लिस्टीलाई १:१० को अनुपातमा, अर्को दुईओटा लिस्टीलाई २:९ को अनुपातमा, अर्को दुईओटा लिस्टीलाई ३:८ को अनुपातमा, अर्को दुईओटा लिस्टीलाई ४:७ को अनुपातमा, बाँकी दुईओटा लिस्टीलाई ५:६ को अनुपातमा हेक्सले काटी टुक्रा बनाउनुहोस् ।
- ती सबै (२० ओटा टुक्राहरू) लाइ चित्रमा देखाइएअनुसार एउटा प्लाइउडको फलेक माथि मिलाएर राख्नुहोस् ।
- वरिपरि लिस्टी ठोकेर (वा फेविकोलले जमाएर) फ्रेम तयार गर्नुहोस् (भित्रका ती २० ओटा टुक्राहरू आवश्यकता अनुसार झिक्न राख्न सकिने गरी) ।
- पहिले पेन्सिलले घेरा लगाएका ठाउँमा (काटिएको ठाउँ बाहेक) अब साइन पेनले स्पष्ट देखिने गरी घेरा लगाउनुहोस् ।

कुइजनाएर रड तयार भयो ।

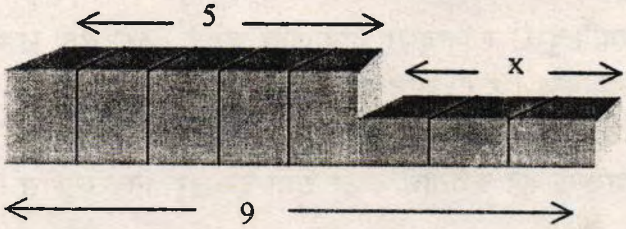


कुइजनाएर रडको प्रयोग सम्बन्धमा सहभागीहरूबीच छलफल गर्नुहास् । केही उदाहरणहरू तल दिइएका छन् ।

जोड/घटाउका आधारभूत तथ्यहरू शिक्षणका लागि, जोडको क्रमविनिमय गुण शिक्षणको लागि, समीकरणको धारणा दिनका लागि, प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको योगफल पत्ता लगाउनको लागि कुइजनाएर रडको प्रयोग गर्न सकिन्छ ।

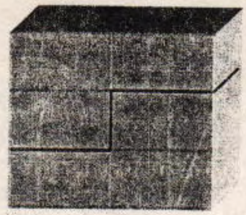
समीकरण

$x + 5 = 9$



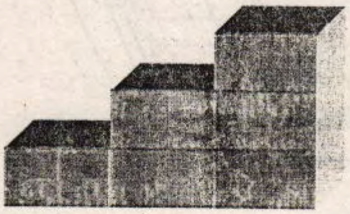
प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको योगफल

1 2

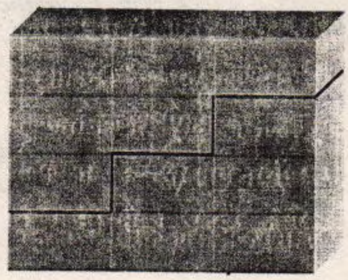


2×3

$$1+2 = \frac{1}{2}(2 \times 3)$$



1 2 3



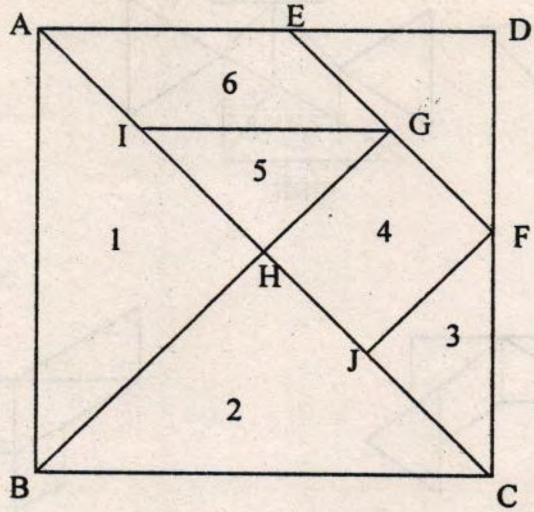
3×4

$$1+2+3 = \frac{1}{2}(3 \times 4)$$

त्यसैले, $1+2+3+4+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + n = 1/2\ \{n(n+1)\}$

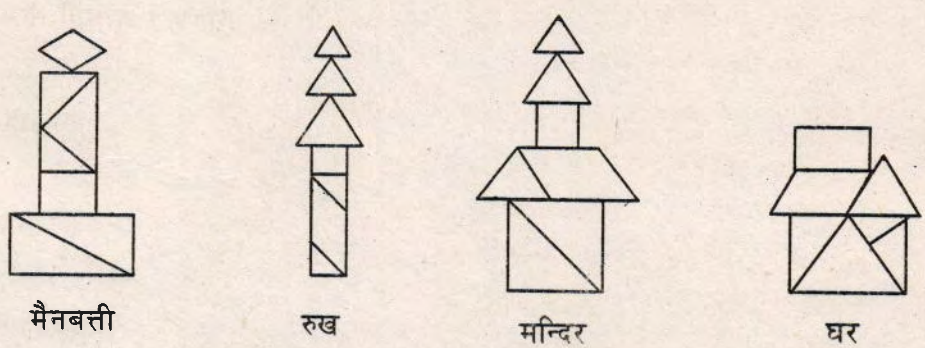
ख) सहभागीहरूलाई आवश्यक सामग्रीहरू वितरण गरी निम्नबमोजिम क्रियाकलापहरू गराउँदै जानुहोस् । (टेनग्रामको लागि)

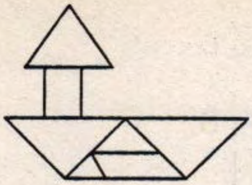
- २० × २० से.मि.को प्लाइउड लिएर त्यसमा वर्ग ABCD खिच्नुहोस् (पूरै २० × २० को वर्ग लिदा सजिलो हुन्छ)
- विकर्ण AC खिच्नुहोस्,
- AD र CD का मध्य विन्दुहरू E र F जोड्नुहोस् ।
- EF को मध्यविन्दु G र विन्दु B जोड्नुहोस् जसले AC लाइ H मा काट्छ ।
- AH को मध्यविन्दु I र G जोड्नुहोस् ।
- HC को मध्यविन्दु J र F जोड्नुहोस् ।
- अब यी रेखाखण्ड हुदै करौंतीले काटेर सात टुक्राहरू निकाल्नुहोस् ।



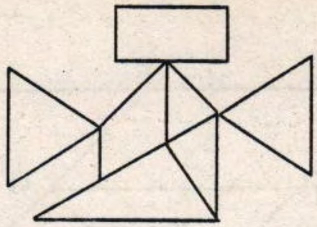
यी टुक्राहरूको प्रयोगबाट के धारणा शिक्षण गर्न सकिन्छ भन्ने कुरा सहभागीहरूबीच छलफल गर्नुहोस् ।

- यसबाट विभिन्न ज्यामितीय आकृतिहरू जस्तै, वर्ग, समानान्तर चतुर्भुज, समद्विवाहु त्रिभुज, समकोण त्रिभुज, समवाहु त्रिभुजको धारणा दिन सकिन्छ ।
- यसबाट विभिन्न आकृतिहरू पनि (जोडेर) बनाउन सकिन्छ, जस्तै मैनबत्ती, घर, रुख, मन्दिर, डुङ्गा, पुतली, चरा, बन्दुक इत्यादि ।

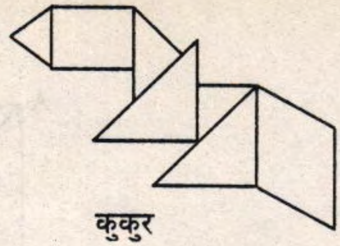




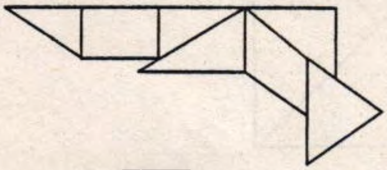
डुङ्गा



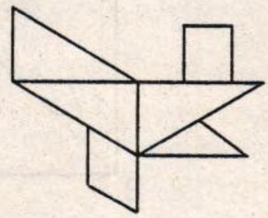
पुतली



कुकुर



बन्दुक



चरा

४. प्रतिबिम्बन :

कुइजनाएर रडको प्रयोग सम्बन्धमा विवेचना गर्नुहोस् ।

पाठ बाह : क्षेत्रफल र आयतनसम्बन्धी सूत्रहरू

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) क्षेत्रफलसम्बन्धी सूत्रहरूको लागि नमुनाहरू तयार पार्न र प्रयोग गर्न,

ख) आयतनसम्बन्धी सूत्रहरूको लागि नमुनाहरू तयार पार्न र प्रयोग गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) क्षेत्रफलसम्बन्धी सूत्रहरूको नमुना निर्माण,

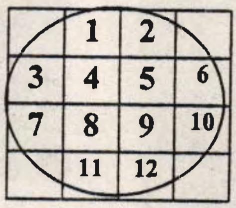
ख) आयतनसम्बन्धी सूत्रहरूको नमुना निर्माण ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

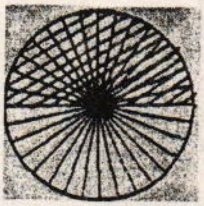
क्षेत्रफल र आयतनसम्बन्धी सूत्रहरूका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यस प्रकार छन् । पातलो प्लाइउड (वा बाक्लो कार्डबोर्ड), कैंची, मूला, चक्कु, हेक्स, रुलर, पेन्सिल, हेक्स, पिन, धागो, कागती (वा गोलो वस्तु जुन काट्न सकियोस्) , बालुवा, टेप, प्रोट्याक्टर, इत्यादि ।

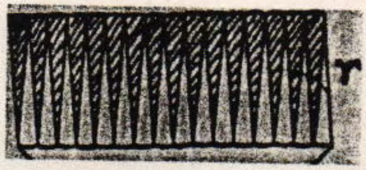
तलका क्रियाकलापहरू गर्नुहोस् ।

क) वृत्तको क्षेत्रफलका लागि चित्रमा दिइए जस्तै गरी कोठा गन्न लगाएर क्षेत्रफल अनुमान गर्न लगाउनहोस् ।



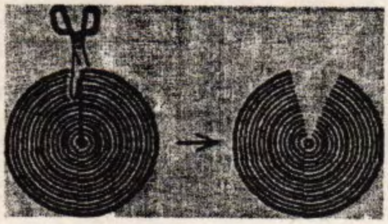
ख) पातलो प्लाइउड वा डफ्टीलाइ वृत्ताकाररूपमा काट्न लगाउनुहोस् । सो वृत्तलाइ काटेर त्रिभुजाकार टुक्राहरू निकाली समानान्तर चतुर्भुजको रूपमा मिलाउन लगाउनुहोस् । अनि $A = \pi r^2$ सूत्रको सामान्यीकरण गराउनुहोस् ।



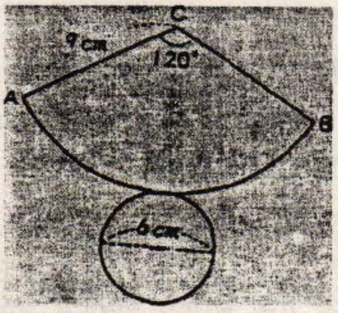


$\frac{1}{2}$ परिधि

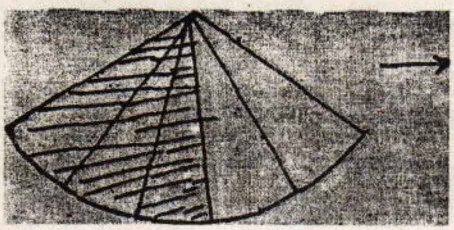
ग) वैकल्पिक क्रियाका रूपमा डोरीको चाक्ला बनाई त्यसलाई चित्रमा देखाइएअनुसार काटेर त्रिभुजको रूपमा मिलाएर $A = \pi r^2$ सूत्रको सामान्यीकरण गराउनुहोस् ।



घ) सोलीको सतह क्षेत्रफलको लागि वृत्तखण्डहरू काटेर पट्याइ सोली बनाउन सकिने धारणाको विकास गराउनुहोस् । सो वृत्तखण्डलाइ काटेर त्रिभुजाकार टुक्राहरूमा परिणत गरी टुक्राहरू मिलाएर समानान्तर चतुर्भुज बनाई $A = \pi r h$ सूत्रको सामान्यीकरण गराउनुहोस् ।

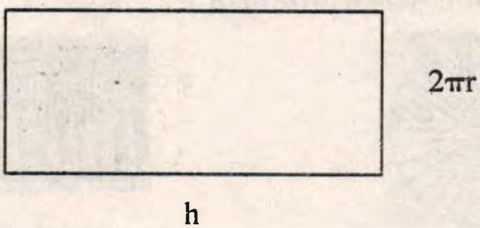


6 cm



$2\pi r$

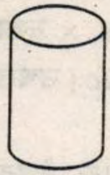
ङ) बेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफलको लागि लम्बाइ h र चौडाइ $2\pi r$ भएको एउटा कार्डबोर्ड लिनुहोस् ।



अब त्यस कार्डबोर्डलाई बेरेर बेलनामा परिणत गर्नुहोस् । पहिलेको बेलनाको वक्रसतहको क्षेत्रफल नै आयातको क्षेत्रफल हुन्छ ।

अर्थात $A = 2 \pi r h$

यसको ठीक उल्टो प्रक्रियाबाट पनि सो कुरा देखाउन सकिन्छ (पहिले बेलनाबाट सुरु गरी आयातमा पुग्ने)



च) गोलाको सतह क्षेत्रफलको लागि एउटा गोलाकार कागतीलाइ काटेर दुई बराबर अंर्धगोलामा परिणत गर्नुहोस् । ती अर्धगोलाहरूको वृत्ताकार सतहको केन्द्रमा पिन गाड्नुहोस् । सो पिनको वरिपरि धागो बेर्दै जानुहोस् र पूरै सतह ढाक्नुहोस् । दुवै अर्धगोलाबाट धागो फुकाउनुहोस् र एउटा अर्धगोलाको वक्र सतहमा पिन गाडेर सो धागो बेर्दै जानुहोस् । दुई अर्धगोलाको वृत्ताकार सतहको धागो एउटा अर्धगोलाको वक्रसतहमा बेर्न पुग्छ ।

अर्थात् अर्धगोलाको वक्रसतहको क्षेत्रफल = दुई वृत्ताकार सतहको क्षेत्रफल

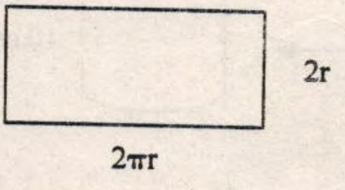
गोलाको वक्रसतहको क्षेत्रफल = चार वृत्ताकार सतहको क्षेत्रफल

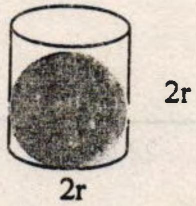
$= 4 \pi r^2$

(गोलाको अर्धव्यास = वृत्ताकार सतहको अर्धव्यास = r मान्दा)

यसका लागि अर्को वैकल्पिक उपाय पनि छ । कागतीको व्यास पत्तालगाउनुहोस् । कागतीको व्यास बराबर व्यास र सो बराबर नै उचाइ भएको एउटा बेलना (सिलिन्डर) निर्माण गर्नुहोस् ।

व्यास = 2r





यसरी बनाइएको सिलिन्डर भित्र गोला ठीक्क अट्न सक्छ ।
अब २ ओटा अर्धगोलाका वक्र सतहमा बेरिएको धागो फुकाइ सिलिन्डरको वक्रसतहमा बेर्नुहोस् । सो धागोले सिलिन्डरको पूरै वक्रसतह घेर्न पुग्छ ।

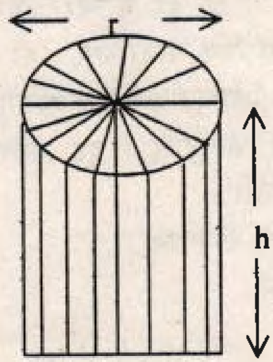
गोलाको सतह क्षेत्रफल = सिलिन्डरको वक्रसतहको क्षेत्रफल

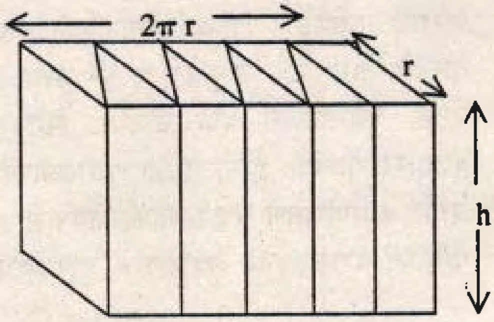
$= 2\pi \times$ अर्धव्यास $\times$ उचाइ

$= 2\pi \times r \times 2r$ (उचाइ 2r भएकोले)

$= 4\pi r^2$

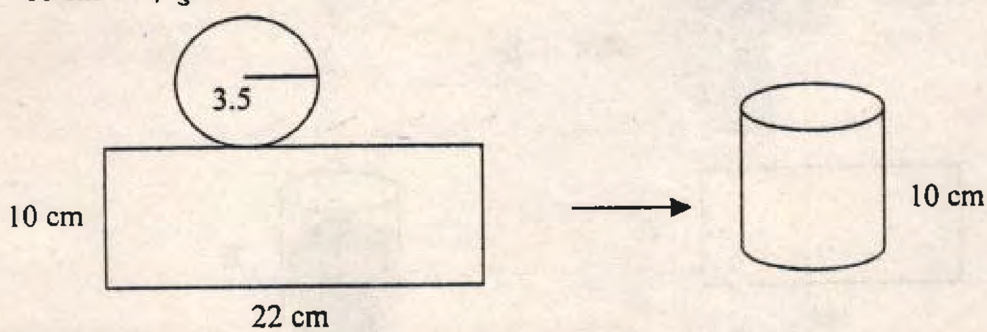
छ) बेलनाको आयतनको लागि एउटा मूला काटेर बेलना बनाउनुहोस् । सो बेलनालाइ चित्रमा देखाइएअनुसार काटेर टुक्राहरू मिलाई एउटा षडमुखा बनाउनुहोस् ।





यदि बेलनाको अर्धव्यास r छ, परिधि $2\pi r$ छ र h उचाइ छ भने सो षडमुखाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ कति कति हुन्छ ? सहभागीहरूबीच छलफल गराउनुहोस् ।
षडमुखाको आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् । सो षडमुखाको आयतन नै बेलनाको आयतन, $V = \pi r^2 h$ हुन्छ भन्ने निष्कर्षमा पुरयाउनुहोस् ।

ज) सोलीको आयतनको लागि कार्डबोर्ड काटेर एउटा सिलिन्डर निर्माण गर्नुहोस् ($r = 3.5$ cm र $h = 10$ cm लिए हुन्छ)



अब सो सिलिन्डरको उचाइ र अर्धव्यास जति छ त्यति नै उचाइ र अर्धव्यास भएको सोली निर्माण गर्नुहोस् (कार्डबोर्डबाट) ।

यसको लागि कति अर्धव्यास भएको वृत्त लिनुपर्छ ? सहभागीहरूलाई पत्तालगाउन दिनुहोस् । (वृत्तको अर्धव्यास सोलीको लागि छड्के उचाइ बन्दछ । सोलीको उचाइ १० से.मि. र अर्धव्यास ३.५ से.मि. हुनको लागि सोलीको छड्के उचाइ १०.६ से.मि. हुनुपर्छ । कसरी ?)

अब १०.६ से.मि. अर्धव्यास भएको वृत्त खिच्नुहोस् र परिधि २२ से.मि. भएको वृत्तखण्ड काटेर निकाल्नुहोस् । वृत्तखण्डको परिधि कसरी पत्तालगाउने त ? (२२ से.मि. लामो धागोले वृत्तको परिधि नाप्नुहोस्)

अब सो वृत्तखण्डबाट सोली निर्माण गर्नुहोस् । यसरी निर्मित सोलीमा बालुवा (वा दाल वा चामल भए पनि हुन्छ) भर्नुहोस् र सिलिन्डरमा खन्याउनुहोस् । कति पटक खन्याउँदा सिलिन्डर भरिएला ?

तीन पटक,

त्यसैले सोलीको आयतन = $\frac{1}{3}$ सिलिन्डरको आयतन

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

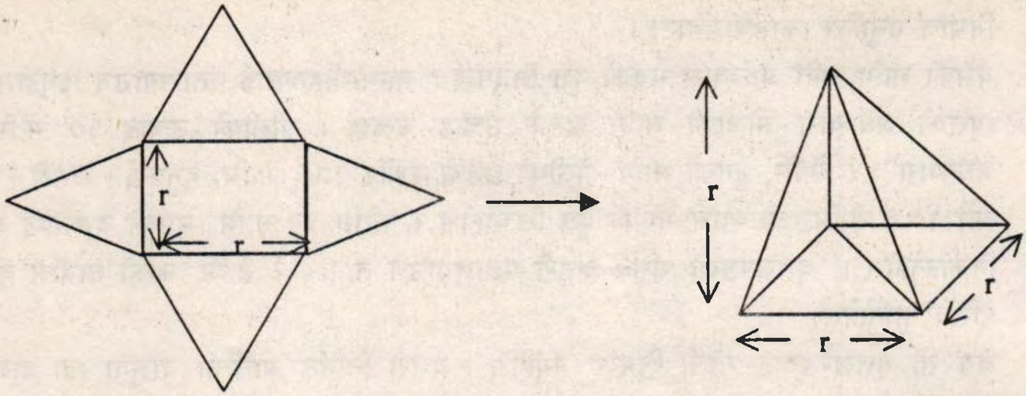
झ) पिरामिडको आयतन पत्तालगाउनको लागि कार्डबोर्ड काटेर एउटा वर्गाकार पिरामिड निर्माण गर्नुहोस् जसमा आधारको भुजा बराबर नै उचाइ बनोस् । सो पिरामिडको उचाइ (अर्थात् आधारको भुजा) बराबर भुजा हुने गरी एउटा घन (बाकस) निर्माण गर्नुहोस् । पिरामिडको आधार कैंचीले काटेर फाल्नुहोस् । अब पिरामिड चारपाटे बन्यो । सो चारपाटे सोलीमा बालुवा (वा दाल वा चामल) भरेर बाकसमा खन्याउनुहोस् । कति पटक खन्याउँदा बाकस भरिएला ?
तीन पटक,

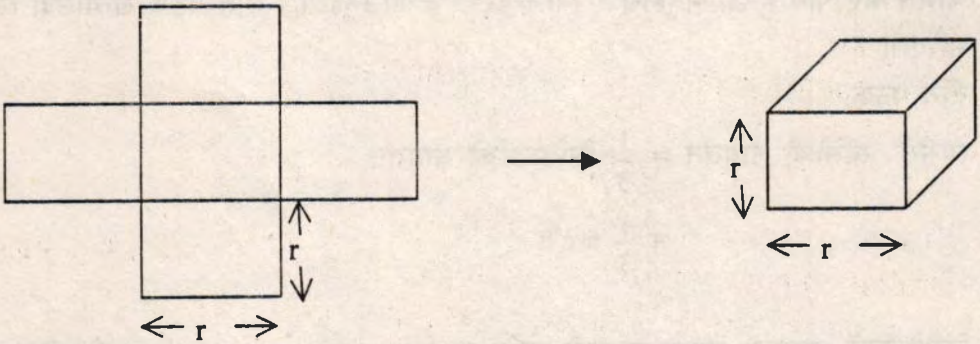
त्यसैले पिरामिडको आयतन = $\frac{1}{3}$ घनको आयतन

$$= \frac{1}{3} r^3$$

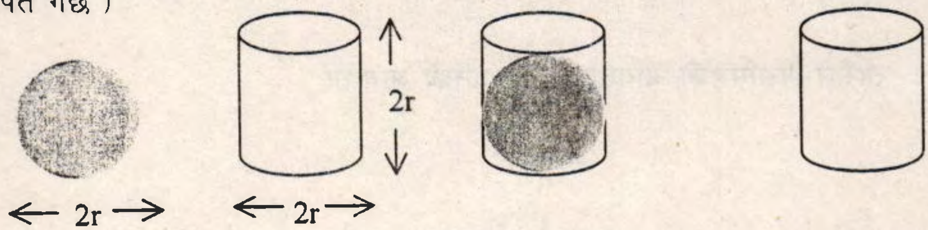
$$= \frac{1}{3} r^2 \times r$$

$= \frac{1}{3}$ आधारको क्षेत्रफल $\times$ उचाइ





ञ) गोलाको आयतन पत्तालगाउनको लागि एउटा रबरको बल वा कागती लिनुहोस् । त्यसको व्यास पत्ता लगाउनुहोस् । सो व्यास बराबर व्यास र उचाइ भएको एउटा सिलिन्डर (प्लास्टिकको) लिनुहोस् । (उचाइ बढी भए काटेर भए पनि मिलाउनुहोस्) सो सिलिन्डरलाइ पानीले भर्नुहोस् । त्यस सिलिन्डरमा बल राख्नुहोस् । विस्थापित भएको पानीको आयतन पत्ता लगाइ सिलिन्डरको आयतनसँग तुलना गर्नुहोस् । (बलले सिलिन्डरको दुइतिहाइ पानी विस्थापित गर्छ)



बलको आयतन $= \frac{2}{3}$ बेलनाको आयतन

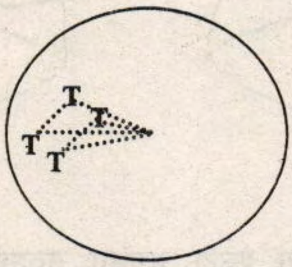
$= \frac{2}{3}$ आधारको क्षेत्रफल $\times$ उचाइ

$$= \frac{2}{3}\pi r^2 \times 2r$$

$$= \frac{4}{3}\pi r^3$$

वैकल्पिक तरीका,

चित्रमा देखाइएअनुसार एउटा कागतीमा चारओटा पिनहरू सबै केन्द्रमा पुग्ने गरी घुसाउनुहोस् । ती पिनहरूबाट एउटा पिरामिड बन्दछ । सो पिरामीडको उचाइ गोलाको अर्धव्यास हुन्छ (मानौं r छ) । यदि यस्ता चारओटा पिनहरू कागतीको पूरै सतह ढाक्ने गरी घुसाएर पिरामिडहरू बनाइयो भने ती सबै पिरामीडहरूको आयतनको योग नै कागती (गोला) को आयतन हुन्छ ।



गोलाको आयतन = पिरामिडहरूको आयतनको योग

$$= \frac{1}{3} \text{ आधारको क्षेत्रफलको योग} \times \text{उचाइ}$$

$$= \frac{1}{3} \times 4\pi r^2 \times r$$

$$= \frac{4}{3}\pi r^3$$

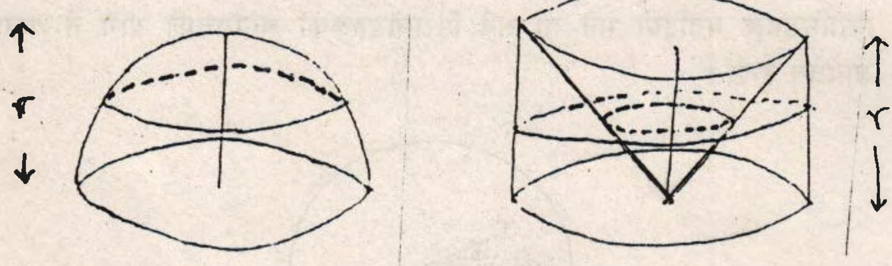
क्षेत्रफल र आयतनसम्बन्धी सूत्र सामान्यीकरण गर्ने यीभन्दा बेग्लै उपायहरू पनि हुन सक्छन् ।

४. प्रतिबिम्बन :

आयतन र क्षेत्रफलको सूत्र सामान्यीकरण गर्ने तरिकाहरूको सूची तयार पार्नुहोस् । क्षेत्रमिति शिक्षणमा के महत्त्व छ ? विश्लेषण गर्नुहोस् ।

अनुसूची १
गोलाको आयतन

- बेलना र अर्धगोला (hemisphere) को यस्तोचित्र खिच्नुहोस् जसमा उचाइ र आधार बराबर होस् । (मानौँ आधार र उचाइ दुवै r छ)
- वृत्ताकार सतहको केन्द्रलाई छुने गरी सिलिन्डरमा सोली निर्माण गर्नुहोस् जसको उचाइ पनि r नै होस् । यसको लागि काठको मोडल तयार गर्न पनि सकिन्छ ।



- मानौँ आधारबाट h दूरीमा एउटा समलत सतहले अर्धगोला, सिलिन्डर र सोली तीनओटैलाई काट्छ ।
- मानौँ cross section को अर्धव्यास t छ ।
- t, r र h को सम्बन्ध पत्ता लगाउनुहोस् । ($t^2 = r^2 - h^2$ हुन्छ)
- अर्धगोलाको cross section को क्षेत्रफल

  $\pi t^2 = (\pi r^2 - \pi h^2)$ हुन्छ ।
- अब ring क्षेत्रको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । (यो क्षेत्रफल भनेको सिलिन्डर र सोलीको cross section को circle को बीचको क्षेत्रफल हो ।)
- सिलिन्डरको cross section को क्षेत्रफल πr^2 हुन्छ ।
- कोनको cross section को अर्धव्यास पनि h नै हुन्छ । त्यसकारण कोनको cross section को क्षेत्रफल πh^2 हुन्छ ।
- त्यसैले बेलना (सिलिन्डर) र सोली (कोन) को cross section को क्षेत्रफलको अन्तर $(\pi r^2 - \pi h^2) = \pi(r^2 - h^2)$ हुन्छ ।
- अब अर्धगोलाको cross section र बेलना र सोलीको cross section को क्षेत्रफलको अन्तरसँग तुलना गर्दा बराबर पाइयो ।

- अब Cavalleri को सिद्धान्तअनुसार अर्धगोलाको आयतन, सिलिन्डर र कोनको आयतनको अन्तरसँग बराबर हुनुपर्दछ ।
- सिलिन्डरको आयतन $= \pi r^2 . r = \pi r^3$
- कोनको आयतन $= \frac{r}{3} \times$ आधारको क्षेत्रफल

$$= \frac{r}{3} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{3} \pi r^3$$

- सिलिन्डर र कोनको आयतनको अन्तर $= \pi r^3 - \frac{1}{3} \pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \pi r^3$$

- त्यसैले गोलाको आयतन $= 2 \times$ अर्धगोलाको आयतन

$$= 2 \times \frac{2}{3} \times r^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3$$

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) घुम्ने ज्यामितीय नमुनाहरू निर्माण गर्न र प्रयोग गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

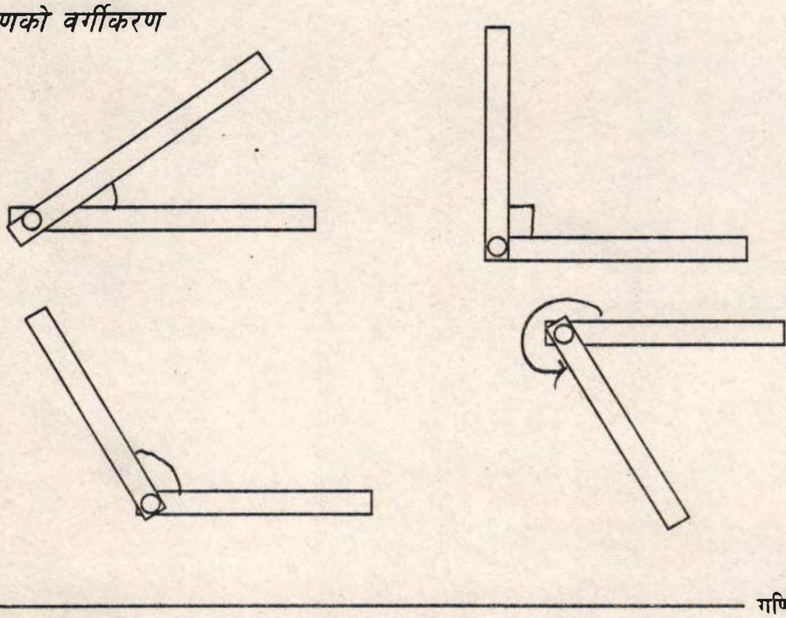
क) घुम्ने ज्यामितीय नमुनाहरू निर्माण र प्रयोग ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

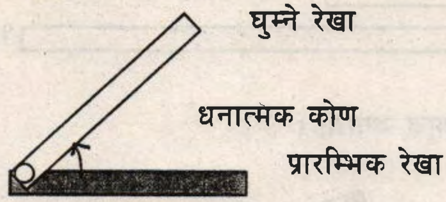
घुम्ने ज्यामितीय नमुनाहरू निर्माणका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् - लिस्टी, खाग्सी, पेचकिला, नट, नाप्ने फिता, धागो, काठको टक्रा, प्रोट्याक्टर, हेक्स, रुलर, पेन्सिल, साइनपेन, इत्यादि ।

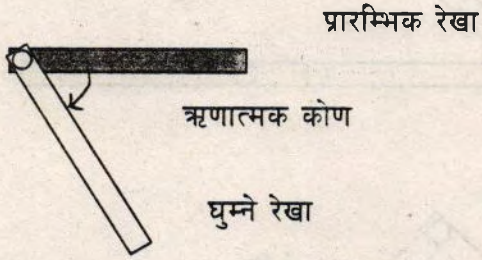
क) विभिन्न नापका (ज्यामितीय आकार अनुसार) लिस्टीहरू लिई छेउहरूमा (वा बीचमा पनि) आवश्यकतानुसार प्वाल पार्नुहोस् (पेचकिला प्रयोग गरी) र पेचकिला राखी नट लगाउनुहोस् । तर नट लगाउँदा बेसरी कस्नु हुँदैन, घुम्न सक्ने हुनुपर्छ । अनि खाग्सी दलेर चिल्लो पार्नुहोस् र आवश्यकता अनुसार रङ् पनि लगाउनुहोस् ।
कोणका घुम्ने नमुनाहरूका केही चित्र तल दिइएका छन् ।

कोणको वर्गीकरण

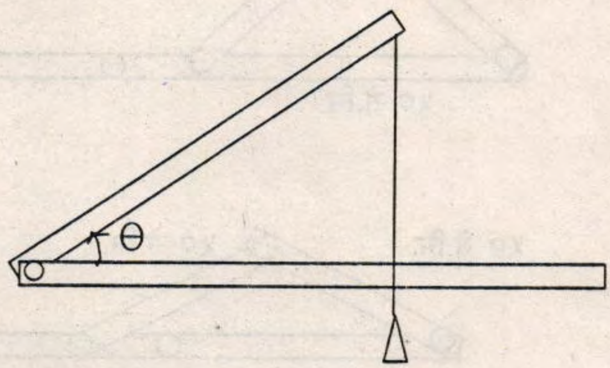


कोणको दिशा (धनात्मक, ऋणात्मक)



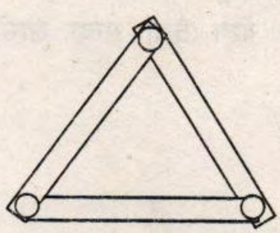


त्रिकोणमितीय अनुपात

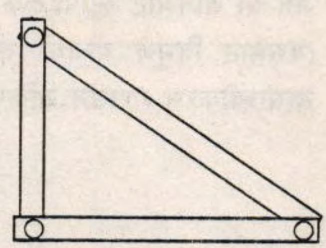


यसबाट sin, cos, tan जस्ता त्रिकोणमितीय अनुपात को धारणा दिन तथा ती अनुपातका मान (approximate) पनि निकाल्न सकिन्छ ।

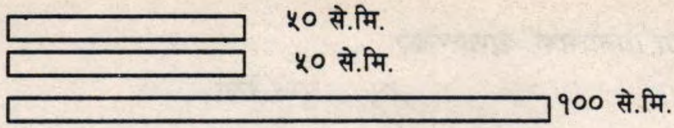
त्रिभुज



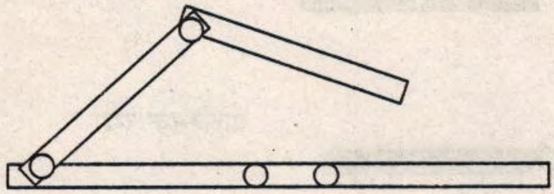
न्यूनकोण त्रिभुज

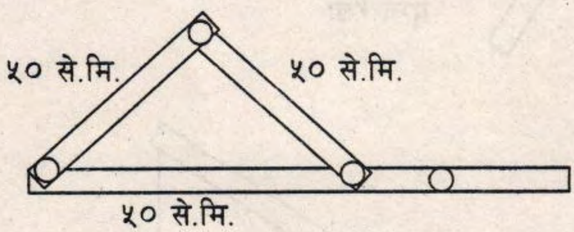


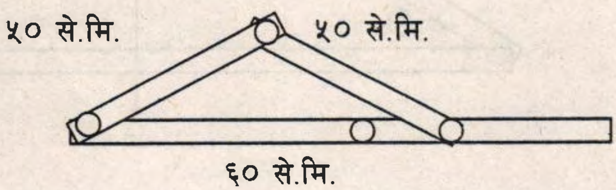
समकोण त्रिभुज



अब यी स्ट्रीपहरूबाट त्रिभुज बनाऔं।



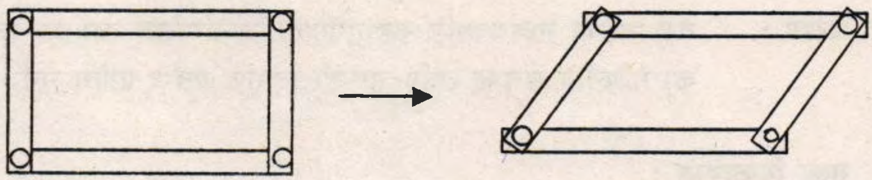




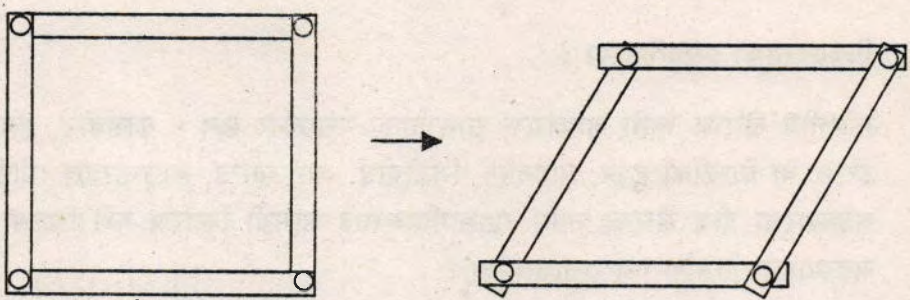
अब यी तीनओटै स्ट्रीपहरूका छेउहरू जोडेर त्रिभुज बन्ला ?

(यसबाट त्रिभुज बन्नको लागि दुइभुजाका योग तेस्रो भन्दा लामो हुनुपर्छ भन्नेकुरा पनि सामान्यीकरण गराउन सकिन्छ।)

चतुर्भुज

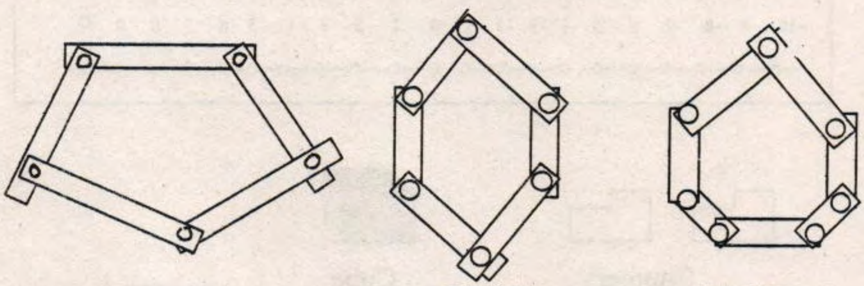


आयात समानान्तर चतुर्भुज



वर्ग समभुज चतुर्भुज

बहुभुजहरू



पञ्चभुज षष्टभुज सप्तभुज

यी केही उदाहरण मात्र हुन् ।

४. **प्रतिबिम्बन** :

ज्यामितीय आकारहरूको धारणा दिन घुम्ने नमुनाहरू कतिको उपयोगी ठान्नुहुन्छ ?

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणितीय खेलका लागि सामग्री निर्माण गर्न र प्रयोग गर्न ।

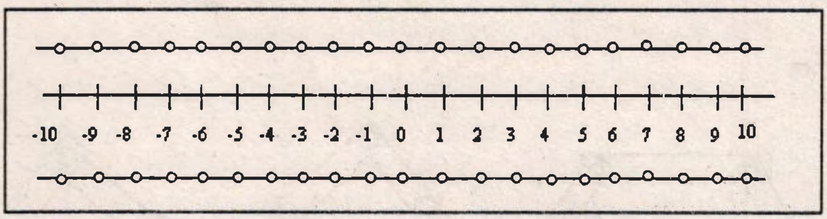
२. **मुख्य विषयवस्तु :**

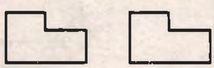
क) गणितीय खेलहरू ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

गणितीय खेलका लागि आवश्यक सामग्रीहरू यसप्रकार छन् - कार्डबोर्ड, रुलर, कैंची, चक्कु, इरेजर वा लिस्टीको टुक्रा, साइनपेन, जियोबोर्ड, रबर ब्यान्ड, काउन्टरहरू (गोटी)

क) सङ्ख्यारेखा दौड खेलका लागि सहभागीहरूलाइ सामग्री वितरण गरी चित्रमा देखाइएअनुसार सङ्ख्यारेखा निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।





Counters

Cube

एउटा घन (डाइ) निर्माण गर्नुहोस् (काठको वा रबरको) । घनका सतहहरूमा क्रमश: ३, २, १, -१, -२ र -३ लेख्नुहोस् । खेल्नको लागि हरेक खेलाडीसँग एकएकओटा गोटी (counter) हुनुपर्छ । सुरुमा दुवै खेलाडीका गोटीहरू ० को आमने सामने राखिन्छ । अनि खेलाडीले डाइ हान्दा जति सङ्ख्या पर्छ सोहीअनुसार गोटीहरूको स्थान परिवर्तन हुँदैजान्छन् (अर्थात् आएको सङ्ख्या गोटी भएको स्थानको सङ्ख्यासँग जोडिदै जान्छ) । उदाहरणको लागि कुनै एउटा खेलाडीको गोटी ७ मा छ, डाइस हान्दा -३ आयो भने उसको गोटी ४ मा पुग्छ । जुन

खेलाडीको गोटी सबभन्दा पहिले सबैभन्दा छेउको सङ्ख्यामा (ऋणात्मक तिर वा धनात्मक तिर) पुग्छ, उसले जित्छ । खेलाडीहरूको सहमतिमा बेग्लै नियम बनाउन पनि सकिन्छ ।

ख) गुणनखण्ड खेलका लागि कार्डबोर्डमा १ देखि १०० सम्मका सङ्ख्याहरू लेख्नुहोस् (१० x १० को रूपमा)। दुईजना खेलाडी र एकजना रेफ्री छान्नुहोस् । सर्वप्रथम एउटा खेलाडी (मानौं **क**) ले एउटा सङ्ख्या रोज्नुपर्छ (त्यो सङ्ख्या उसको स्कोर हुन्छ)। अर्को खेलाडी (मानौं **ख**) ले सो सङ्ख्याका सबै गुणनखण्डहरू (एक र त्यही सङ्ख्याबाहेक) मा घेरा लगाउनुपर्छ । ती घेरालगाइएका सङ्ख्याहरूको योग उसको स्कोर हुन्छ । अब **ख** ले एउटा सङ्ख्या रोज्नुपर्छ र **क** ले सो सङ्ख्याका सबै गुणनखण्डहरूमा बेग्लै मसीले घेरा लगाउनुपर्छ । एवम् रितले खेल जारी रहन्छ जबसम्म सङ्ख्याहरू सकिँदैन । स्कोरहरू (रोजेको र घेरालगाएका सङ्ख्याहरू) जोडिदै जान्छन् । अन्तमा जसको स्कोर बढी हुन्छ उसले जित्छ ।

ग) अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण खेलका लागि तल दिइएको गेमबोर्ड तयार पार्नुहोस् ।

GAME BOARD

$x^2 - 3x + 2$	$x^2 - 7x + 12$	$x^2 - 16$	$x^2 + 8x + 16$	$x^2 - x$
$x^2 + 5x + 4$	$x^2 - 4x$	$x^2 + 2x - 3$	$x^2 + x$	$x^2 - 1$
$x^2 - 8x + 16$	$x^2 - 5x + 6$	$x^2 - 4x + 4$	$x^2 + 7x + 12$	$x^2 - 2x - 8$
$x^2 - 4$	$x^2 + 2x$	$x^2 - 6x + 9$	$x^2 - 9$	$x^2 + 3x - 4$
$x^2 - 2x + 1$	$x^2 - 2x - 3$	$x^2 - 2x$	x^2	$x^2 + 5x + 6$
$x^2 - 6x + 8$	$x^2 + 4x + 4$	$x^2 + 2x - 8$	$x^2 + 3x$	$x^2 - 4x + 3$
$x^2 + 6x + 9$	$x^2 + x - 2$	$x^2 + 4x + 3$	$x^2 - x - 2$	$x^2 - 3x$
$x^2 - 3x - 4$	$x^2 + x - 12$	$x^2 - x - 6$	$x^2 + 4x$	$x^2 + 6x + 8$
$x^2 + 3x + 2$	$x^2 + 2x + 1$	$x^2 - 5x + 4$	$x^2 - x - 12$	$x^2 + x - 6$

$x - 4$	$x - 3$	$x - 2$	$x - 1$	x	$x + 1$	$x + 2$	$x + 3$	$x + 4$

दुईजना खेलाडी र रेफ्री छान्नुहोस् । सर्वप्रथम एउटा खेलाडी (मानौं **क**) ले फ्याक्टर बोर्डमा एउटा फ्याक्टर रोज्नुपर्छ । अर्को खेलाडी (मानौं **ख**) ले सो फ्याक्टर समावेस भएको अभिव्यञ्जक गेमबोर्डमा देखाउनुपर्छ (यदि नसकेको खण्डमा उसको प्रतिद्वन्द्वि **क** ले स्कोर पाउँछ) । अनि **क** ले सो अभिव्यञ्जकको अर्को फ्याक्टर देखाउनुपर्छ (यदि नसकेको खण्डमा उसको प्रतिद्वन्द्वि **ख** ले स्कोर पाउँछ) । एवम् रितले खेल जारी रहन्छ जबसम्म गेमबोर्डमा

अभिव्यञ्जकहरू सकिँदैन । अन्तमा जसको स्कोर बढी हुन्छ उसले जित्छ (यदि कुनै खेलाडीले पनि गल्ती गरेन भने खेल बराबरीमा सकिन्छ ।)

घ) ग्राफ भर्ने खेलका लागि ग्राफपेपरमा x अक्ष र y अक्ष अङ्कित गर्नुहोस् । बेग्लाबेग्लै रङ्का दुइओटा डाइ (घन) निर्माण गर्नुहोस् (एउटा लाइ x र अर्कोलाइ y मान्नु पर्छ)। एउटा डाइमा १ देखि ६ सम्म र अर्कोमा ७ देखि १२ सम्म अङ्कित गर्नुहोस् । दुईजना खेलाडी छान्नुहोस् । खेलाडीहरूले पालैपालो सो डाइ हान्नु पर्छ र डाइमा परे अनुसारका निर्देशाङ्कमा घेरा लगाउनु पर्छ (बेग्लाबेग्लै मसीले) । जुन खेलाडीका तीनओटा बिन्दुहरू सबभन्दा पहिले सरल रेखामा पर्दछ उसले जित्दछ (ठाडो, तेर्सो वा डाएगोनल) ।

ग्राफसँग सम्बन्धित खेल जियोबोर्डमा पनि खेलाउन सकिन्छ । त्यसमा डाइहरू तीनपटक हान्ने र परेको निर्देशाङ्कको आधारमा रबर ब्याण्डले घेरेर त्रिभुज बनाउने । जसको त्रिभुजको क्षेत्रफल धेरै हुन्छ उसले जित्छ । (क्षेत्रफल को लागि $A = b/2 + i - 1$ सूत्र प्रयोग गर्ने)

यस खेलको उपयोगिताबारे सहभागीहरूबीच छलफल गर्नुहोस् ।

४. **प्रतिबिम्बन** :

"खेलको माध्यमबाट गणितशिक्षणलाई रोचक बनाउन सकिन्छ" यस भनाइको पुष्टि गर्नुहोस् ।

पाठ पन्ध्र : मोडुलको निर्माण

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणित शिक्षणको लागि मोडुलको निर्माण गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

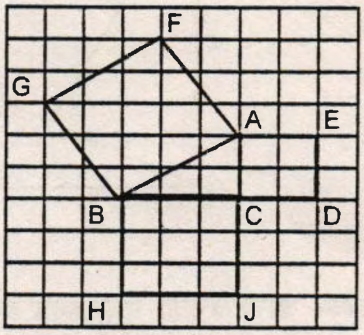
क) गणित शिक्षणको लागि मोडुलको निर्माण ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

गणित शिक्षणलाई सहज र प्रभावकारी बनाउनको लागि सिकाइने विषयवस्तुलाई समेटेर मोडुल तयार गर्न सकिन्छ । सिकाइलाई मोडुलको रूपमा प्रस्तुत गर्दा सिकारूलाई विषयवस्तु (सीप, धारणा) ग्रहण गर्न सजिलो हुन्छ । सिकाइ मोडुलको निर्माण गर्दा विषयवस्तुको प्रकृति, विद्यार्थीको रुचि, क्षमता र आवश्यकतालाई ख्याल गरी निर्माण गर्नुपर्दछ । कुनै पनि धारणा वा विषयवस्तुको लागि सिकाइ मोडुललाई शिक्षण सामग्रीसँग सम्बन्धित बनाएमा (Link गरेमा) बढी प्रभावकारी हुन्छ ।

पाइथागोरस साध्य शिक्षणको लागि तयार गरिएको मोडुलको नमुना यसप्रकार छ :

१. तल दिइएको ग्राफमा समकोण त्रिभुज ABC र त्यसका भुजाहरूबाट बनेका वर्गहरू ABGF, BHJC र ACDE हुन् ।



ABGF को क्षेत्रफल =

BHJC को क्षेत्रफल =

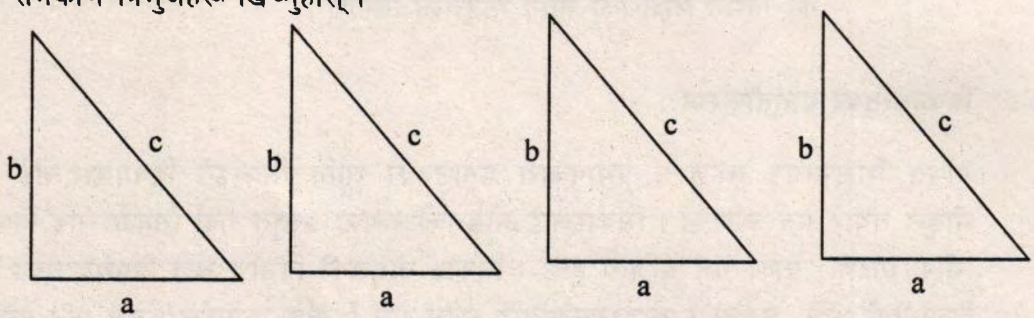
ACDE को क्षेत्रफल =

ABGF को क्षेत्रफल + BHJC को क्षेत्रफल =

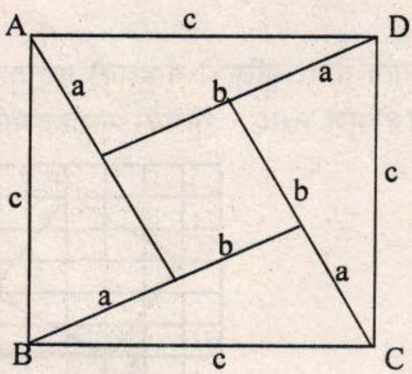
निष्कर्ष :

२. एउटा ताउ कार्डबोर्डको बीचमा समकोण त्रिभुज ABC खिच्नुहोस् । सेट स्क्वायर प्रयोग गरी त्रिभुज ABC को प्रत्येक भुजामा चित्रमा दिइए अनुसार वर्गहरू बनाउनुहोस् । सबभन्दा ठूलो वर्ग (कर्णमा बनेको वर्ग) लाई छोडेर बाँकी रहेको मध्येको ठूलो वर्गमा AB ∥ KC खिच्नुहोस् । DA लाई L सम्म बढाउँ । सो वर्ग ACHG लाई चार टुक्रा पार्नुहोस् र त्रिभुजबाट निकाल्नुहोस् । सानो वर्गलाई पनि ठूलो वर्गमा राखेर मिलाउनुहोस् । ती टुक्राहरूले ठूलो वर्गलाई ढाक्न सक्छ कि सक्दैन ? ढाक्यो ।

३. कर्ण c (मानौँ 10 cm), भुजाहरू a (मानौँ 6 cm) र b (मानौँ 8 cm) भएका 4 ओटा समकोण त्रिभुजहरू खिच्नुहोस् ।



ती त्रिभुजहरूलाई चित्रमा देखाइएअनुसार मिलाउनुहोस् ।



अब भित्रको खाली वर्गको भुजा कति हुन्छ ? b-a

ABCD को क्षेत्रफल = 4 त्रिभुजको क्षेत्रफल + सानो खाली वर्गको क्षेत्रफल

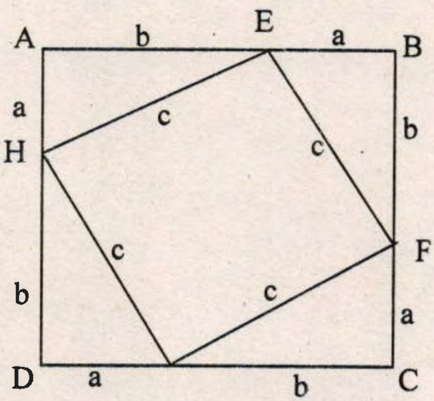
$$= 4 \times \frac{1}{2} ab + (b-a)^2$$

$c^2 = 2ab + b^2 - 2ab + a^2$

$c^2 = a^2 + b^2$

अब, निष्कर्ष के होला ?

४. माथि नं. ३ का त्रिभुजहरू अर्को तरिकाबाट तल चित्रमा देखाइअनुसार फेरि मिलाउनुहोस् :



ABCD को क्षेत्रफल = EFGH को क्षेत्रफल + 4 त्रिभुजको क्षेत्रफल

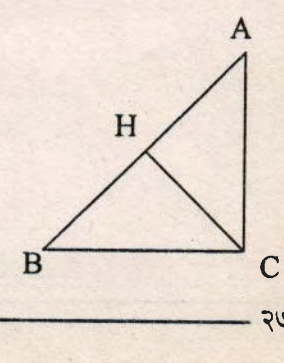
अथवा $(a + b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2} ab$

अथवा $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$

$\therefore \quad a^2 + b^2 = c^2$

निष्कर्ष

५. सँगैको समकोणी त्रिभुज ABC मा $\angle C = 90^0$, $CH \perp AB$ छ ।



$\triangle AHC \sim \triangle ABC$ (किन ?)

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AH}{AC}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{c-x}{b}$$

सरल गर्दा,

$b^2 = c^2 - cx$ -------------- (i)

$\triangle BHC \sim \triangle ABC$ (किन ?)

$$\frac{BC}{AB} = \frac{BH}{BC}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{x}{a}$$

सरल गर्दा,

$a^2 = cx$ -------------- (ii)

(i) र (ii) जोड्दा

$a^2 + b^2 = c^2$

४. **प्रतिबिम्बन :**

गणित शिक्षणमा मोडुलको प्रयोग सम्बन्धमा आफ्नो अनुभव सहित विवेचना गर्नुहोस् ।

पाठ सोह्र : कार्यपत्र (Worksheet)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) कार्यपत्र (Worsksheet) को निर्माण गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) कार्यपत्र (Worksheet) को निर्माण ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

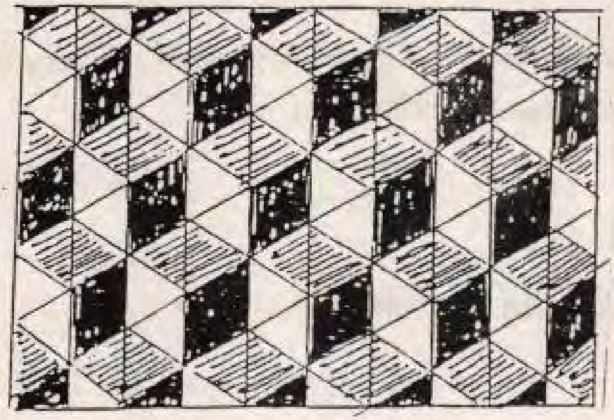
गणितीय कार्यमा सङ्लग्न गराउनको लागि डिजाइन गरिएको sheet नै worksheet हो । Worksheet को प्रयोगबाट गणित सिकाइलाई प्रभावकारी बनाउन सकिन्छ । पाठको उद्देश्य र आवश्यकतानुसार कतिपय worksheet हरू शिक्षक आफैंले डिजाइन/निर्माण गर्नुपर्ने हुन्छ भने कतिपय अन्यत्रबाट सङ्कलन गर्न पनि सकिन्छ ।

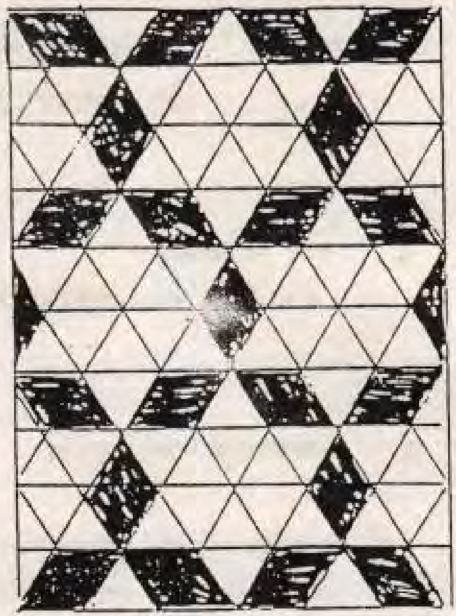
Worksheet को प्रयोगबाट विद्यार्थीहरूलाई सिकाइ क्रियाकलापमा सक्रिय बनाउन सकिन्छ । विद्यार्थीहरूलाई नयाँ धारणा निर्माण गर्न र सिकिसकेका धारणालाई अझ बलियो बनाउनको लागि worksheet ले सहयोग गर्दछ ।

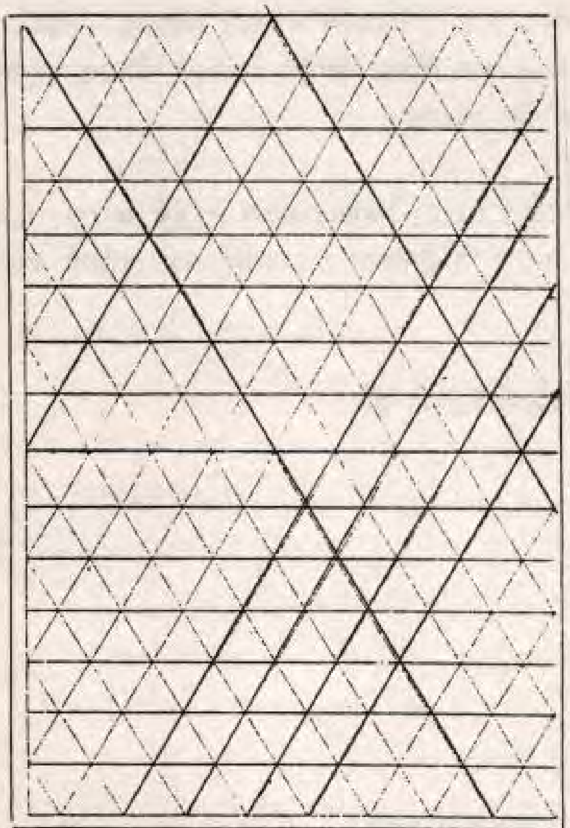
Worksheet का केही नमुनाहरू यसप्रकार दिइएका छन् :

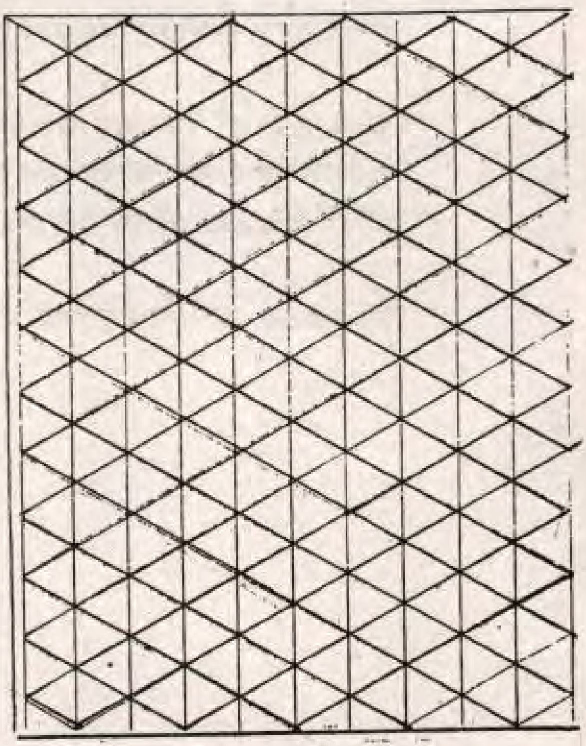
Worksheet 1

तलको ढाँचा पूरा गर्नुहोस् :



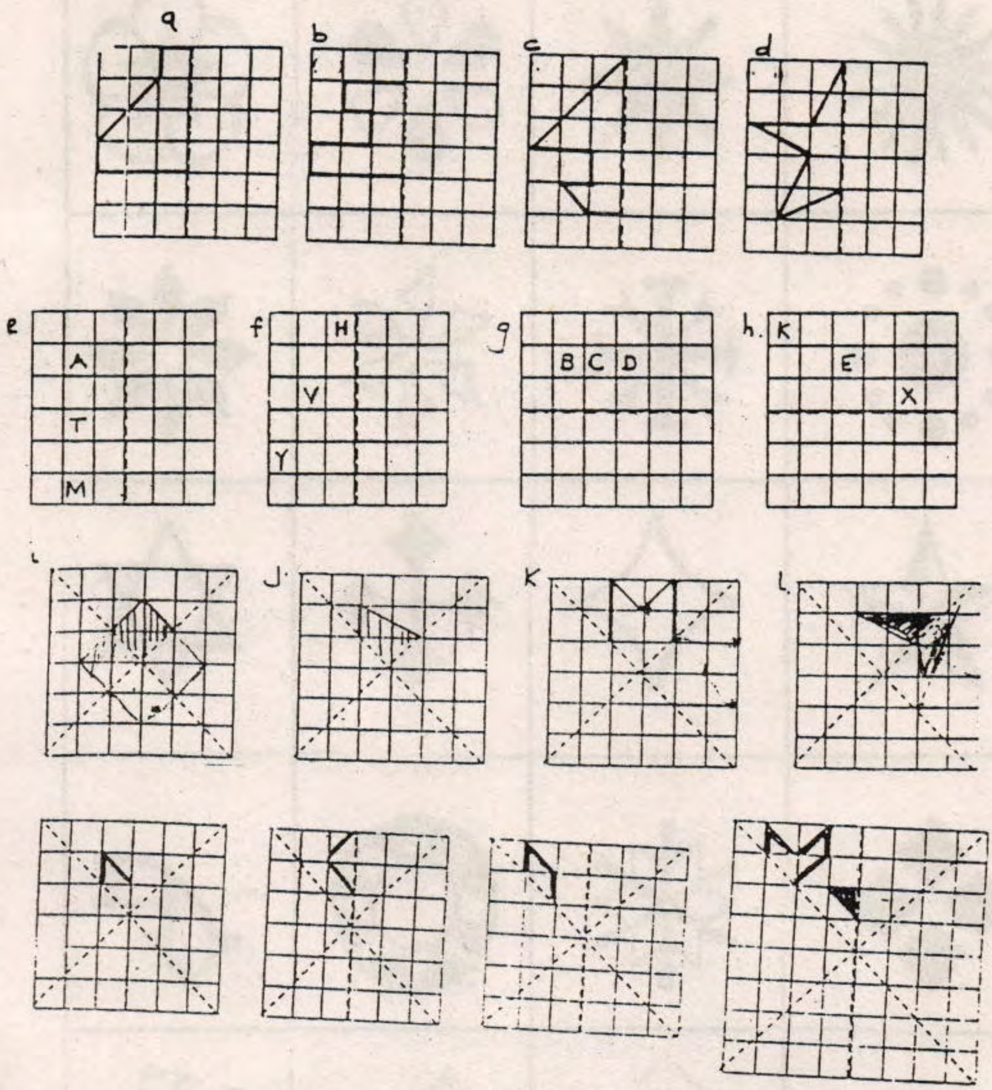






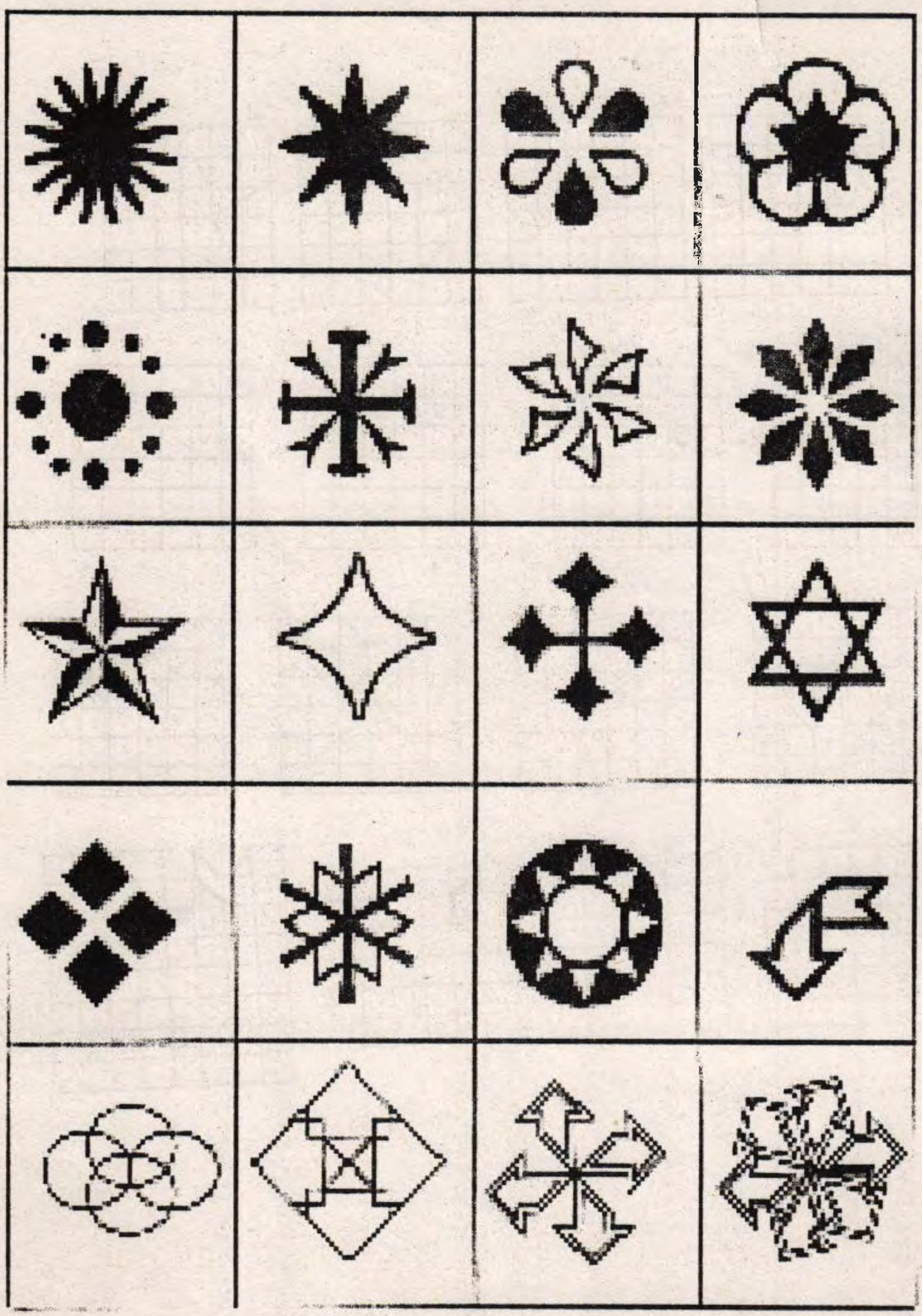
Worksheet 2

Dotted line लाई ऐना मानेर चित्र पूरा गर्नुहोस् ।

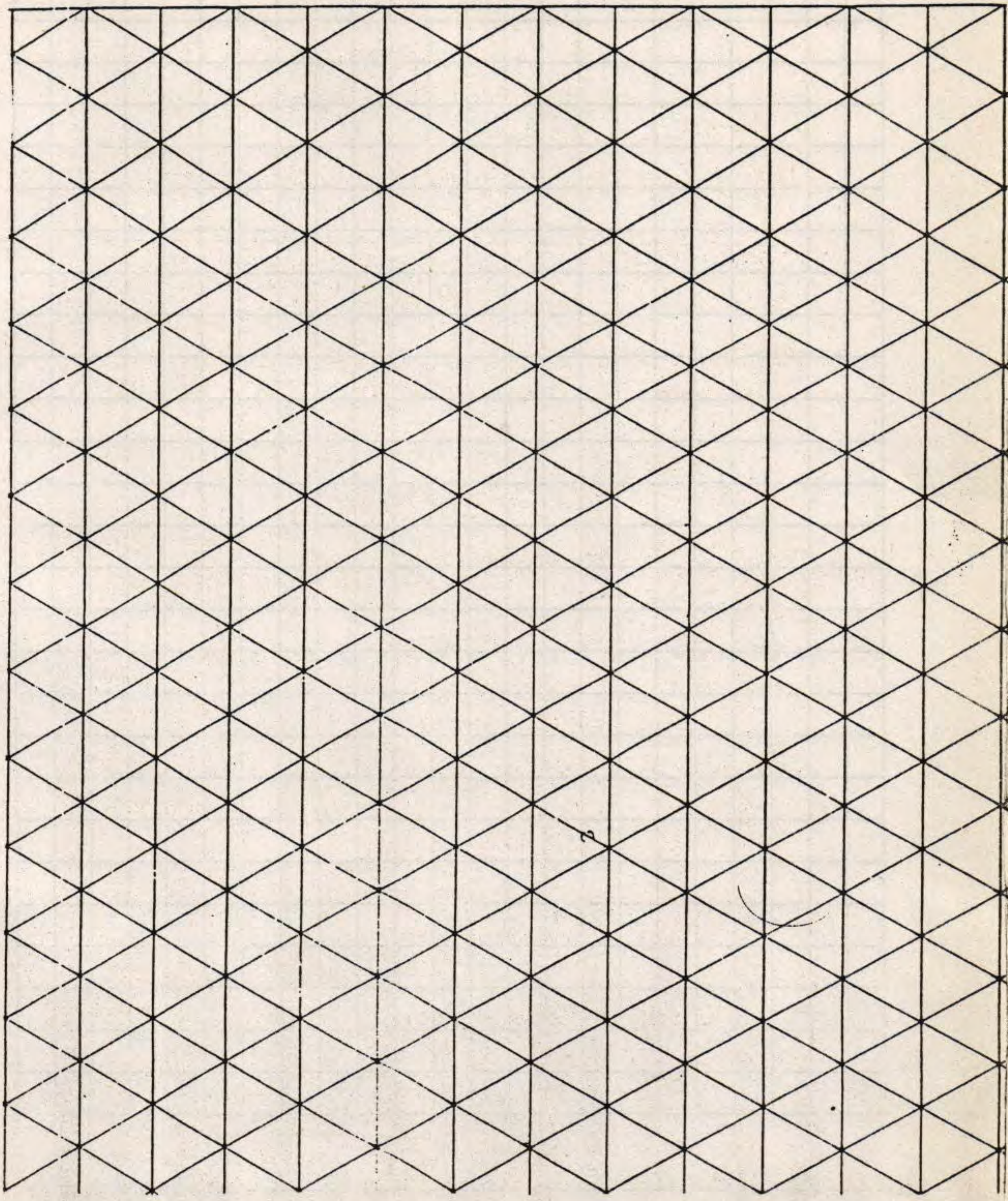


Worksheet 3

तलका चित्रहरूको Line symmetry र rotational symmetry को सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।



Worksheet 4

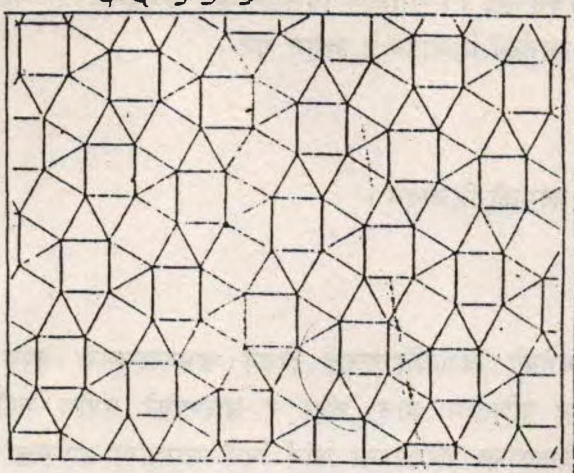


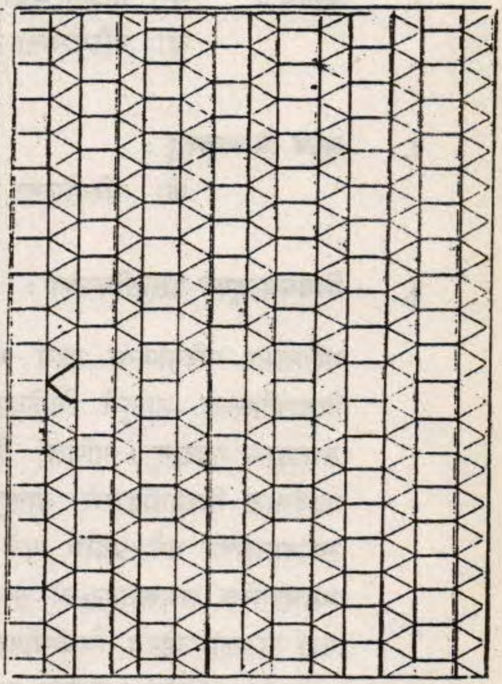
Worksheet 5

Worksheet 6

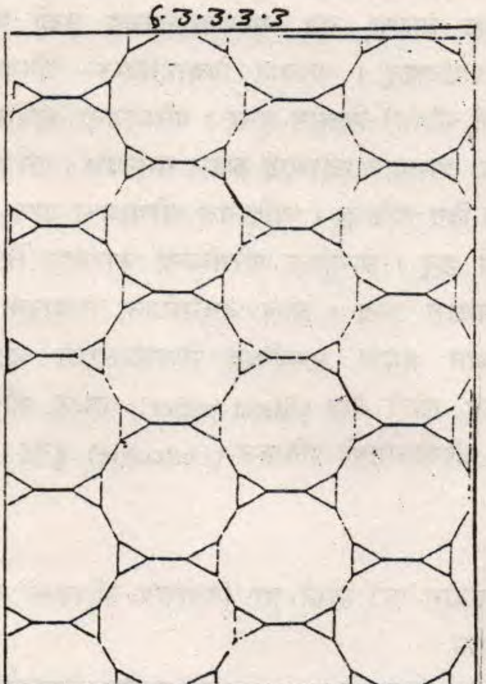
Semi-regular tesselations

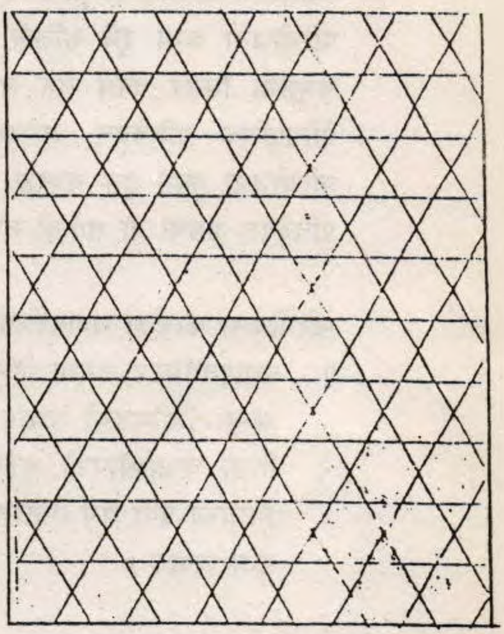
4·4·3·3·3





6·3·3·3·3





४. प्रतिबिम्बन :

गणित शिक्षणमा worksheet को निर्माण गर्न ।

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) परियोजना कार्यको डिजाइन र प्रयोग गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) परियोजना कार्यको डिजाइन ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

गणितमा परियोजना कार्य भनेको विद्यार्थीहरूलाई दिइने समस्यामूलक कार्य हो जसमा विद्यार्थीहरूले आफूले सिकेका गणितीय ज्ञान, सीप र धारणाको प्रयोग गरी समस्याको समाधान गर्दछन् । गणित शिक्षणमा परियोजना कार्य निकै उपयागी ठानिन्छ । परियोजना कार्यबाट विद्यार्थीहरूले आफूले सिकेका धारणा, सूत्र, सम्बन्धहरूलाई अर्को परिस्थितिमा स्थानान्तरण गर्ने/प्रयोग गर्ने मौका पाउँदछन् । यसबाट विद्यार्थीहरूमा दैनिक जीवनका व्यावहारिक समस्याहरूको समाधान गर्ने सीपको विकास हुन्छ । परियोजना कार्यको डिजाइन गर्दा पाठको उद्देश्य, विद्यार्थीहरूको रुचि, क्षमता र स्तरलाई ख्याल गर्नुपर्दछ । परियोजना कार्य व्यक्तिगत रूपमा, सामूहिक रूपमा पनि दिन सकिन्छ । व्यक्तिगत परियोजना कार्य र सामूहिक परियोजना कार्य दुबै उत्तिकै महत्त्वपूर्ण छन् । सामूहिक परियोजना कार्यबाट विद्यार्थीहरूमा समूहमा मिलेर काम गर्ने बानीको विकास हुन्छ । खोज/अनुसन्धान, तथ्याङ्क सङ्कलन, ऐतिहासिक प्रतिवेदन, समस्या समाधान अथवा सम्बन्धित विषयवस्तुको अध्ययन पनि परियोजना कार्य हुन सक्दछ । प्रतिवेदन, छोटो लेख (Short paper), पोष्टर, मौखिक समूह प्रतिवेदन अथवा यी सबैको संयोजन नै परियोजनाको प्रतिफल (Outcome) हुन्छ ।

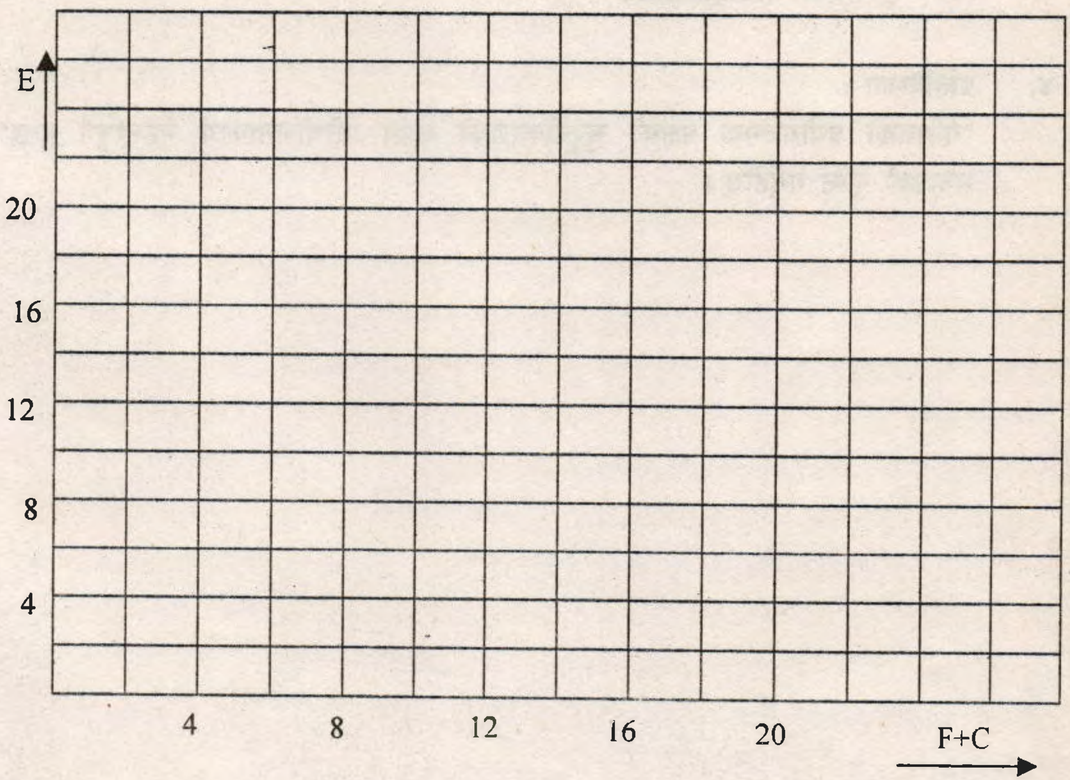
परियोजना कार्यका उदाहरणहरू

१. क्लाइनोमिटर अथवा हिप्सोमिटर प्रयोग गरी तिम्रो घर/विद्यालय नजिकको रूख/पोल/खम्बा/बिल्डिङको उचाइ पत्ता लगाउ ।

२. तिम्रो कक्षाकोठाको भूईंमा प्रति वर्ग मिटरको .... पर्ने कार्पेट बिछ्याउन र चार भित्ताका प्रति वर्ग मिटरको रु.................. दरले रङ लगाउँदा जम्मा कति खर्च लाग्छ ? पत्ता लगाउ ।

३. तल दिइएका ठोसहरूको खोक्रो नमुना तयार पारी सतह (F) , किनारा (E) र कुना (V) बीचको सम्बन्ध पत्ता लगाउ (तल दिइएको तालिका र ग्राफ प्रयोग गर)

Solid	Faces(F)	Edges(E)	Corners(C)
Tetrahedon			
Cube			
Octahedron			
Icosahedron			
Dodecahedron			
Cuboid			
□ Pyramid			
△ Prism			
▭ Prism			



५. तिम्रो कक्षाको अर्धवार्षिक/वार्षिक परीक्षाको गणित विषयको तालिका सङ्कलन गर । सबै विद्यार्थीहरूको प्राप्ताङ्कलाई वर्गीकृत तथ्याङ्कमा परिणत गर । त्यसबाट अङ्कगणितीय मध्य, मध्यिका र रीत पत्ता लगाऊ । सो तथ्याङ्कको स्तम्भ रेखाचित्र, हिस्टोग्राम र सञ्चित बारम्बारता वक्र खिच ।

६. तिम्रो घरमा लागेको ईंटाको सङ्ख्या, भ्याल ढोकामा लागेको काठको आयतन पत्ता लगाउ । (गाह्रो र भ्याल ढोकाको लम्बाइ, चौडाइ, उचाइ नापेर) ।

वर्तमान बजारमूल्य (प्रतिएकाइ) को आधारमा काठ र ईंटाहरूको कूलमूल्य पत्ता लगाऊ ।

कुनै पनि परियोजना कार्य पूरा गर्न पाँच तहहरू पार गर्नुपर्दछ :

क) परिस्थितिको अध्ययन (Situation study),

ख) उद्देश्यको किटान (Determination of objectives),

ग) योजना (Planning),

घ) कार्यान्वयन (Executing),

ङ) मूल्याङ्कन (Judgement)

४. प्रतिबिम्बन :

"गणितको प्रयोगात्मक पक्षको सुदृढीकरणको लागि परियोजनाकार्य महत्त्वपूर्ण हुन्छ" यस भनाइको पुष्टि गर्नुहोस् ।

पाठ अठार : क्याल्कुलेटर र कम्प्युटरको प्रयोग

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणित शिक्षणमा क्यालकुलेटरको प्रयोग सम्बन्धमा भन्न,

ख) गणित शिक्षणमा कम्प्युटरको प्रयोग सम्बन्धमा भन्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) गणित शिक्षणमा क्यालकुलेटरको प्रयोग,

ख) गणित शिक्षणमा कम्प्युटरको प्रयोग ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

गणित शिक्षणमा प्रविधि (Technology) को प्रयोग आवश्यक छ । प्रविधिको प्रयोगबाट विद्यार्थीको सिकाइलाई व्यवस्थित र प्रभावकारी बनाउन सकिन्छ । उदाहरणको लागि graphing, visualizing तथा computing जस्ता कुराहरू प्रविधिको प्रयोग जरूरी हुन्छ । प्रविधिको प्रयोग अन्तर्गत यहाँ क्यालकुलेटर र कम्प्युटरलाई केन्द्रित गर्न खोजिएको छ ।

क) **क्यालकुलेटर**

क्यालकुलेटरको प्रयोग सर्वप्रथम सन् १९७० मा भएको थियो । सन् १९७६ देखि वैज्ञानिक क्यालकुलेटरको प्रयोग सुरू भयो । यसको प्रयोग पछि slide ruler, नेपियर रड, एबाकस प्रतिस्थापित हुँदै गए । त्यही समयदेखि नै विद्यार्थीलाई क्यालकुलेटर प्रयोग गर्न दिने वा नदिने भन्ने सम्बन्धमा विवाद सुरू भयो । क्यालकुलेटरको प्रयोगबाट विद्यार्थीहरूको हिसाब गर्ने क्षमता घट्छ भन्ने एकथरी भनाइ रह्यो । अहिले आएर सो विवाद समाप्त भएको छ किनभने अनुसन्धानले देखायो कि क्यालकुलेटरको प्रयोगबाट विद्यार्थीहरूको हिसाब गर्ने क्षमता घट्दैन बरू बढ्छ । अहिले वैज्ञानिक क्यालकुलेटरहरूले Log तालिका तथा त्रिकोणमितीय अनुपात तालिकाहरूलाई प्रतिस्थापन गर्दैछन् । सन् १९८६ बाट graphing क्यालकुलेटरको प्रयोग हुन थाल्यो जसबाट Calculus को अध्ययन सजिलो बन्यो ।

क्यालकुलेटरको प्रयोगबाट विद्यार्थीहरूको हिसाब गर्ने समयको बचत हुन्छ । विद्यार्थीहरूले क्यालकुलेटर प्रयोग गरी विभिन्न गणितीय धारणाहरू, गणितीय सम्बन्धहरू, हिसाब गर्ने विधि, खोज गर्न विकास गर्न सक्छन् । उनीहरूमा सिर्जनात्मकता बढाउन मद्दत गर्छ । तर यसको लागि शिक्षाको उचित निर्देशन र पथप्रदर्शनको आवश्यकता पर्दछ ।

गणित शिक्षणमा क्यालकुलेटरलाई समस्या समाधानको एक महत्त्वपूर्ण औजार (Tool) को रूपमा लिइन्छ । हिसाब गर्दा अलमलिएका, ठूलो हिसाबले दिक्दार भएका विद्यार्थीहरूलाई क्यालकुलेटरले हिसाबप्रति आकर्षण पैदा गर्दछ । पाठ्यपुस्तकका समस्याहरू भन्दा वास्तविक जीवनका समस्याहरूको समाधानका लागि क्यालकुलेटर बढी आवश्यक पर्दछ किनकि सामान्यत पाठ्यपुस्तकका समस्याहरू सरल खालका सङ्ख्याहरू छानेर राखिएका हुन्छन् भने दैनिक जीवनका समस्याहरूमा जस्तोसुकै सङ्ख्याहरू पनि आउन सक्छन् । आजभोलि विद्यालय तहको शिक्षणमा क्यालकुलेटरको प्रयोग सर्वव्यापक भएको छ । क्यालकुलेटर प्रयोग गरी विद्यार्थीहरूले compound interest, trigonometrical ratio, derivation, definite integrals, statistical values(mean, median, modes, corelation, regression) इत्यादिसँग सम्बन्धित समस्याहरू सजिलै समाधान गर्न सक्दछन् । तर क्यालकुलेटरको प्रयोग कति प्रभावकारी हुन्छ भन्ने कुरा शिक्षकको भूमिकामा भर पर्दछ ।

ख) कम्प्युटर

सन् १९६० को दशकदेखि नै विद्यालयको पाठ्यक्रममा कम्प्युटरको सुरूआत भएको हो । सन् १९८० देखि नै Personal computer (PC) को प्रयोग सुरू भयो । अहिले गणित शिक्षकको लागि कम्प्युटरको प्रयोग अति आवश्यक ठानिएको पाइन्छ । गणित शिक्षणको उपयोगी हुने खालका थुप्रै सफ्टवेयरहरू विकास भइसकेका छन् । अहिले गणितका हरेक क्षेत्र (जस्तै ज्यामिती, बीजगणित, Calculus, इत्यादि) सँग सम्बन्धित बेग्लाबेग्लै सफ्टवेयरहरू पाइन्छन् । Mathmatica, geometics, Sketch pad, Math lab इत्यादि सफ्टवेयरहरू प्रयोग गरी गणित शिक्षणलाई प्रभावकारी बनाउन सकिन्छ । त्यसैगरी FORTRAN, COBOL, BASIC, PASCAL, C, C++ जस्ता Programming Language हरू पनि गणितीय समस्या समाधानको लागि प्रयोग गर्न सकिन्छ । Excel, Access पनि गणितको लागि प्रयोग गर्न सकिन्छ । अहिले गणित शिक्षणको लागि कम्प्युटरको प्रयोग व्यापकरूपमा भएको पाइन्छ । कम्प्युटरको उपयोगितालाई निम्न बुँदाको आधारमा स्पष्ट पार्न सकिन्छ :

१. ट्युटोरियल कार्यक्रम

गणितका विशेष पाठहरू छानेर विद्यार्थीहरूको क्षमता र आवश्यकताहरू ट्युटोरियल कार्यक्रम निर्माण गर्न सकिन्छ । यसप्रकारका सफ्टवेयर खरिद गर्न सकिन्छ । कम्प्युटरलाई धेरै तरिकाले ट्युटोरियल कार्यक्रमको लागि प्रयोग गर्न सकिन्छ । जस्तै drill को लागि, practice को लागि । ढिलो सिक्ने कमजोर विद्यार्थीहरू पनि यसप्रकारका ट्युटोरियल कार्यक्रमबाट लाभान्वित हुन सक्छन् । यसप्रकारका ट्युटोरियल कार्यक्रमबाट विद्यार्थीहरूले आफ्नो गति अनुसार मनोरञ्जनात्मक वातावरणमा सिक्न सक्दछन् । कम्प्युटर प्रयोगबाट विद्यार्थीहरू विभिन्न Virtual object लाई manipulate गरी गणित सिक्न सक्छ । वास्तविक physical

world मा उपलब्ध हुने object पनि कम्प्युटरमा virtual image को माध्यमबाट विद्यार्थीहरू प्राप्त गर्न र manipulate गर्न सक्दछन् । जस्तै Object हरूको तत्काल Projection, translation, rotation, size transformation, colour change इत्यादि virtual object को माध्यमबाट विद्यार्थीहरू सजिलै गर्न सक्दछन् ।

२. Web page

आधुनिक दूरसञ्चार र कम्प्युटर प्रविधिको विकासले जुनसुकै ठाउँमा रहेका मानिसहरूका लागि पनि सूचनाको आदानप्रदान गर्ने मौका प्रदान गरेको छ । यसको उदाहरणको रूपमा Web page लाई लिन सकिन्छ । कम्प्युटर, टेलिफोन, मोडेमको संयुक्त प्रयोगबाट Web page उपयोग गर्न सकिन्छ । Web page/Internet विद्यार्थी-विद्यार्थी, विद्यार्थी-शिक्षक सञ्चारको महत्त्वपूर्ण माध्यम बनेको छ । Web page बाट शिक्षक-विद्यार्थी सबैले गणितसँग सम्बन्धित हरेक किसिमका सामग्रीहरू खोजेर (search गरी) पढ्न, download गर्न सक्दछन् । हरेक तहका विद्यार्थीहरूलाई उपयोगी self learning सामग्रीहरू, गेमहरू, creative work manipulation of virtual object इत्यादि भएका थुप्रै web page उपलब्ध छन् । Internet को प्रयोगबाट विद्यार्थीहरूले आफ्नो गणितीय ज्ञान, सीप र धारणालाई फराकिलो/गहिरो बनाउन सक्छन् ।

३. कम्प्युटरबाट कक्षाकोठाको व्यवस्थापन

कम्प्युटरको प्रयोगबाट कक्षाकोठा व्यवस्थापन प्रभावकारी बनाउन सकिन्छ । हरेक विद्यार्थीहरूलाई उनीहरूको रुचि र आवश्यकतानुसारको कार्य (task) दिएर उनीहरूलाई सिकाइमा सक्रिय तुल्याउन सकिन्छ ।

यसका अलावा कम्प्युटरलाई गणितीय खेल र मनोरञ्जनको लागि हिसाब गर्ने विधि (executing algorithm), बहुचल (multivariable) र बहुआयामिक (multidimensional) सम्बन्धहरूको व्याख्याको लागि, तथ्याङ्क (data) तथा फलन (function) को सञ्चय र पुन:प्राप्तिको लागि, गणितीय भाषामा सञ्चारका लागि प्रयोग गरिन्छ । त्यसैले कम्प्युटरलाई 'गणित शिक्षणको सबैभन्दा प्रभावकारी माध्यम' भन्दा अत्युक्ति नहोला । कम्प्युटरको प्रयोगलाई प्रभावकारी बनाउन शिक्षकहरू पनि कम्प्युटरको प्रयोग सम्बन्धमा पूर्ण परिचित हुनु जरूरी हुन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

गणित शिक्षणमा क्यालकुलेटर र कम्प्युटरको महत्त्वबारे चर्चा गर्नुहोस् ।

एकाइ : सात

मूल्याङ्कन

Competency 7	:	Select or costruct valid and reliable assessment instruments /tools for mathematics
Total hours	:	15 hrs.
Total sessions	:	10

पाठ एक : विशिष्टीकरण तालिका (Specification grid)

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) विशिष्टीकरण तालिकाको आवश्यकता बताउन,

ख) निम्नमाध्यमिक तथा माध्यमिक तहको गणितका कक्षागत क्षेत्र र क्रमका सूची तयार पार्न,

ग) विशिष्टीकरण तालिकाको ढाँचा बताउन ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) विशिष्टीकरण तालिकाको आवश्यकता,

ख) कक्षा ९ र १० का गणित विषयका कक्षागत क्षेत्र र क्रम तालिका,

ग) विशिष्टीकरण तालिकाको नमुना ।

३. विषयवस्तुहरूको प्रस्तुतीकरण :

क) विशिष्टीकरण तालिकाको आवश्यकता

निर्धारित उद्देश्य पूरागर्न तयार गरिएको योजनाअनुसार कार्य गरिसकेपछि त्यो गरिएको कार्य कति प्रभावकारी रूपमा गर्न सकियो भन्ने कुराको सूचना प्राप्त गर्न मूल्याङ्कनको आवश्यकता पर्दछ । शिक्षण सिकाइको क्रममा प्रयोग गरिने विशिष्टीकरण तालिकाले शिक्षक तथा प्रश्नपत्र निर्माणकर्ताहरूलाई प्रश्नपत्र बनाउँदा विषयवस्तुको वैधता निर्धारण गर्न निर्देशित गर्दछ । यसमा पाठ्यक्रमको उद्देश्यअनुरूप जाँच र मूल्याङ्कन प्रतिबिम्बित भएको हुन्छ । प्रश्नपत्र बनाउँदा प्रश्न निर्माणकर्तालाई तल्लो तहदेखि माथिल्लो तहसम्मका प्रश्नहरू कुनकुन क्षेत्रबाट कतिकति ओटा निर्माण गर्ने र ती प्रश्नहरूको अङ्कभार कति कतिको हुने भन्ने कुरामा पनि पथ प्रदर्शन गर्दछ । यसले प्रश्नपत्रमा ज्ञान, बोध, सीप, समस्यासमाधान जस्ता सबै तहका प्रश्नहरू सन्तुलितरूपमा सोध्नका लागि निर्देशित गर्दछ ।

यहाँ एस.एल.सी. परीक्षाको लागि र कक्षा आठको लागि तयार पारिएको विशिष्टीकरण तालिका दिइएको छ ।

Specification Grid based on New Curriculum (Revised form -2061)
Cumpulsory Mathemetics -Grade 9/10

Area	S.. N.	Topics / Level of objects	Knowledge & Understanding				Skill				Problem Solving		Total no. of Questions	Total marks
			Short		Long		Short		Long		Long			
			NQ	M	NQ	M	NQ	M	NQ	M	NQ	M		
Set	1	set	1	2							1	4	2	6
Arithmetic	1 2 3	Unitary methods , rational proportion, mixture Percentage, profit and loss, domestic problems, commission and tax Simple interest, compound interest, depreciation and population growth	1	2			1	2			3	12	5	16
Mensuration	1 2	Problems on measurment of area Traingle,cube, cuboid, sphere, cylinders cone, prism, pyramid	1	2			2	4			1	4	4	10
Algebra	1 2 3 4	Factorization, HCF, LCM, simplification Ratio and proportion Indices and surds Linear equation, simultaneous equation, quadratic equation, graphs and inequalities	1	2			4	8	3	12	1	4	9	26
Geometry	1 2 3 4 5 6 7	Triangle and parallelogram Area of traingle and parallelogram Similarity Locus Circles Problems on tangents, chords and arcs Construction	1	2			3	6	2	8	2	8	8	24
Trigonometry	1 2	Ratio of sine, cosine, tangent of an angles, standard angles, area of traingle Height and distance	1	2			1	2			1	4	3	8
Statistics	1 2	Histogram, Ogive, line graph, pie chart Frequency table, mean, median, mode, class and quartile	1	2					1	4			2	6
Probability	1 2 3	Probability, tree diagram Additive and multiplicative law Dependent events	1	2					1	2			2	4
		Total	8	16			12	24	6	24	9	36	35	100

Note : NQ= Number of questions, M= marks

N.B.

1. On Problem solving, five questions must be set for testing higher ability.
2. In structural type of question on problem solving, questions on knowledge and understanding level carrying 10 marks must be incorporated.

(Students are allowed to compute mathematical problems by using calculator.)

Lower Secondary Level Final Examination
Specification Grid - 2061
(According to revised New curriculum 2058)

Sub: Mathematics **Class : 8**

<table>
<tr><th rowspan="2">Areas</th><th rowspan="2">S. N.</th><th>Level of Objects</th><th colspan="2">Knowledge</th><th colspan="2">Understanding</th><th colspan="2">Skill</th><th colspan="2">Problem solving</th><th rowspan="2">Total no. of questions</th><th rowspan="2">Total marks</th><th rowspan="2">Time allocation</th></tr>
<tr><th>Types of Question</th><th colspan="2">Objectives/ Very short</th><th colspan="2">Short</th><th colspan="2">Short/ Long</th><th colspan="2">Long</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Topics</td><td>NQ</td><td>M</td><td>NQ</td><td>M</td><td>NQ</td><td>M</td><td>NQ</td><td>M</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>SET</td><td>1</td><td>Set</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>10</td><td>18 minutes</td></tr>
<tr><td rowspan="9">Arithematic</td><td>2</td><td>Whole number</td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">2</td><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">2</td><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">4</td><td rowspan="4">3</td><td rowspan="4">8</td><td rowspan="4">14.4 minutes</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Integers (Sq. & cube)</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Rationalization</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Rational and Irrational</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Ratio & proportion</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">7</td><td rowspan="3">12.6 minutes</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Unitary method</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Percentage</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Profit and loss</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">9 minutes</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Simple Interest</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Statistics</td><td>11</td><td>Measure of central tendency</td><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>6</td><td>10.8 minutes</td></tr>
<tr><td>12</td><td>Graph</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>7.2 minutes</td></tr>
<tr><td rowspan="7">Algebra</td><td>13</td><td>Algebraic Ex (Multiplication & Division)</td><td rowspan="5">1</td><td rowspan="5">1</td><td rowspan="5">1</td><td rowspan="5">2</td><td rowspan="5">2</td><td rowspan="5">4</td><td rowspan="5">3</td><td rowspan="5">12</td><td rowspan="5">7</td><td rowspan="5">19</td><td rowspan="5">34.2 minutes</td></tr>
<tr><td>14</td><td>Indices</td></tr>
<tr><td>15</td><td>Factorization</td></tr>
<tr><td>16</td><td>HCF and LCM</td></tr>
<tr><td>17</td><td>Rational expression</td></tr>
<tr><td>18</td><td>Linear equation and Qudratic equation</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">11</td><td rowspan="2">19.8 minutes</td></tr>
<tr><td>19</td><td>Co-ordinate Geometry</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Geometry</td><td>20</td><td>Angles and parallel lines</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td><td>5.4 minutes</td></tr>
<tr><td>21</td><td>Triangles polygons</td><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td>4</td><td>7.2 minutes</td></tr>
<tr><td>22</td><td>Construction</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>7.2 minutes</td></tr>
<tr><td>23</td><td>Congruency and similarity</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>4</td><td></td><td></td><td>2</td><td>4</td><td>7.2 minutes</td></tr>
<tr><td>24</td><td>Verification</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>7.2 minutes</td></tr>
<tr><td>25</td><td>Measurement (mensuration, perimeter, area & volume)</td><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>6</td><td>10.8 minutes</td></tr>
<tr><td>26</td><td>Transformation</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>7.2 minutes</td></tr>
<tr><td>27</td><td>Bearing and scale</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>1.8 minutes</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Total</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td><td>16</td><td>14</td><td>36</td><td>10</td><td>40</td><td>40</td><td>100</td><td>180 minutes</td></tr>
</table>

Question Group, No. of questios, marks and time allocation

Question Group	No. of questions	Mark for each question	Total marks	Time allocation	Remarks
Group A (Objective/ very short)	8	1	8	14.4 minutes	
Group B (Short)	18	2	36	64.8 minutes	
Group C (Long)	14	4	56	100.8 minutes	
Total	40		100	180 minutes	

नोट : अध्ययनको क्रममा माध्यमिक तहका शिक्षकहरूले एस.एल.सी. को विशिष्टीकरण तालिका र निम्नमाध्यमिक तहका शिक्षकहरूले कक्षा आठको विशिष्टीकरण तालिका प्रयोग गर्नुहोला ।

गणितको नयाँ विशिष्टीकरण तालिकाको माथिल्लो पङ्तिमा परीक्षामा मापन गरिने उद्देश्यहरूलाई देखाइएको छ जुन यसप्रकार छन् :

१. ज्ञान : तथ्य, सिद्धान्त र कथनहरूको स्मरण गर्ने,

२. बोध : तथ्य, परिभाषा, धारणा, सिद्धान्त आदिको बोध गर्ने,

३. सीप : सरसामानहरू चलाउने, ग्राफ चार्टहरू खिच्ने एवम् पढ्ने Algorithm को प्रयोग गर्ने र यान्त्रिक गणितीय हिसाबहरू गर्ने,

४. समस्या समाधान : आफूले आर्जन गरेको ज्ञान, बोध र सीपलाई नियमित समस्याहरू र नयाँ परिस्थितिमा आउने समस्याहरू समाधान गर्न प्रयोग गर्ने ।

विशिष्टीकरण तालिकाको पहिलो column ले सम्बन्धित तहको गणित विषयका विभिन्न क्षेत्रहरूको सूची देखाउँछ भने तेस्रो column ले ती क्षेत्रहरूमा पर्ने शीर्षकलाई जनाउँछ । त्यसैगरी बाँकी column हरूमा पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेअनुसारका विभिन्न उद्देश्यका तहहरू तथा ती तहका प्रश्नहरूको सङ्ख्या र प्रश्नहरूका अङ्कभार दिइएको छ । अन्तिम column मा सम्बन्धित क्षेत्रको जम्मा अङ्कभारहरू दिइएको छ ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) आफूले पढाउने कक्षाका विद्यार्थीहरूको अर्धवार्षिक परीक्षाका लागि विशिष्टीकरण तालिका निर्माण गर्नुहोस् र सो ढाँचाअनुसार प्रश्नपत्र तयार पार्नुहोस् ।

ख) **कक्षा ९-१० का गणित विषयका कक्षागत क्षेत्र र क्रमतालिका सम्बन्धी परियोजना कार्य**
निम्न तालिका अध्ययन गर्नुहोस् र विशिष्टीकरण तालिकामा दिइएका प्रश्न सङ्ख्या र अङ्कभारसँग यस तालिकामा दिइएका क्षेत्रगत पाठ्यभारसँग तुलना गर्नुहोस् ।

क.सं.	एकाइ/शीर्षक	कक्षा ९		कक्षा १०	
		विषयवस्तु	घण्टी	विषयवस्तु	घण्टी
१	समूह (Set)		६		-
२	अङ्कगणित (Arithmetics)		२५		२०
३	क्षेत्रमिति (Mensuration)		१५		१५
४	बीजगणितीय अभिव्यञ्जकहरू		२०		१२
५	रेखीय समीकरण तथा साधारण असमानताहरू (Linear equation & simple inequalities)		१८		६
६	ज्यामितीय आकृतिहरू र नाप (Geometrical shapes and measurement)		१५		८
७	त्रिकोणमिति (Trigonometry)		१६		१५
८	तथ्याङ्क (Statistics)		८		१२
९	सम्भाव्यता (Probability)		६		१०

ग) निम्नमाध्यमिक तहको गणित विषयको पाठ्यक्रमले तोकेको पाठ्यभार अनुसार कक्षा आठको विशिष्टीकरण तालिकाले छुट्याएको अङ्कभारका बीचमा तुलना गरी एउटा प्रतिवेदन तयार पार्नुहोस् ।

पाठ दुई : प्रश्नपत्र निर्माण र विश्लेषण (Test construction and Item analysis)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) असल प्रश्नका गुण तथा विशेषताहरू बताउन,

ख) प्रश्नका प्रकारअनुसार नमुना प्रश्नहरू निर्माण गरी देखाउन,

ग) प्रश्न विश्लेषण (Item analysis) गर्ने तरिका बताउन ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) असल प्रश्नका गुण तथा विशेषता

ख) कार्यकुशलता (Performance)

ग) प्रश्न विश्लेषण

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

हामीले वर्षौं देखि शिक्षण गर्दै आएका छौं । विद्यार्थीहरूलाई शिक्षण पश्चात सिकाइ कति हदसम्म भयो भन्ने कुराको नापो लिन हामी बारम्बार मौखिक तथा लिखित रूपमा प्रश्नहरू सोध्ने, अन्तरक्रिया गर्ने जस्ता कार्य गर्दै आएका छौं । यसरी विद्यार्थीको सिकाइको अपेक्षित स्तर र क्षेत्र मापनलाई प्रभावकारीरूपमा गर्न हामीले प्रयोग गर्ने गरेको प्रश्नहरू कस्तो हुनुपर्दछ जस्तो ठान्नुहुन्छ, एकैछिन विचार गरौं त ! हामीले विचार गरेका पक्षहरूसँग तल दिइएका बुँदाहरू कतिको मेल खान्छन्, एकपटक सरसर्ती हेरौं ।

क) असल प्रश्नका गुण तथा विशेषता

कुनै पनि कार्य गरिसकेपछि त्यो कार्य कतिको स्तरीय रूपमा गरियो भनी पुनरावृत्ति गर्ने गरिन्छ । यसरी पुनरावृत्ति गर्दा त्यस किसिमको कार्यमा प्रयोग गरिएका उपकरणहरू ठीक भएनन् भने सही निर्णयहरू लिन सकिँदैन र लिइएका निर्णयहरू पनि यथार्थभन्दा टाढा हुन्छन् । यसरी नै शिक्षण सिकाइ क्रममा प्रयोग गरिने प्रश्नहरू ठीक प्रकारका हुनु आवश्यक छ । त्यसैले सही निर्णय लिनको निमित्त असल प्रश्नहरूको वा परीक्षणको प्रयोग गरिनुपर्दछ । अब प्रश्न उठ्न सक्छ कि असल प्रश्नहरू कस्ता हुन्छन् ? यिनीहरूका विशेषताहरू के हुन् ? यसरी हेर्दा एउटा असल प्रश्न वा परीक्षणमा निम्न विशेषताहरू पाइन्छन् :

१. विभेदीकरण (Discrimination) २. सान्दर्भिकता (Relevance) ३. कुशलता (Efficiency) ४. व्यावहारिकता (Practicability) ५. पर्याप्तता (Adequacy) ६. विश्वसनीयता (Reliability) ७. वस्तुगतता (Objectivity) ८. वैधता (Validity)

१. **विभेदीकरण (Discrimination):** एउटा असल प्रश्नले कुनै पनि समूहका छात्रछात्राहरूमध्येबाट पढ्ने र नपढ्नेहरूलाई स्पष्टसँग छुट्याउन सक्ने हुनुपर्दछ । अथवा यसरी प्रयोग गरिएका प्रश्न पढ्ने विद्यार्थीले उत्तर दिन सक्ने र नपढ्ने विद्यार्थीले उत्तर दिन नसक्ने हुनुपर्दछ । एउटा परीक्षणमा सोधिएका सबै प्रश्नहरूमा विभेदीकरण क्षमता हुनुपर्दछ । प्रश्नहरूमा छनोटको अवसर नदिने, कठिनाइस्तर सकेसम्म उस्तै बनाउने तथा प्रश्नको निर्माणमा पूर्वाग्रह नराख्नेजस्ता उपायहरू गर्दा विभेदीकरण गर्न मद्दत मिल्छ ।

२. **सान्दर्भिकता (Relevance):** सोधिने प्रश्नहरू सन्दर्भअनुसार मेल खाने हुनुपर्दछ । विद्यार्थीको उमेर, क्षमता र समूहसँग मेल खाने खालको हुनुपर्दछ । यसको साथै वास्तविक जीवनसँग मेल खाने खालको हुनु पनि त्यत्तिकै आवश्यक छ । जस्तै : बजारमा १ किलो चामलको रु. ३० पर्छ भन्ने जान्दाजान्दै प्रश्न बनाउँदा बजारमा १ किलो चामलको रु. १२ मा पाइन्छ भने ५ किलो चामलको कति पर्छ भन्ने जस्ता प्रश्न सोध्नु राम्रो हुँदैन । यस्ता प्रश्नहरू प्रगतिशीलतातिर परिलक्षित हुनु पनि त्यत्तिकै आवश्यक छ ।

३. **कुशलता (Efficiency) :** निर्धारण गरेको समयावधिभित्र सोधिएका प्रश्नहरूको पर्याप्त र पूर्ण रूपमा उत्तरहरू दिनसक्ने भयोभने त्यस्तो प्रश्न कुशल विशेषता बोकेको भन्न सकिन्छ । तर विद्यार्थीको स्तरलाई झारेर सजिला प्रश्नहरू सोध्नुपर्छ भन्ने आसय भने यसको बिलकुलै होइन । त्यसैले विद्यार्थीको बौद्धिकस्तर र लेखाइको गति, उद्देश्य तथा निर्धारित समयलाई ध्यानमा राखेर बनाइएका प्रश्नहरू बढी कुशलताको गुण हुन्छ र यस्ता प्रश्नहरूलाई राम्रो प्रश्नको रूपमा हेरिन्छ त्यसैकारण एबेल (१९७२) भन्दछन् - "कक्षा परीक्षणको गुणको निरूपण गर्न कुशलताको कुरोलाई सधैं विचार गर्नुपर्दछ" (In judging the quality of a classroom test, the matter of efficiency should always be considered)

४. **व्यवहारिकता (Practicability) :** कुनै पनि अवस्थामा तयार पारिएका प्रश्नलाई यदि सामान्य श्रम र समय लगाएर सजिलैसँग प्रयोग गर्न सकिन्छ भने त्यस्ता प्रश्न व्यावहारिक छ भन्न सकिन्छ । यस्ता व्यावहारिकताको गुणभित्र निम्न कुराहरू हुनुपर्दछ :

- व्यवस्थापनमा सरलतालाई प्रस्ट र सरल निर्देशनहरू तथा निर्धारित समय र अङ्कहरू उल्लेख भएको,
- अङ्कन कार्यमा सरलता र उत्तरकुञ्जिकाहरू तथा जँचाइका निर्देशनहरूको उल्लेख भएको,
- व्याख्या र विश्लेषणका विधिहरू निर्धारण गरिएको,
- प्रश्नको छपाइ र पुनरुत्पादमा धेरै खर्च नलाग्ने र साथै गुणात्मकतामा पनि प्रभाव नपार्ने किसिमको,
- प्रश्नको भाषा सरल, निश्चित तथा छपाइ प्रष्ट भएको,

- प्रश्नहरू पाठ्यांशबाट निकालिएको ।

५. **पर्याप्तता (Adequacy) :** जेजति मापन गर्नुपर्ने हो ती सबै पक्षको परीक्षण गर्नमा समावेश हुनुपर्दछ । प्रश्नहरूको सन्तुलित निर्माणले पर्याप्ततालाई नजिक पुऱ्याएको हुन्छ । कुनै पक्षबाट धेरै प्रश्न सोध्ने कुनै पक्षबाट प्रश्न सोध्दै नसोध्ने गर्नाले पाठहरू छनोट गरी अध्ययन गर्ने बानीको विकास हुनसक्ने हुँदा परीक्षणमा पर्याप्तता र सन्तुलन कायम हुन सक्दैन । तसर्थ परीक्षणका प्रश्नहरूले उद्देश्य र विषयवस्तुहरूलाई पर्याप्त रूपले समेट्न सकेको हुनुपर्दछ ।

६. **विश्वसनीयता (Reliability) :** प्रश्नको उत्तर जाँचेर प्राप्त हुने अङ्क पत्यारिलो हुनपर्दछ । जसले जाँचेपनि अङ्कमा खास फरक नआउने र यसले विद्यार्थीको क्षमता किटान गर्न सक्ने हुनुपर्दछ । यसरी प्राप्ताङ्कमा हुने एकरूपता र निश्चितता नै विश्वसनीयता हो । त्यसैगरी एउटा परीक्षणलाई पटकपटक प्रयोग गर्दा पनि प्राप्ताङ्क लगभग समान आउने खालको प्रश्नहरूलाई पनि हामी विश्वसनीयतायुक्त प्रश्नमा गणना गर्दछौं ।

७. **वस्तुगतता (Objectivity) :** परिस्थितिजन्य तत्त्वहरूको प्रभावलाई न्यूनीकरण गर्न प्रश्नहरूलाई सकेसम्म वस्तुगतता प्रदान गर्नुपर्दछ । यसबाट विद्यार्थीहरूले आफ्नो कार्यसम्पादनको आधारमा अङ्क प्राप्त गर्नसक्ने र विश्वसनीयता समेत कायम हुन जान्छ । विषयगत प्रश्नहरूलाई सतर्कतापूर्वक निर्माण र उत्तर परीक्षण गरेमा वस्तुगतता ल्याउन सकिन्छ ।

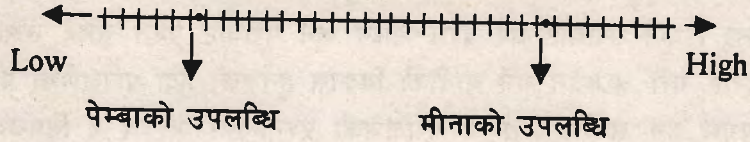
८. **वैधता (Validity):** जुन व्यवहार नाप्नलाई प्रश्न बनाइएको छ र यसले त्यसलाई कुशलतापूर्वक नाप्दछ भने त्यो प्रश्नमा वैधता हुन्छ । प्रश्नहरू उद्देश्यका आधारमा निर्माण गरिन्छन् । एउटा परिस्थितिमा बनाएको र वैध मानिएको प्रश्न अर्को परिस्थितिमा वैध नहुन सक्छ । जस्तै : ८ वर्ष उमेरका विद्यार्थीहरूका लागि तयार गरेको प्रश्नहरू १२ वर्षका बालबालिकाहरूलाई उपयुक्त नहुन सक्दछ ।

ख) कार्यकुशलता (Performance)

एकजना नयाँ शिक्षकले आफ्ना विद्यार्थीहरूको परीक्षा लिए । परिणाममा सबै विद्यार्थीहरू फेल भए । सबै विद्यार्थीहरूले अङ्क पाएका थिए । यो विवरण ती शिक्षकले चिन्तित हुँदै आफ्नो विषय विभागका प्रमुख समक्ष रिपोर्ट गरे । तर यसै परीक्षाको नतिजालाई निरीक्षकको निर्णयअनुसार उक्त परीक्षामा निश्चित अङ्क प्राप्त गर्ने विद्यार्थीलाई अनुत्तीर्ण मानेर ती शिक्षकले आफ्नो वस्तुगत स्ट्यान्डर्ड (Subjective standard) लाई आधार मानी विद्यार्थीहरूले कति मात्रामा राम्रो वा नराम्रो गरे भन्ने कुरा हेरेको पाए । यसरी Subjective वा objective

standard तोकेर त्यसैको आधारमा प्राप्त नतिजामा विद्यार्थी कति असल र खराब देखिए भन्ने निर्णय लिनु नै Performance को विश्लेषण हो ।

मूल्याङ्कनका आधारहरू



माथिको सूचनामा पेम्बा र मीनाको उपलब्धि दिइएको छ । यो उपलब्धिको निर्धारणका आधारहरू केके हुन सक्छन्, एकैछिन विचार गर्नुहोस् ।

यहाँ मोहन सरले विद्यार्थीहरूले कति सिके भनेर निर्णय लिन निम्न आधारहरू लिएका छन् :

क. शिक्षणको उद्देश्य,

ख. विद्यार्थीको उमेर, लिङ्ग, भौतिक अवस्था, मानसिक क्षमता, अघिल्लो उपलब्धि,

ग. अवस्थाअनुसार समाजले माग गरेका विषयवस्तु ।

ग) प्रश्न विश्लेषण

कक्षा ९ को प्रथम त्रैमासिक परीक्षामा गणित विषयमा सोधिएका २० प्रश्नहरूमध्ये त्यस कक्षाका १० विद्यार्थीहरूले दिएको उत्तरको विवरण यसप्रकार रह्यो :

विद्यार्थी को नाम	प्रश्न सङ्ख्या																				प्राप्ताङ्क
	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०	११	१२	१३	१४	१५	१६	१७	१८	१९	२०	
कमला	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	१९
मोहन	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	१७
उमा	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	१९
पार्वती	✓	×	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	१६
शीतल	✓	✓	×	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	×	✓	✓	✓	१६
चन्द्रदीप	✓	✓	✓	✓	✓	×	×	✓	✓	×	✓	✓	×	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	१४
हर्षमान	✓	✓	×	×	×	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	१६
राम मोहन	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	×	×	✓	×	✓	✓	×	✓	✓	✓	१५
किरण	✓	×	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	×	✓	✓	१६
गोविन्द	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	×	✓	×	×	×	×	×	१२

क) प्रश्न नं. ३ को कठिनाइस्तर कति हुन्छ ?

यहाँ,

प्रश्न नं. ३ को सही जवाफ दिने विद्यार्थी सङ्ख्या = ५

जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या = १०

$$\text{कठिनाइस्तर} = \frac{५}{१०} = \frac{१}{२} = \frac{\text{सही जवाफदिने विद्यार्थी सङ्ख्या}}{\text{जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या}}$$

ख) प्रश्न नं. ९ को विभेदीकरणसूचक कति हुन्छ ?

यहाँ,

U_R, माथिल्लो २७% विद्यार्थीमध्ये सही जवाफ दिने विद्यार्थी सङ्ख्या = ३ जना

L_R, तल्लो २७% विद्यार्थीमध्ये सही उत्तर दिने विद्यार्थीको सङ्या = २ जना

U_N, माथिल्लो २७% विद्यार्थीको कुल सङ्ख्या = ३

L_N, तल्लो २७% विद्याथीको कुल सङ्ख्या = ३

विभेदीकरण सूचक (P-level)

$$\text{(Discriminating index)} = \frac{U_R + L_R}{U_N + L_N} = \frac{३+२}{३+३} = \frac{५}{६}$$

$$\text{विभेदीकरण सूचक (D-score)} = \frac{U_R - L_R}{U_N \text{ or } L_N} = \frac{३-२}{३} = \frac{१}{३}$$

प्रश्न विश्लेषण गर्दा अपनाइने चरणहरू निम्नानुसार छन् :

- प्रत्येक विद्यार्थीको प्राप्ताङ्को जानकारी लिनु,
- मेरिटका आधारमा श्रेणीबद्ध गर्नु,
- उच्चतम र न्यूनतम समूह चिन्नु,
- प्रश्नको कठिनाइस्तर पत्ता लगाउनु,
- प्रश्नको वर्गीकरण सूचक पत्ता लगाउनु,
- प्रश्नको सूक्ष्ममूल्याङ्कन गरी कठिनाइस्तर र वर्गीकरण सूचकका आधारमा दिइएको प्रश्नलाई उपयोग गर्ने, सुधार गर्ने र हटाउने जस्ता निर्णय गर्नु ।

प्रश्न विश्लेषणका उपयोगिता

- शिक्षकहरूलाई प्रश्न बनाउने दक्षता बढाउँछ ।
- कक्षामा छलफलको आधार बन्छ । कुन प्रश्नको उत्तर कस्तो हुन्छ र उनीहरूले के लेखे भन्ने बारेमा छलफल हुने हुनाले विद्यार्थीहरूले पृष्ठपोषणको साथै सिकाइका अनुभवहरू पनि प्राप्त गर्दछन् ।
- कुन प्रश्नमा विद्यार्थीको केकस्तो कठिनाइ छ सो थाहा हुन्छ । यसका आधारमा विशेष कार्यक्रमहरू (जस्तै : वैयक्तिक शिक्षण, उत्तर लेख्ने सीपको प्रशिक्षण आदि) सञ्चालन गर्न सकिन्छ,
- शिक्षणमा प्रयोग गर्ने विधिमा सुधार ल्याउन आधार प्रदान गर्दछ ।
- प्रश्नलाई परिमार्जन, संशोधन र उपयुक्त बनाउन मद्दत गर्दछ ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) तपाईंले गणित शिक्षण सिकाइको क्रममा विद्यार्थीहरूको उपलब्धिको मापन गर्न प्रश्नहरू निर्माण गर्नुभएको होला । यसरी तपाईंले तयार गर्ने गरेका प्रश्नहरू कुनकुन किसिमका हुने गर्छन ? एकैछिन सम्झनुहोस् । निश्चय नै तपाईंले सोध्ने गर्नुभएका प्रश्नहरू निश्चित उत्तरात्मक प्रश्नहरू हुनुपर्दछ । किनकि गणित विषयमा स्वतन्त्र उत्तरात्मक प्रश्न सोध्ने गुञ्जायस ज्यादै न्यून रहन्छ । तल एस.एल.सी. परीक्षाको २०६१ सालमा प्रश्नपत्रको नयाँ ढाँचा तयार भएको विशिष्टीकरण तालिकाअनुसारको नमुना प्रस्तुत गरिएको छ । अध्ययन गर्नुहोस् र सोधिएका प्रश्नहरूको छलफल गर्नुहोस् ।

ख) माथि दिइएको कक्षा ८ को आधारमा कक्षा ८ को लागि नमुना प्रश्नपत्र तयार गर्नुहोस् । यसका लागि पाठपत्र १ मा दिइएका एस.एल.सी. परीक्षाको नमुना प्रश्नको सहयोग लिनुहोस् ।

पाठपत्र १

अनिवार्य गणित

एस.एल.सी. परीक्षाका लागि

नमुना प्रश्नपत्र

समय : ३ घण्टा
पूर्णाङ्क : १००
उत्तीर्णाङ्क : ३२

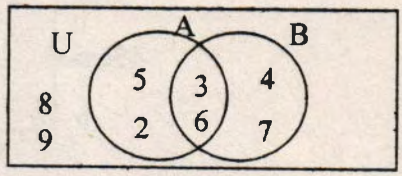
सबै प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् ।

समूह 'क'

[(2+2)x10 =40]

१. क) दिइएको भेनचित्र प्रयोग गरी निम्नलिखित समूहका सूची तयार पार्नुहोस् ।

i) (A U B)   ii) A-B



ख) खण्डीकरण गर्नुहोस् :

$x^2 - x - y^2 + y$

२. क) हल गर्नुहोस् :

$2^{x-3} = 1$

ख) सरल गर्नुहोस् :

$$\frac{a^2}{a-1} + \frac{2a}{1-a}$$

३. क) दिइएको रेखाको झुकाव र y - खण्ड पत्ता लगाउनुहोस् :

$2x + y = 3$

ख) सरल गर्नुहोस् :

$$\sqrt[3]{16x^5y^7} \div \sqrt[3]{2x^2y^4}$$

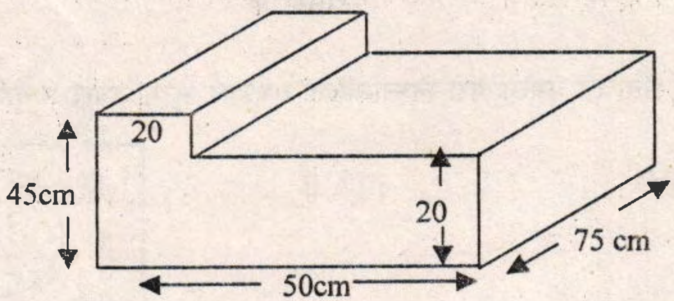
४. क) एउटा कक्षामा छात्रको सङ्ख्या ४० थियो जुन कुल विद्यार्थी सङ्ख्याको २०% हो भने सो कक्षामा कतिजना छात्रा थिए ?

ख) २० युनिटसम्म प्रतियुनिट रु ४ र २१ देखि २०० युनिटसम्म रु ७.३० को दरले विद्युत महसुल लाग्दछ भने ७२ युनिटको विद्युत महसुल कति तिर्नुपर्दछ ?

५. क) एउटा आयताकार खेतको लम्बाइ चौडाइभन्दा ५ मिटर बढी छ । यदि सो खेतको परिमिति ११० मिटर छ भने खेतको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

ख) एउटा बेलनाकार वस्तुको आयतन १५.४० घन से.मि. र यसको आधारको परिधि ४४ से.मि. छ भने यसको उचाइ निकाल्नुहोस् ।

६. क) चित्रमा दिइएको भऱ्याङको आयतन निकाल्नुहोस् ।



ख) एउटा समूहमा रहेका ८ व्यक्तिहरूको तौल (के.जी.मा) निम्नानुसार छ भने सो को मध्यिका तौल निकाल्नुहोस् ।

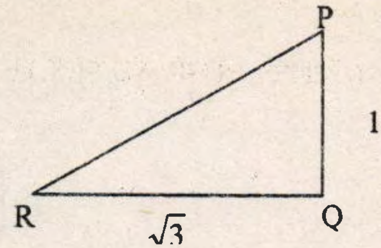
47, 61, 15, 34, 56, 22, 40, 67

७. क) एउटा तासको गड्डीबाट नहेरीकन एउटा पत्ती थुत्दा सो पत्ती रातो वा राजा हुने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस ।

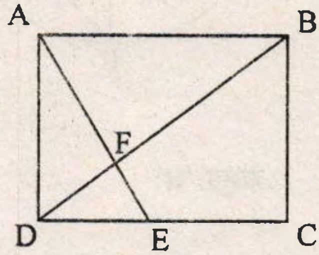
ख) एउटा झोलामा ५ ओटा काला र ४ ओटा सेता बलहरू छन् । दुई बलहरू नदोहोऱ्याइकन एकपछि अर्को झिक्दा हुने सम्भाव्यतालाई वृक्ष चित्रमा देखाउनुहोस् ।

८. क) त्रिभुज $\triangle$ ABC मा $\angle$ ABC $=110^0$, $\angle$ ACB$=40^0$, AB= 5 cm र BC= 8 cm भए त्रिभुज ABC को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

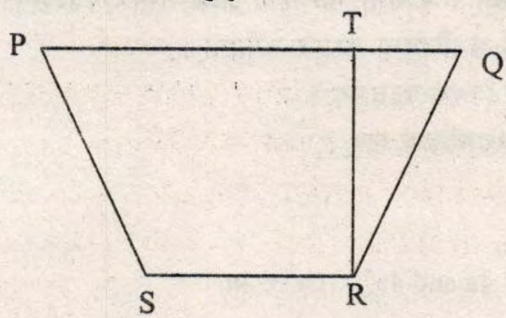
ख) दिइएको चित्रबाट Sinα को मान निकाल्नुहोस् ।



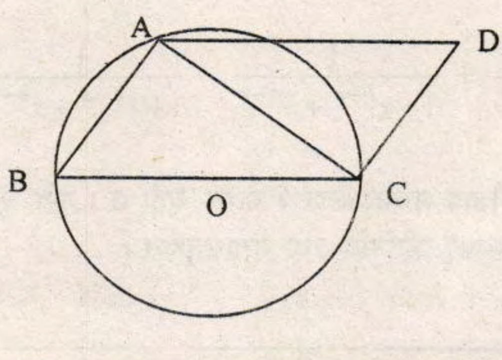
९. क) दिइएको चित्रमा ABCD एउटा वर्ग हो । यदि $\angle$ DAF =25^0 भए $\angle$ BEF को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



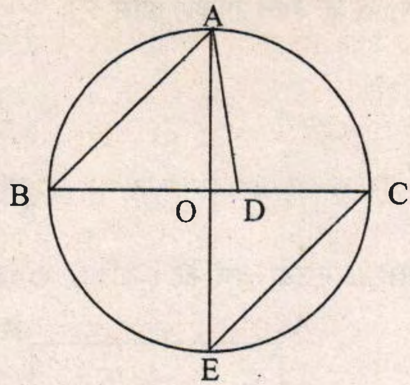
ख) दिइएको चित्रमा PQRS समलम्ब चतुर्भुज हो । RT $\perp$ PQ छ । यदि PQ = 8 cm, SR= 6 cm र RT = 4 cm भए समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



१० क) दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । BC व्यास हो । यदि $\angle$ ADC = 55^0 भए $\angle$ACB को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



ख) दिइएको चित्रमा AE व्यास हो । $AD \perp BC$ छ । सिद्ध गर्नुहोस् : $\triangle ABD \sim \triangle ACE$



समूह 'ख' 15 X 4= 60

११ क) विद्यार्थीहरूको एउटा समूहमा २० जना लेखा पढ्दछन्, २१ जना गणित पढ्दछन् र १८ जना इतिहास पढ्दछन् । ७ जना लेखामात्र पढ्दछन्, १० जना गणित मात्र पढ्दछन्, ६ जना लेखा र गणित मात्र पढदछन् र ३ जना गणित र इतिहासमात्र पढ्दछन् ।

(i) उक्त तथ्यलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ii) कतिजना सबै विषय पढदछन् ?

(iii) जम्मा कति विद्यार्थीहरू छन् ?

१२. म.स. निकाल्नुहोस् :
$3a^4 - 8a^3 + 4a^2, a^3 - 4a$ and $4a^3 - 10a^2 + 4a$

१३. यदि a, b, c र d निरन्तर समानुपाति छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :
$(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$

१४. सरल गर्नुहोस् :

$$\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{a-c}} + \frac{1}{1+x^{c-a}+x^{b-a}}$$

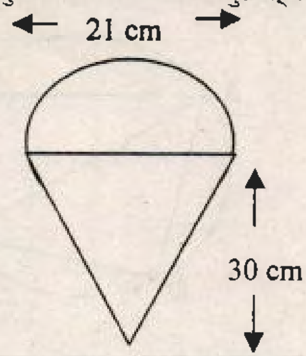
१५. एउटा आयतको चौडाइ लम्बाइभन्दा ३ से.मि. घटी छ । यदि सो आयतको क्षेत्रफल ८८ वर्ग से.मि. छ भने आयतको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

१६. हरिले कुनै काम ५ दिनमा र मोहनले सोही काम १० दिनमा गर्न सक्छन् । हरि एक्लैले सो काम २ दिनसम्म गरेर छाड्छ र बाँकी काम मोहनले सिध्याउँछ भने सो काम सुरु गरेको कति दिनमा पूरा होला ?

१७. एउटा प्रकाशकले आफ्नो पुस्तकको मूल्य क्रयमूल्यभन्दा ४०% बढाएर अङ्कित गरेछ । यदि उसले पुस्तक वितरकलाई १५% छुट दिन्छ भने उसको नाफा प्रतिशत निकाल्नुहोस् ।

१८. रामले रु ५००० तिरेर एउटा साइकल किनेछ र ३ वर्ष प्रयोग गरेका रु ३६४५ मा बिक्री गर्‍यो भने ह्रासकट्टी दर कति होला ?

१९. तल चित्रमा दिइएको ठोस वस्तुको आयतन निकाल्नुहोस् ।



२०. एकजना अवलोकनकर्ताले आफ्नो घरको छतबाट सडकमा रोकिएको एउटा कारलाई अवलोकन गर्दा उसले अबनतिकोण ६०° पाएछ । यदि सो कार घरको फेदबाट ५० मिटरको दूरीमा रहेछ भने घरको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

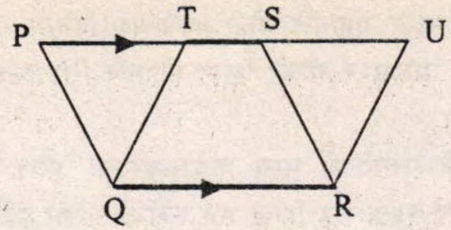
२१. दिइएको तथ्याङ्कको आधारमा पहिलो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
विद्यार्थी सङ्ख्या	4	6	10	7	3

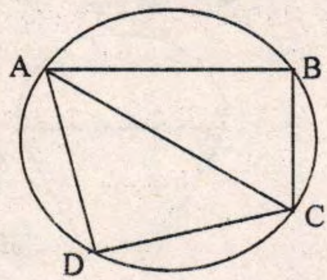
२२. चित्रमा समानान्तर चतुर्भुज PQRS र TQRU एउटै आधार QR र उही समानान्तर रेखाहरू PU र QR बीच छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(i) $\triangle POT \cong \triangle SRU$

(ii) ▱PQRS को क्षेत्रफल = ▱TQRU को क्षेत्रफल



२३. तल दिइएका चित्रमा ABCD एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो । यदि AB=AC भए $\angle BDE$ को अर्धक AD हो भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



२४. चक्रीय चतुर्भुज WXYZ मा $\angle W + \angle Y = 180^0$ हुन्छ भनी प्रयोगद्वारा सिद्ध गर्नुहोस् । (तीनओटा फरक नापका चित्र बनाउनुपर्नेछ । वृत्तको अर्धव्यास कम्तीमा ३ से.मि. हुनुपर्दछ ।)

२५. तल दिइएको नापअनुसार चतुर्भुज ABCD रचना गर्नुहोस् र उक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफल बराबर हुने गरी एउटा त्रिभुज रचना गर्नुहोस् ।
$AB + BC = 5.9$ cm, $CD = AD = 6.2$ cm र $\angle BAD = 60^0$

माथि प्रस्तुत गरिएको नमुना प्रश्नपत्र अध्ययन गर्नुभयो होइन त ! उक्त प्रश्नपत्रको नमुना कस्तो लाग्यो ? त्यसमा सोधिएका प्रश्नहरू कस्ताकस्ता प्रकारका पाउनुभयो ? दिइएका प्रश्नहरूलाई निम्नलिखित तालिका प्रस्तुत गर्दै उत्तर टिप्नुहोस् :

संज्ञानताहरू	प्रश्नसङ्ख्या/प्रश्न नं.	जम्मा प्रश्न
Knowledge		
Understanding		
Reasoning		
Application		
Problem solving skills		

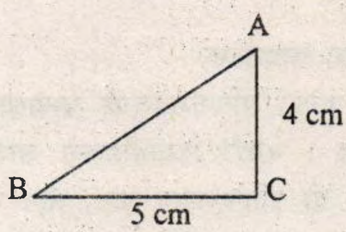
पाठपत्र २

तलका प्रश्नहरू पढ्नुहोस् र यी प्रश्नहरू तपाईंलाई कस्तो लाग्छ ? असल प्रश्नका विशेषता तथा गुणका आधारमा लेख्नुहोस् ।

तलका कुनै ४ प्रश्नको जवाफ दिनुहोस् :

१. एउटा बेलनाको उचाइ 7 cm छ । त्यसको आधारको क्षेत्रफल 54 cm^2 छ । यो सिलिन्डरको आयतनसँग बराबर हुने गोलाको व्यास कति हुन्छ ?

२. चित्रबाट त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



३. खण्डीकरण गर्नुहोस् :
$2x^2 - 7x + 5$

४. सरल गर्नुहोस् :

$$\frac{a^2 + ab}{a - b} \div \frac{ab}{a^2 - b^2}$$

५. हल गर : $3x^2 - 2x - 8 = 0$

पाठ तीन : मूल्याङ्कनका साधनहरू (Assessment instruments)

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) गणितमा प्रयोग गरिने मूल्याङ्कनका साधनहरू पहिचान गर्न,

ख) मूल्याङ्कनको वैधतालाई यसको सान्दर्भिकता र विश्वसनीयतासँग तुलना गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) गणितमा प्रयोग गरिने मूल्याङ्कनका साधनहरू

ख) मूल्याङ्कनको वैधता, सान्दर्भिकता र विश्वसनीयतासँगको तुलनात्मक अध्ययन

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

क) गणितमा प्रयोग गरिने मूल्याङ्कनका साधनहरू

विद्यार्थीहरूको सिकाइबाट आर्जन गरेका प्रतिफलहरूको मात्रालाई मूल्याङ्कन गर्न विभिन्न माध्यमहरूको प्रयोग गर्नुपर्ने हुन्छ । यसरी विद्यार्थीहरूले आर्जन गर्ने प्रतिफलहरू केके हुन्छन् ? तपाईं सम्झनुहोस् त ! यी प्रतिफलहरू ज्ञान, सीप र व्यवहारसम्बन्धी हुन्छन् । गणित विषयमा हामीले प्रयोग गर्दै आएका औजारहरूमध्ये सबैभन्दा प्रचलनमा रहेका र महत्त्वपूर्ण ठानिएको लिखित परीक्षा नै हो । तर यस्ता परीक्षाले मूलतः ज्ञानको सिकाइ नाप्न उपयुक्त भएतापनि सीप र आचरणको मूल्याङ्कन गर्न भने पर्याप्त हुँदैन । यस्ता सीप तथा आचरणसम्बन्धी व्यवहारहरू केके हुन्छन् ? एकैछिन तिनको पुनरावृत्ति गरौं न । यहाँ ग्रनलुन्ड (१९७६) ले लिखित परीक्षणद्वारा जाँच्न नसकिने सिकाइ प्रतिफलहरूको सूची बनाएका थिए जुन यसप्रकार छ :

सीपहरू : बोल्ने, प्रयोगशालामा प्रयोग गर्ने, नाच्ने, कागजको फूल बनाउने, सामाजिक सीप, खेलकुद सीप आदि ।

कार्यआदतहरू : योजना निर्माण, समय, साधन र उपकरणको उपयोग आदि ।

सामाजिक प्रवृत्तिहरू (Social attitudes) : अरूको उपकारको चिन्ता, कानुनको सम्मान, अरूको सम्पत्तिको सम्मान, समाजको विकासका निम्ति काम गर्ने चाहना आदि ।

वैज्ञानिक प्रवृत्तिहरू (Scientific attitudes) : खुल्लामन (Open minded), कारण र यसको असर सम्बन्धप्रति संवेदनशीलता, खोजी गर्ने मन (An inquiring mind) आदि ।

अभिरूचिहरू (Interests) : विभिन्न शैक्षिक, यान्त्रिक, सौन्दर्यात्मक, वैज्ञानिक, सामाजिक, मनोरञ्जनात्मक एवम् व्यावसायिक रूचिहरू

अनुप्रशंसा (Appreciation) : प्रकृति, सङ्गीत, कला, साहित्य, सामाजिक योगदान, शारीरिक सीप (जस्तै : जिम्नास्टिक, स्केटिङ, भलिबल, चट्टान आरोहण आदि) को प्रशंसा गर्ने र आनन्दित हुने

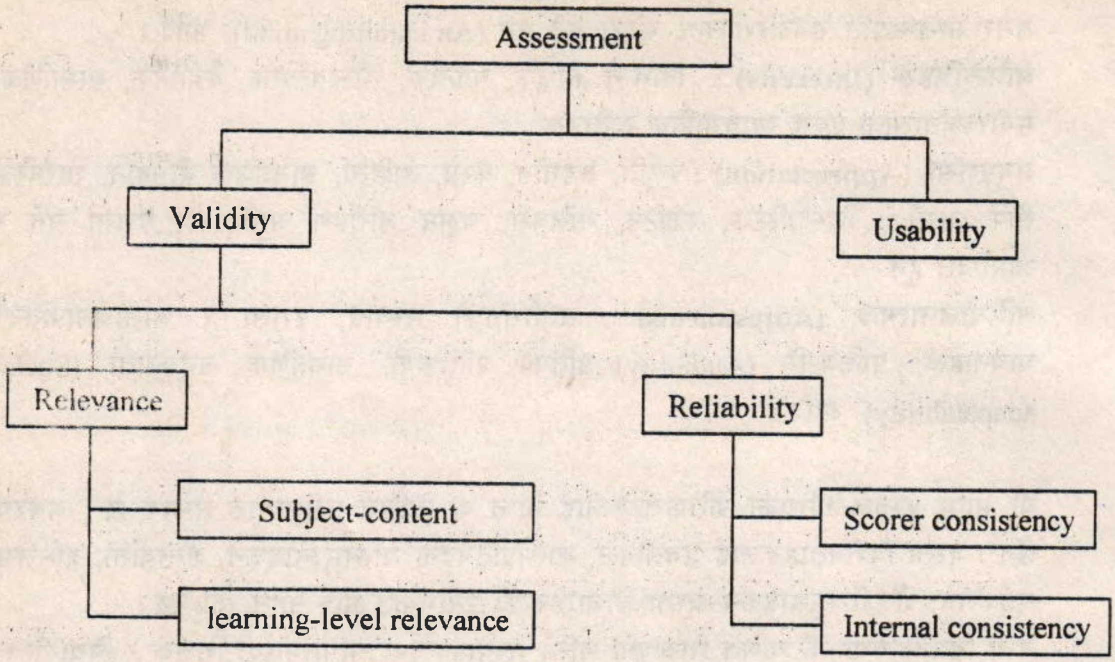
अभियोजनात्मक (Adjustments) : साथीसँगको सम्बन्ध, प्रशंसा र आलोचनाप्रतिको भावनाहरू, प्राधिकारि (Authority) प्रतिको प्रतिक्रिया, सामाजिक अनुकुलता (Social adapatability) आदि ।

यी माथि प्रस्तुत गरिएका प्रतिफलहरूलाई नाप्न के लिखित परीक्षाबाट सम्भव छ , अवश्य छैन । यस्ता विशेषताहरूलाई अवलोकन, आत्मप्रतिवेदन, आत्ममूल्याङ्कन, अन्तर्वार्ता, अभिलेख सङ्कलन, दौंतरी मूल्याङ्कन जस्ता औजारहरूको प्रयोगबाट मात्र नाप्न सकिन्छ ।

अन्य विषयहरूमा झैं गणित शिक्षणमा गरिने मूल्याङ्कनमा सामान्यतया शिक्षक र विद्यार्थीहरू सङ्लग्न भई उद्देश्य तथा विषयवस्तुको उपलब्धिको लेखाजोखा गरिन्छ । मूल्याङ्कनले विद्यार्थी, शिक्षक र विषयवस्तु तीनओटै तत्त्वको लेखाजोखा गर्नुपर्ने हुन्छ । यस्तो अवस्थामा गणित शिक्षणमा गरिने मूल्याङ्कनलाई परीक्षामा मात्र सीमित नराखी उद्देश्यमूलक र उपलब्धिमूलक मूल्याङ्कनका लागि परीक्षालाई यसको एउटा साधनको रूपमा विकास गरी अन्य साधनहरूको अनुकुलता अनुसार उपयोग गर्नुपर्ने हुन्छ । मूल्याङ्कनका धेरै किसिमका प्रविधिहरू विकसित भए पनि हाम्रा गणित शिक्षकहरूले विद्यार्थीको मूल्याङ्कनका लागि निम्नानुसार साधनहरू उपयोग गर्नु उपयुक्त हुन्छ :

- विद्यार्थीका सम्पूर्ण प्रगति तथा क्रियाकलापको अवलोकन गरी व्यवस्थित अवलोकन किताब खडा गर्ने,
- नियमित रूपमा विद्यार्थीहरूको मौखिक परीक्षा लिनुका साथै प्रत्येक एकाइ र पाठको अन्त्यमा पाठका उद्देश्य अनुरूपका प्रश्नहरू सोध्ने,
- गृहकार्य दिई यसलाई व्यावहारिक रूपले परीक्षण गर्ने, प्रतिक्रिया तथा सुझावहरू दिने र तुलना गर्ने,

ख) मूल्याङ्कनको वैधता, सान्दर्भिकता र विश्वसनीयता



एउटा असल परीक्षा वा प्रश्नपत्रमा सामान्यतया हुनुपर्ने केही गुणहरू तल उल्लेख भएकाछन् । एकपटक अध्ययन गरौं :

वैधता (Validity)

जुन परीक्षाको मापन गर्न खोजिएको क्षमताको मापन गर्न सफल हुन्छ त्यो नै प्रामाणिक वा वैधतायुक्त परीक्षा हो । प्रत्येक परीक्षाले निर्धारित शैक्षिक उपलब्धिहरू प्राप्त भए भएनन् भनी छुट्याउन सक्ने हुनुपर्दछ । यसरी निर्धारित उद्देश्यको मापन गर्न सक्नु नै त्यो प्रश्नपत्र वा परीक्षाको वैधताको गुण हुनु हो । यसले मनोवैज्ञानिक आचरण वा गुण (Psychological trait or quality) सँग समेत सहसम्बन्ध (corelation) स्थापना गरे तापनि विषयवस्तुको ज्ञान र व्यावहारिक परिवर्तनसँगै नै यसको विशेष सम्बन्ध कायम हुन्छ ।

परीक्षा वा प्रश्नको वैधतालाई निम्नानुसार विभाजन गरी हेर्न सकिन्छ :

१. **विषयगत वैधता (Content validity) :** परीक्षाको वैधताले निर्दिष्ट शैक्षणिक उद्देश्यहरू वा विषयवस्तुलाई उपयुक्त तरिकाले ढाक्न सक्ने गुणलाई विषयगत वैधता भन्ने बुझिन्छ । कुनै पनि परीक्षाले शैक्षणिक उद्देश्यहरूअनुरूप उपलब्धि हासिल भएनभएको कुरा छुट्याउन सक्नुपर्दछ । उद्देश्य र प्रश्नहरूबीच सहसम्बन्ध स्थापित हुनसकेमा मात्र यो सम्भव छ । परीक्षामा विषयगत वैधता कायम गर्न मापन गर्नुपर्ने मुख्य मुख्य

विषयवस्तुहरूका शीर्षकहरू र त्यसका मुख्य मुख्य उद्देश्यहरूको सूची तयार गरी तिनीहरूको सापेक्षिक महत्त्व अनुसारको भार दिनु र त्यसैअनुरूप विशिष्टीकरण तालिका निर्माण गर्नुपर्दछ । विषयवस्तुसँगको परीक्षाका प्रश्नहरूको तुलना गरी विषयवस्तुजन्य वैधताको मात्रा थाहापाउन सकिन्छ ।

२. **रचनात्मक वैधता (Costruct validity) :** रचनात्मक एउटा मनोवैज्ञानिक धारणामा आधारित हुने भएकोले यस्तो वैधताले परीक्षाको अङ्कको शुद्धतालाई कुनै मनोवैज्ञानिक आचरण वा गुणका आधारमा व्याख्या गर्ने कुरालाई जनाउँछ । यस अन्तर्गत शील, स्वभाव, अभिवृत्ति, प्रवृत्ति, बुद्धि, व्यक्तित्व, उत्प्रेरणा जस्ता कुरालाई नाप्न निर्माण गरिएका प्रश्नहरूको वैधताको परीक्षण समावेश हुन्छ । यसरी जब परीक्षाको अङ्कलाई विवेक गर्ने योग्यताका रूपमा व्यक्त गरिन्छ तबमात्र रचनात्मक वैधता भएको मानिन्छ । कुनै पनि व्यक्तिले पहिले नै उपलब्धि परीक्षा र बुद्धि परीक्षाबीचको सहसम्बन्ध अहिले लिएको बुद्धि परीक्षामा पनि कायम रहेमो त्यस्तो परीक्षा वैध परीक्षा मानिन्छ । रचनात्मक वैधताको परीक्षण दुई आधारमा गर्न सकिन्छ । पहिलो, परीक्षा र उनीहरूका कार्यबीचको सम्बन्धका बारेमा कुनै दक्ष व्यक्ति वा विशेषज्ञको अध्ययन वा विचार र दोस्रो, परीक्षा र अन्य विशेषताहरूको सम्बन्धको स्तर निर्धारण गरी वैधताको परीक्षण गरिन्छ ।

३. **आधार प्रासङ्गिक वैधता (Citerion related validity):** कुनै पनि प्रश्नपत्र वा परीक्षाले विद्यार्थीको वर्तमान तथा भविष्यमा हुने व्यवहारलाई मापन गर्छ भने त्यस्तो प्रश्नपत्रमा आधार प्रासङ्गिक वैधता भएको मानिन्छ । यस्तो वैधतालाई पूर्वकथनात्मक र समवर्ती गरी दुई भागमा बाँड्न सकिन्छ :

क) **पूर्वकथनात्मक वैधता (Prdictive validity):** पूर्व कथनात्मक वैधताले वर्तमानमा लिएको परीक्षाले विद्यार्थीको भविष्यको व्यवहारको पूर्वसूचना दिने वा भविष्यवाणी गर्ने कुरालाई जनाउँछ । कुनै परीक्षाले विद्यार्थीको भविष्यमा हुने स्तर निर्धारण गर्दछ भने त्यस्तो परीक्षामा पूर्वकथनात्मक वैधता भएको मानिन्छ । यसरी एउटा परीक्षालाई मूल्याङ्कन गरिसकिएको परीक्षाको नतिजासँग तुलना गरेर पूर्वकथनात्मक वैधता निकालिन्छ ।

ख) **समवर्ती वैधता (Concurret validity):** कुनै परीक्षाको परिमाण ८ विद्यार्थीको वर्तमान व्यवहारबीचको सम्बन्धलाई समवर्ती वैधताबाट थाहापाउन सकिन्छ । विद्यार्थीले परीक्षामा प्राप्त गरेका अङ्क ८ उसको व्यवहारमा समानता देखिएमा त्यस्तो परीक्षा वा प्रश्नमा समवर्ती वैधता भएको मानिन्छ । एउटै उद्देश्य मापन गर्न लिएको फरक फरक परीक्षाको प्राप्ताङ्कमा समानता आएमा त्यस्ता परीक्षालाई वैध परीक्षा भनिन्छ । त्यसैगरी एउटै सीप वा क्षमताका लागि लिइने फरकफरक

परीक्षाका प्राप्ताङ्कबीच धनात्मक सहसम्बन्ध (Positive correlation) भएको पाइएमा त्यस्तो परीक्षामा समवर्ती वैधता भएको मानिन्छ ।

आधार प्रासङ्गिक वैधताको मापन गर्न सामान्यतया तथ्याङ्कशास्त्रीय विधिको प्रयोग गरिन्छ । वैधता पत्ता लगाउने तथ्याङ्क शास्त्रीय विधिको एउटा उदाहरण हेरौं जुन तल प्रस्तुत गरिएको छ

उदाहरण : एकजना शिक्षकले कक्षा १० का विद्यार्थीहरूमध्ये १० जनालाई दुईपटक परीक्षा लिए जसको अङ्क विवरण निम्नानुसार पाइयो :

विद्यार्थी	पहिलो परीक्षा		दोस्रो परीक्षा		D= R1-R2	D^2
	प्राप्ताङ्क X	क्रम R1	प्राप्ताङ्क Y	क्रम R2		
क	75	2	85	2	0	0
ख	80	1	75	3	-2	4
ग	65	6	90	1	5	25
घ	72	3	70	5	-2	4
ङ	50	9	60	8	1	1
च	40	10	55	9	1	1
छ	68	5	72	4	1	1
ज	70	4	65	6	-2	4
झ	55	8	50	10	-2	4
ञ	60	7	62	7	0	0

यहाँ,

$$r = 1- \frac{6\sum d^2}{N(N^2-1)} = 1- \frac{6X44}{10(100--1)} \quad [\ \Sigma d^2 = 4+25+4+1+4+1+4+4=44]$$

$$= 1- \frac{264}{10X99} = \frac{990-264}{990} = \frac{726}{990} = 0.73$$

अब प्रश्नको वैधता निर्धारण गर्न निम्न आधार लिने गरिन्छ :

यहाँ,

r = सहसम्बन्धमो गुणन

D = क्रम भिन्नता

N = विद्यार्थी सङ्ख्या

वैधता निर्धारण आधार :

r = 0.9 देखि 1 सम्म एकदमै उच्च वैधता रहेको

r = 0.8 देखि 0.9 सम्म उच्च वैधता रहेको

r = 0.6 देखि 0.8 सम्म सन्तोषजनक वैधता रहेको

r = 0.4 देखि 0.6 सम्म सामान्य वा कम वैधता रहेको

r = 0.0 देखि 0.4 सम्म एकदमै कम वैधता भएको मानिन्छ ।

परीक्षाको वैधतालाई सुनिश्चित गर्न परीक्षा सञ्चालन व्यवस्थापन तथा अन्य बाह्यतत्त्वहरू पनि हुनसक्छन् जुन निम्नलिखित छन् :

- परीक्षाका प्रश्नहरूको निर्देशन, प्रश्नमा प्रयोग गरिएका शब्द र वाक्यको बनोट, कठिनाइको स्तर, प्रश्नपत्रको सङ्ख्या र क्रम, उत्तरहरूका सङ्केतहरू (clues) आदि ।
- पाठ्यविषय र अध्यापन विधि
- परीक्षाको उत्तर दिने समय, नक्कल गर्ने प्रवृत्तिको रोकथाम, अङ्कनको विश्वसनीयता आदि ।
- परीक्षार्थीको मनस्थिति, संवेग, शारीरिक अवस्था जस्ता मनोवैज्ञानिक तथा शारीरिक स्थिति,
- विद्यार्थीको उमेर, लिङ्ग, योग्यताको तह, शैक्षिक, सामाजिक तथा साँस्कृतिक पृष्ठभूमि आदि ।

सान्दर्भिकता (Relevance)

सान्दर्भिकताको कुरा गर्दा यहाँ गणितका विषयवस्तु र सिकाइको स्तर दुबैको बारेमा हेर्नुपर्दछ । कुनैपनि एकाइको लागि निर्धारित लक्ष्य र त्यो लक्ष्य पूरा गर्न निर्धारण गरेका उद्देश्यहरूसँग गणिका विषयवस्तु र सिकाइका तहहरूबीच निकटम सम्बन्ध रहनुपर्दछ । तोकिएका गणितका विषयवस्तुसँग विद्यार्थीहरूले केकति सफल रूपमा क्रियाकलापमा सक्रिय भए, (जस्तै, धारणा विकास, सहसम्बन्ध पत्ता लगाउनु, सामान्य ज्ञान, गणनात्मक सीप, बोध र सञ्चार, प्रयोग (

उपयोग), सिर्जनात्मक सोचाइको विकास, अनुप्रशंसा वा प्रयास गर्न उत्सुक) त्यसको निर्धारण विद्यार्थीले प्राप्त गर्ने परीक्षाको प्राप्ताङ्कले प्रतिनिधित्व गर्न सक्नुपर्दछ ।

विश्वसनीयता (Reliability)

इच्छा गरिएको सिकाइको लक्ष्यमा पुग्न सान्दर्भिक विषयवस्तु भएर वैध नतिजामा पुग्न सकिँदैन । यसका लागि यो विश्वसनीय पनि हुनु त्यत्तिकै जरूरी छ । विश्वसनीय हुनको लागि Internal consistency र Score consistency दुबै हुनु आवश्यक छ ।

यदि एउटा साथीले तपाईंलाई यसो भन्दैछन् "गणित त ज्यादै दिक्कलाग्ने विषय हो, मलाई थाहाछैन तपाईं कसरी यसको अध्ययन गर्न सकिरहनुभएको छ ।" तपाईं साथीको भनाइमा यसो भन्दै हुनुहुन्छ, "त्यसोभए तपाईंले गणितलाई ज्यादै रुखो विषय ठान्नुभयो हैन ?" अनि साथीको जवाफ यस्तो छ, "अबश्य नै ! खासगरी समस्यासमाधान गर्न म सङ्ख्या प्रयोग गर्न मनपराउँछु र ज्यामितिमा केही सुन्दरता छ भन्ने कुरा पनि मलाई थाहा छ ।"
यहाँ तपाईंको साथीलाई गणित मनपर्ने हो या होइन ? यो भनाइमा विवादास्पद र आफैंमा बाझिएको देखिन्छ । तपाईंले साथीको भनाइलाई हेर्ने हो भने यहाँ Internal consistency नभएको स्पष्ट देखिन्छ।

त्यसैगरी एउटा उदाहरण तल प्रस्तुत गरिएको छ हेरौं -
एकाइमा दिइएको एउटा उद्देश्य - दिइएको समकोण त्रिभुजका एकाइहरूबाट विद्यार्थीहरूले यसको क्षेत्रफल गणना गर्ने छन् (algorithmic skill)
यो उद्देश्यमा आधारित भई तयार गरिएको प्रश्नपत्र यस्तो छ :
क. एउटा 5 से.मि, 4 से.मि र 3 से.मि भुजा भएको समकोण त्रिभुजले कति क्षेत्रफल ढाक्दछ तलको बाकसमा आफ्नो हिसाब देखाउनुहोस् ।

उत्तरकुञ्जिका - पूर्णाङ्क ४
A = ½ bh को प्रयोगको लागि = १ अङ्क
गणनामा 4 र 3 को प्रयोग गरिएमा = १ अङ्क

क्षेत्रफल ७ लेखिएमा (एकाइ नदिइ) = १ अङ्क
क्षेत्रफल = ७ वर्ग से.मि. लेखेमा = १ अङ्क

ख. यदि $\angle B = 90$, AB = 6cm, BC = 8cm र AC = 10 cm भए त्रिभुज ABC को भित्र 1 वर्ग से.मि. का कति टुक्राहरू टाँस्न सकिन्छ ? तलको बाकसमा हिसाब गरी देखाउनुहोस् ।

उत्तरकुञ्जिका - पूर्णाङ्क ४
A = ½ bh को प्रयोगको लागि = १ अङ्क
गणनामा 6 र 8को प्रयोग गरिएमा = १ अङ्क
क्षेत्रफल २४ लेखिएमा (एकाइ नदिइ) = १ अङ्क
क्षेत्रफल = २४ वर्ग से.मि. लेखेमा = १ अङ्क

माथिका प्रश्नहरू निम्न ५ जना विद्यार्थीबाट उत्तर गराउँदा प्राप्ताङ्क यसप्रकार पाइयो -

विद्यार्थी	प्रश्न 'क' मा प्राप्ताङ्क	प्रश्न 'ख' मा प्राप्ताङ्क
हरि	३	४
मनिका	४	२
सरला	२	३
देवेन्द्र	३	०
सुमन	१	४

यहाँ हरिको उपलब्धिस्तर सबैभन्दा उपल्लो देखिन्छ भने देवेन्द्रको सबभन्दा तल्लोस्तर देखिन्छ । त्यसैगरी सुमन र सरलाको स्तर तिनीहरूको बीचमा पर्दछ । अब यहाँ प्रश्न उठ्छ के देवेन्द र सुमनले समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल गणना गर्न जान्दछन् त ? यहाँ प्रश्न 'क' को आधारमा हेर्दा देवेन्द्रले जानेको तर सुमनले नजानेको देखिन्छ । फेरि प्रश्न 'ख' बाट हेर्दा देवेन्द्रले नजानेको तर सुमनले जानेको देखिन्छ । यहाँ यी दुई विद्यार्थीको उपलब्धिस्तर एकअर्कामा बाभि्कने देखिन्छ । यसरी हेर्दा यो प्रश्नमा आन्तरिक निश्चितता (Internal consistency) नभएको देखिन्छ ।

यदि दिइएका उत्तरकुञ्जिकाहरू सही छन् र यसलाई इमान्दारिताकासाथ प्रश्नको scoring मा उपयोग भएको छ भने त्यहाँ Scorer consistency भएको हुन्छ । किनकि यसरी गरिने मापनमा एकभन्दा बढी परीक्षकले परीक्षण गर्दा पनि score मा समानता आउँछ । त्यसैले Scorer consistency कायम गर्न प्रत्येक प्रश्नको उत्तरको अङ्क दिने निश्चित आधारहरू (Scoring keys) तयार गर्दा ती scores का आधार बुँदाहरू विशिष्ट हुनुपर्दछ । यस्ता विशिष्टतायुक्त आधारको प्रयोग गरी जोसुकैले उत्तर परीक्षण गरेमा पनि प्राप्ताङ्कमा समानता र एकरूपता कायम हुनजान्छ ।

यसरी विश्वसनीयता पत्ता लगाउने विधिहरू निम्नानुसार छन् :

१. **परीक्षण पुनःपरीक्षण विधि (Test retest method):** एउटै परीक्षा अथवा प्रश्नलाई उही समूहम दुई पटक प्रयोग गरी ती परीक्षाका प्राप्ताङ्कहरूबीचको सहसम्बन्ध पत्ता लगाएर विश्वसनीयताको मापन गरिन्छ । यसरी निकालिएको सहसम्बन्धलाई स्थिरताको गुणाङ्क (Coefficient of stability) भनिन्छ ।

२. **समरूप विधि (Equivalent form method):** उस्तै किसिमका दुई भिन्दाभिन्दै परीक्षाबाट निकालिएको समरूपी गुणाङ्कका आधारमा विश्वसनीयताको मापन गर्ने विधिलाई समरूप विधि भनिन्छ ।

३. **समद्विभाजन विधि (Split-half method):** एउटै परीक्षालाई दुई भागमा बाँडेर ती दुई भागबाट प्राप्त प्राप्ताङ्कहरूको सहसम्बन्ध निकाल्ने विधिलाई समद्विभाजन विधि भनिन्छ । यस विधिमा विचार गर्नुपर्ने कुरा के छ भने ती दुई भागमा प्रश्नहरू समान कठिनाइस्तरका हुनुपर्छ । यसबाट निकालिएको सहसम्बन्धलाई आन्तरिक एकरूपताको गुणाङ्क (Corelation of internal consistency) भनिन्छ । यो विधिबाट विश्वसनीयता पत्ता लगाउने सरल तरिका जोर र विजोर प्रश्नमा विद्यार्थीले प्राप्त गरेको अङ्क छुट्याई दुई भाग लगाएर ती दुई भागबीचको सहसम्बन्ध पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

प्रश्नपत्रको आन्तरिक एकरूपताको गुणाङ्क निकाल्नको लागि Spearman brown ले दिएको सूत्र र Kuder-Richardson ले दिएको सूत्रको प्रयोग गर्न सकिन्छ ।

Spearman ले दिएको सूत्र : $r_{22} = \frac{2r_{11}}{1+r_{11}}$

जहाँ, r_{22} = Total reliability

r_{11} = Reliability of questions splited into halves

त्यसैगरी Kuder-Richardson ले दिएको सूत्र :

$$r_{21} = \frac{n}{n-1}[1- \frac{M(n-M)}{n\sigma^2}]$$

जहाँ,

r_{21} = reliability coefficent

n = number of test item

M = mean

σ = Statndard deviation

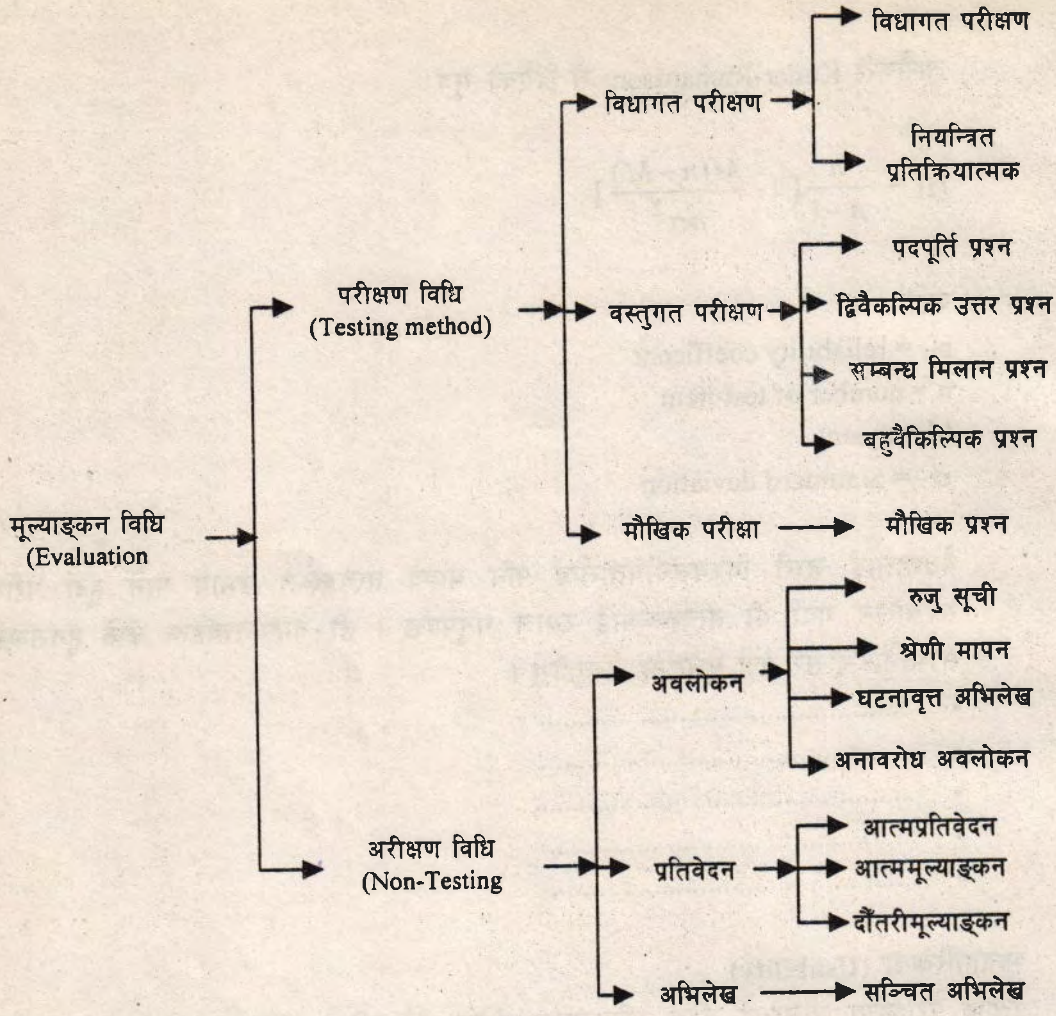
वैधतालाई जस्तै विश्वसनीयतालाई पनि बाह्य तत्त्वहरूले प्रभाव पार्ने हुँदा परीक्षा सञ्चालन गर्दा यी तत्त्वहरूलाई ख्याल गर्नुपर्दछ । ती बाह्यतत्त्वहरू केके हुनसक्छन् सम्फनुहोस् तर तल बुलेटमा लेख्नुहोस् ।

- ....
- ....
- ....
- ....
- ....

व्यवहारिकता (Usability)

प्रत्येक परीक्षामा त्यसलाई सरल तरिकाबाट प्रयोग गर्न सकिने गुणहरू हुनुपर्दछ । परीक्षाको व्यवहारिकतामा मुख्यरूपले निम्नलिखित कुराहरू समावेश हुन्छन् :

- सञ्चालन गर्न सजिलो हुनुपर्छ ।
- अङ्कन गर्न सजिलो हुनुपर्छ ।
- परीक्षाका प्रश्नहरू किफायती तरिकाले तयार गर्नुपर्छ ।
- परीक्षाको परिणामको व्याख्या र प्रयोग गर्न सजिलो हुनपर्दछ ।



ग) परीक्षण विधि (Testing method)

१. विषयगत परीक्षण र प्रश्न :

कोबिल्ड शब्दकोश (१९९२) अनुसार 'विषयगत' भनेको यस्तो कुरा हो जुन तथ्यभन्दा व्यक्तिगत विचार वा भावनाहरूद्वारा प्रभावित भएको हुन्छ वा यिनीहरूमा आधारित हुन्छ (Something at is influenced by or based on personal opinion or feeling rather that on facts). लङम्यान शब्दकोषले यसलाई "मन भित्र रहने कुरो (Existing in the mind)" भनेको छ । विषयगत प्रश्न भनेको त्यस्तो प्रश्न हो जसमा विद्यार्थीले आफ्नो व्यक्तिगत विचारअनुसार उत्तर लेख्न पाउँछन् र जसको गुणात्मकताको निर्धारण कार्यमा

परीक्षकको आफ्नो मानसिकता, पूर्वाग्रह एवम् विचारहरूले प्रभाव पार्दछ । जसबाट गुणात्मकताको निर्धारण कार्यमा विविधता आउँछ ।

१.१ **निबन्धात्मक प्रश्न (Essay question) :** यसमा उत्तरहरू लामो निबन्धको रूपमा लेखिन्छ उत्तरहरू विस्तृत हुन्छन् । विद्यार्थीले आफ्नो सिकाइ, अनुभव, ज्ञान तथा तर्कलाई विस्तृत रूपमा सङ्गठित ढङ्गले लेखेर प्रस्तुत गर्दछन् । उत्तर कति लामो हुन्छ भन्ने कुरा विद्यार्थीको स्तरमा भर पर्दछ ।

१.२. **नियन्त्रित प्रतिक्रिया प्रश्न (Restricted response item) :** यस्तो प्रश्नको रूप र क्षेत्र सीमित हुन्छ । उत्तरहरू एकदुई वाक्यदेखि एक अनुच्छेद वा आधा पृष्ठसम्मको हुन्छ । यसमा लेख्नुपर्ने कुराहरू सीमित हुन्छन् । गणितका अधिकांश प्रश्नहरू यसै प्रकारका हुने गर्दछन् ।

२. **वस्तुगत प्रश्न (Objective question)**

कोबिल्ड शब्दकोश (१९९२) अनुसार 'वस्तुगत' भनेको यस्तो सूचना वा कुरा हो जुन तथ्यमा आधारित हुन्छ र जसलाई देख्न र नाप्न सकिन्छ (Information that is objective relates to or is based on facts and things that can be seen or measured). लङम्यान शब्दकोश अनुसार यिनीहरू मनदेखि बाहिर हुन्छन् र व्यक्तिगत भावना र विचारहरूद्वारा प्रभावित हुँदैनन् (Existing outside the mind, not influenced by personal feelings or opinions)

२.१ **पदपूर्ति प्रश्न (completion question) :** यस्तो प्रश्नमा मुख्य शब्द नराखी एउटा अपूरो वाक्य हुन्छ जसमा एकदुई शब्द वा अङ्क लेखेर वाक्य पूरा गरिन्छ वा एउटा विशिष्ट प्रश्नको सङ्क्षिप्त र विशिष्ट उत्तर दिन्छ । त्यसैले यसलाई खाली ठाउँमा भर्ने प्रश्न वा सङ्क्षिप्त उत्तरात्मक प्रश्न पनि भनिन्छ ।

कार्मेल र कार्मेल (१९७८) हरूका अनुसार यो प्रश्न विषयगत प्रश्नसँग सम्बन्धित हुन्छ त्यसैले यसले वस्तुगत र विषयगत प्रश्नको बीचमा एउटा साँघुको काम गर्दछ । यो वस्तुगत हो किनकि यसमा उत्तर पूर्वनिर्धारित हुन्छ र यो विषयगत जस्तो पनि हुन्छ किनकि यसमा उत्तर छनोट नगरीकन प्रत्याह्वान गरेर दिनुपर्ने हुन्छ । यो प्रश्न विशेष गरी विशिष्ट तथ्य वर्गीकरण एवम् तार्किक क्षमता नाप्न प्रयोग गरिन्छ ।

नियन्त्रित प्रतिक्रिया प्रश्न र सङ्क्षिप्त उत्तरात्मक प्रश्नमा फरक छ । पहिलोको आकार ठूलो हुन्छ । यसमा लेख्नुपर्ने शब्द, वाक्य वा अनुच्छेद तोकिएको हुन्छ । उत्तरको आकारलाई नियन्त्रित गरिन्छ । तर सङ्क्षिप्त उत्तरात्मक प्रश्नको उत्तर ज्यादै सीमित रूपमा एकदुई शब्द वा बढीमा एउटा वाक्यमा दिइन्छ ।

२.२ **द्वि-वैकल्पिक उत्तर प्रश्न (Alternate response question) :** यस्तो प्रश्नमा एउटा कथन हुन्छ जसका दुई उत्तरहरू हुन्छन् । विद्यार्थीले उत्तरहरूलाई चिनेर ठीक बेठीक वा

साँचो झुठो भनेर छुट्याउँछन् । त्यसैले 'दुई उत्तरको बहुवैकल्पिक प्रश्न' (Two response multiple question) पनि भन्ने गरिन्छ । यसलाई स्टयान्ली र हप्किन्स (१९७८) हरूले 'निश्चित उत्तर प्रश्न' (Fixed response question) भनेका छन् । यसमा छुट्टै उत्तरहरू नभइकन कथन आफैंमा उत्तरहरू हुन्छन् । यस्तो प्रश्नद्वारा विद्यार्थीको तथ्यको सत्यता छुट्याउने र कारण असरको पहिचान गर्ने क्षमता तथा उसको प्रवृत्ति, अभिबोध, विश्वास, रुचि, आदि जाँच्न प्रयोग गरिन्छ ।

२.३ **सम्बन्ध मिलन प्रश्न (Matching question):** यस्तो प्रश्नको दुई भाग हुन्छ : प्रश्नको भाग जसलाई प्रस्तावना (Premises) भनिन्छ र उत्तरको भाग जसलाई प्रत्युत्तर (Response) भनिन्छ । यसमा प्रश्नहरू र उत्तरहरू दिइएका हुन्छन् । विद्यार्थीले प्रश्नसँग मिल्ने उत्तरको सम्बन्ध देखाउँदछ । यो प्रश्नको मुख्य प्रयोजन विद्यार्थीले विभिन्न सम्बन्धहरू देखाउन सक्दछ वा सक्दैन सो जाँच्नु हो ।

२.४. **बहुवैकल्पिक प्रश्न (Multiple choice question) :** बहुवैकल्पिक प्रश्नलाई अन्य वस्तुगत प्रश्नहरूमध्ये सबैभन्दा उत्तम मानिन्छ । यसले सबै किसिमका उच्च मानसिक क्रियाहरू नाप्न सक्दछ । प्रवेश परीक्षा, विश्वविद्यालयको समसामयिक परीक्षणहरू, स्तरीकृत परीक्षणहरू तथा लोकसेवा आयोगको परीक्षामा यसलाई प्रशस्त प्रयोग गरिन्छ । एबेल (१९७९) अनुसार बुद्धिचालको खेल वास्तवमा बहुवैकल्पिक परीक्षा हो । यसमा खेलाडीले धेरै चालहरूमध्ये थोरै चालमा मात्र गम्भीररूपले विचार गर्दछ र सबैभन्दा उत्तम चालको छनोट गर्दछ ।

बहुवैकल्पिक प्रश्नमा समस्या र उत्तरहरू रहेका हुन्छन् । यो प्रश्नमा दुई खण्डहरू हुन्छन् प्रश्न र उत्तर । प्रश्नको खण्डलाई stem र उत्तरको खण्डलाई Alternative or option भनिन्छ । यस्ता विकल्पहरू तीनभन्दा बढी हुन्छन् । यस्ता विकल्पहरू मिल्दो र नमिल्दो दुई थरीका हुन्छन् । मिल्दो विकल्पलाई उत्तर (Answer) र नमिल्दो विकल्पलाई विकर्षक (Distractor) भनिन्छ । परीक्षार्थीले प्रश्न पढेर दिइएका विकल्पहरूमध्ये मिल्दोलाई छानेर चिनो लगाउँछ । विकर्षकहरू राख्नुको मुख्य उद्देश्य नपढ्ने र दृढ विश्वास नहुने विद्यार्थीहरूको ध्यान सही उत्तरबाट हटाउनु हो ।

३. **मौखिक परीक्षण (Oral test) :** गुरुकुल प्रणालीको शिक्षामा शिक्षण सिकाइ र परीक्षणको मुख्य आधार नै मौखिक सम्भाषण र प्रयोगात्मक हुने गर्दथ्यो । बाइबलमा न्यायकर्ता १२ :५-६ (Judges 12:5-6) एप्रैमीहरूसँग (Ephrain) परिचय माग्दा उनीहरूले 'Shibboleth' (शिब्बोलेता) को सट्टा 'Sibboleth' (सिब्बोलेता) भनी गलत उच्चारण गरेको कारण गिलादीहरू (Gileadites) ले ४२,००० एप्रैमीहरूको हत्या गरेको पाइन्छ । प्राचीन समयमा लेखन र मुद्रण सामग्रीहरू व्यापकरूपमा उपलब्ध नभएको हुनाले योग्ताको निर्धारण मौखिक परीक्षणद्वारा नै गर्ने गरिन्थ्यो । नालन्दा विश्वविद्यालयका चार

ढोकाहरूमा चारजना विद्वानहरू रहन्थे जसले विश्वविद्यालयमा भर्ना लिन चाहने विद्यार्थीलाई मौखिक प्रश्नद्वारा उसको योग्यता जाँची प्रवेश दिने वा नदिने निर्णय गर्दथे। अहिले पनि यो प्राचीन परम्पराको प्रयोग प्रशस्तै हुन्छ। जागीर वा पदोन्नतिका प्रत्याशीहरूको छनोट प्रक्रियामा मौखिक प्रश्नहरूद्वारा हुने अन्तरवार्ता पनि गर्ने गरिन्छ। विद्यालयमा भर्ना हुन चाहनेहरूलाई लिखितका साथै मौखिक प्रश्नहरूद्वारा परीक्षण गर्ने चलन पनि पाइन्छ। पी.एच.डी. गर्नेहरूलाई अन्तर्वार्ता गरिन्छ।

मौखिक प्रश्न विषयगत प्रश्नको एउटा रूप हो। यसमा प्रश्नकर्ता र उत्तरदाता दुवै आमुन्ने सामुन्ने बस्दछन् र यी दुइका बीचमा प्रत्यक्ष मौखिक अन्तर्क्रियाहरू हुन्छन्। प्रश्नहरू मौखिक रूपमा सोधिन्छ र मौखिक रूपमै उत्तरहरूको अपेक्षा गरिन्छ।

घ) अपरीक्षण विधि (Non-testing method)

१. अवलोकन प्रविधि (Observational techniques)

शिक्षक र विद्यार्थीको माझमा सम्पर्क भइरहन्छ। यस्ता सम्पर्कहरूद्वारा विद्यार्थीको बोलीबचन तथा बानीव्यवहारहरू थाहा हुन्छ। यिनीहरूलाई राम्ररी निरीक्षण गरी अभिलेख राख्ने गरेमा विद्यार्थीको विकासको क्रम बुझ्न सजिलो हुन्छ।

१.१. रुजुसूची (Check list) : यो अवलोकनको यस्तो विधि हो जसमा शिक्षकले सूचीबद्ध गरिएका व्यवहार वा गुणहरूको अवलोकन गरी विद्यार्थीमा ती छन् वा छैनन् भनी चिनो लगाई ठहर गर्दछन्। यो हो वा होइन (Yes/No) किसिमको परीक्षण हो। यसमा अवलोकन गरिने व्यवहारहरूलाई अघिबाटै निर्धारण गरिन्छ त्यसैले यो औपचारिक वा संरचित हुन्छ।

१.२. श्रेणीमापन (Rating scale) : कतिपय गुणहरूको रुजुसूची गरेर मात्र यिनीहरूको विकास स्पष्ट चित्रण हुँदैन। यस्तो गुणको विकास कुन हदसम्म वा कुन मात्रामा भएको छ सो बुझ्न आवश्यक हुन्छ। यसको निमित्त श्रेणीमापनको प्रयोग गरिन्छ। श्रेणीमापन भनेको एउटा यस्तो मापदण्ड हो जसमा विद्यार्थीले प्राप्त गर्नुपर्ने विशिष्ट गुण वा व्यवहारको मात्रालाई शब्द, वाक्यांश, वाक्य वा अङ्कद्वारा श्रेणीबद्ध गरिन्छ। ग्रनलुन्ड (१९७६) को शब्दमा "एउटा श्रेणी निरूपण गर्नुपर्ने विशेषता वा गुणहरूको एउटा समूहको साथै ती गुणहरूको उपस्थितिको मात्रा बताउने मापदण्ड हुन्छ।" (A rating scale consists of a set of characteistics or qualities to be judged and some type of scale for indicating the degree to which each attribute is present). श्रेणीमापन पनि एक किसिमको रुजुसूची नै हो तर यसले गुण छ वा छैन भन्न मात्र नदेखाएर यसको मात्रा पनि देखाउँछ। सङ्ख्यात्मक, रेखात्मक, वर्णनात्मक र क्रमाङ्कन गरी चार किसिमबाट श्रेणीमापन गर्न सकिन्छ।

१.३. घटनावृत्त अभिलेख (Ancedotal record) : अङ्ग्रेजीमा एउटा उखान छ ' Action speakls louder than words.' कर्म शब्दले भन्दा ठूलो स्वरले बोल्दछ । अर्थात कुनै व्यक्तिले बोल्दा वा उसलाई बोल्न लगाएर उसको बारेमा जति जानिन्छ त्यो भन्दा बढी उसले देखाएको व्यवहारद्वारा उसलाई जानिन्छ । वचन र कर्मको बीचमा तारतम्य नमिलेको बेला व्यक्तिको वचनलाई भन्दा व्यवहारलाई नै बढी महत्त्व दिइन्छ । प्रसिद्ध साहित्यकार इस्सन भन्दछन् "एक हजार शब्दले त्यत्तिको गहिरो प्रभाव पार्दैन जतिको एउटा कार्यले पार्दछ ।" (A thousand words will not have so deep an impression as one deed). यही कुरा घटनावृत्त अभिलेखमा पनि चरितार्थ हुनछ । विद्यार्थीको विद्यालय जीवनमा निकै महत्त्वपूर्ण घटनाहरू घट्दछन् जसले उसको विकास क्रमलाई सङ्केत गरिरहेका हुन्छन् । यस्ता घटनाहरूको अभिलेख बनाएमा उसको व्यक्तिगत, सामाजिक विकासका क्रमहरू थाहा पाउन मद्दत मिल्दछ । यस्ता महत्त्वपूर्ण घटनाहरूको अभिलेखलाई नै घटनावृत्त अभिलेख भनिन्छ । उदाहरणका लागि कक्षामा सधैं लाज मान्ने विद्यार्थी नाच्ने कार्यक्रममा बढी उत्साहित हुनुको उसको एउटा लुकेको व्यवहार पत्ता लाग्दछ । घटनावृत्त अभिलेखको कुनै पूर्वयोजना हुँदैन । यो आकस्मिक र अनौपचारिक हुन्छ । जुन बेला कुनै महत्त्वपूर्ण व्यवहार देखिन्छ त्यही बेला यसको टिपोट गरिन्छ । यसम परिचय, घटना वर्णन र व्याख्या गरी तीन खण्डमा टिपोट राख्ने गरिन्छ ।

१.४ अनावरोध मूल्याङ्कन (Unobstructive evaluation) : यो मूल्याङ्कन गर्ने कुनै विशेष विधि होइन । यो विशेष गरी अवलोकन गर्ने एउटा तरिका मात्र हो । यसमा विद्यार्थीलाई उसले गरिरहेको काममा बाधा नदिइ वा थाहा नदिई अप्रत्यक्ष रूपले अवलोकन गरी टिपोट गरिन्छ । त्यसैले यसलाई 'अदृश्य' मूल्याङ्कन (Hidden evaluation) पनि भन्न सकिन्छ । उदाहरणका लागि विद्यार्थीहरूलाई आफ्नो उपलब्धिको बारेमा लेख्न लगाएर, अभिभावकहरूसँग कुराकानी गरेर सञ्चितअभिलेखहरू पल्टाएर आदिद्वारा मूल्याङ्कन गरिन्छ । साथै किताबहरूको रखाइद्वारा किताबप्रतिको उसको व्यवहार थाहा हुन्छ । कुनै विषयको कुनै किताब बढी मैलो र भित्र बढी चिनोहरू छन् भने विद्यार्थीको यो विषयप्रतिको चाहना रहेको बुझिन्छ । कक्षा नोट लेखिरहेको बेला उसको हस्तलेखन, हिज्जे आदि थाहा हुनसक्छ भने छलफलको बेला उसको उच्चारणको शुद्धता आदि थाहा पाउन सकिन्छ ।

२. मूल्याङ्कनको प्रतिवेदन विधि (Reporting technique of evaluation) : अवलोकनद्वारा विद्यार्थीको धेरै व्यवहारहरूको मूल्याङ्कन गर्न सकिन्छ । विद्यार्थीका हस्तलेखन कस्तो छ, सूक्ष्मदर्शक यन्त्रको प्रयोग कसरी गर्दछ, रचना गर्दा कम्पासको प्रयोग कसरी गर्दछ आदि अवलोकनबाट राम्ररी थाहापाउन सकिन्छ । तर अन्य कतिपय यस्ता अप्रत्यक्ष व्यवहारहरू हुन्छन् जसलाई न त लिखित परीक्षाद्वारा थाहापाउन सकिन्छ

न त अवलोकनद्वारा नै । यसको निमित्त मूल्याङ्कन कार्यमा विद्यार्थी स्वयम् सङ्लग्न हुनुपर्दछ र उसले दिएको प्रतिवेदनको आधारमा उसको मूल्याङ्कन गर्नुपर्ने हुन्छ । यसमा प्रश्नावली, आत्मवर्णन, आदि प्रविधिहरू प्रयोग गरिन्छन् । यस्तो मूल्याङ्कनले अन्य साधनहरूद्वारा प्राप्त सूचनाहरूलाई बल पुऱ्याउँछ । यस्ता मूल्याङ्कनहरू आत्मप्रतिवेदन, आत्ममूल्याङ्कन र दौंतरी मूल्याङ्कनहरू हुन् ।

२.१. **आत्मप्रतिवेदन (Self report) :** विद्यार्थीले आफ्नो बारेमा आफैंले प्रतिवेदन दिने काम गर्दछ यसबाट दुई किसिमका जानकारीहरू प्राप्त हुन्छन् - विद्यार्थीको विगतका व्यवहारहरू र उसको आन्तरिक जीवन (जस्तै - पीरहरू, रुचि, डर, आफूप्रति र अरूप्रतिको आफ्ना भावना आदि जानकारीहरू) (ग्रन्डलुन्ड १९७६) यसको निमित्त अर्न्तवार्ता, प्रश्नावली, जीवनगाथा र विवरण सूची (Inventory) को प्रयोग गरिन्छ । यस्तो आत्मप्रतिवेदन प्रथम पुरुषमा लेखिन्छ ।

२.२. **आत्ममूल्याङ्कन (Self evaluation) :** यसले विद्यार्थी आफैंलाई चिन्न मद्दत गर्दछ । यसमा 'आफूले आफैंलाई चिन' भन्ने उक्ति लागू हुन्छ । यो पनि एक किसिमको आत्मप्रतिवेदनको नै एउटा रूप हो । यसमा विद्यार्थीले विभिन्न मुद्दाहरूलाई लिएर आफ्नो मूल्याङ्कन गर्दछ जसबाट अरूको दाँजोमा उसको शैक्षिक प्रगति के कस्तो छ र कुनै दुःखद घटनाप्रति उसको कस्तो भावना छ सो पत्ता लाग्दछ ।

२.३. **दौंतरी मूल्याङ्कन (Peer appraisal) :** एउटा विद्यार्थीको कतिपय व्यवहारहरू जस्तै नेतृत्व क्षमता, अरूप्रतिको चासो, प्रभुत्वकारिता, लोकप्रियता जस्ता विशेषताहरूको सबल र दुर्बल पक्षहरू शिक्षकलाई भन्दा बढी थाहा उसका साथीहरूलाई हुने गर्दछ । यसैले दौंतरीको बारेमा दौंतरीद्वारा नै थाहा लिने गरेमा उसको विकासका उपरोक्त पक्षहरूको बारेमा राम्रो सूचना प्राप्त हुनसक्छ । यसरी एउटा साथीको लेखाजोखा अर्को साथीले गोप्य रूपमा गर्दछ । यो मूल्याङ्कनमा 'अन्दाज गर' र समाजमिति (Sociometric) विधिको प्रयोग गरिन्छ ।

३. **सञ्चित अभिलेख (Cumulative record) :** यो मूल्याङ्कनको विशेष विधि होइन । यसमा अन्य साधनहरूद्वारा प्राप्त सम्पूर्ण विवरणहरूको सङ्कलन गरिएको हुन्छ । विद्यार्थी विद्यालयमा भर्ना भएदेखि नछाड्ुञ्जेलसम्म उसको सम्पूर्ण प्रगति र गतिविधिलाई स्थायी किसिमले एउटा अभिलेखको रूपमा राखिन्छ जसलाई सञ्चित अभिलेख भनिन्छ । यसले विद्यार्थीको विकास क्रमको एउटा इतिहास प्रस्तुत गर्दछ । त्यसैले यसलाई 'विद्यार्थीको शैक्षिक इतिहास' पनि भनिन्छ । यसलाई फर्म बनाएर वा रजिस्टरमा हरेक वर्ष राखिन्छ ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

क) यो पाठमा अध्ययन गर्नुभएका विषयवस्तुहरूको स्मरण गर्दै तपाईंले विद्यालयमा विद्यार्थीको मूल्याङ्कनको क्रममा गर्नुभएका कार्यहरू जस्तै प्रश्नपत्रको तयारी, परीक्षा सञ्चालन आदि कार्यमा केकस्ता समानता र भिन्नता महसुस गर्नुभयो आफ्ना साथीहरूबीच छलफल गर्नुहोस् । आगामी दिनमा परीक्षासम्बन्धी क्रियाकलापमध्ये प्रश्नपत्र निर्माण र प्रश्न विश्लेषण गर्दै यसका वैधता र विश्वसनीयता कायम गर्न तपाईंले चाल्नसक्ने उपायहरूको सूची तयारपारी प्रशिक्षक र साथीहरूलाई देखाउनुहोस् ।

ख) माथि प्रस्तुत अपरीक्षण विधिहरूमध्ये तपाईंले विद्यालयमा प्रयोग गर्ने गर्नुभएका उपकरणहरू कुनकुन पर्दछन् र आउँदा दिनमा केकस्ता थप विधिको प्रयोग गर्ने विचार राख्नुभएको छ, साथीहरूसँग अन्तर्क्रिया गर्नुहोस् ।

पाठ चार : उत्तरकुञ्जिका (Marking scheme)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

- क) उत्तरकुञ्जिकाको महत्त्व बताउन,
- ख) प्रश्नको कठिनाइस्तर र प्रश्नको लम्बाइ निश्चित गर्न,
- ग) अङ्क (Mark) को वितरण गरी देखाउन र उत्तरकुञ्जिका तयार पार्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

- क) उत्तरकुञ्जिकाको महत्त्व,
- ख) प्रश्नको कठिनाइस्तर र प्रश्नको लम्बाइ,
- ग) अङ्क (Mark) को वितरण ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) उत्तरकुञ्जिकाको महत्त्व

परीक्षा सञ्चालनको एउटा महत्त्वपूर्ण पक्ष उत्तरपुस्तिका परीक्षण पनि हो । परीक्षण त्रुटिपूर्ण भयो भने परीक्षाफलमा विश्वसनीयता रहँदैन । उत्तरपुस्तिका परीक्षणलाई व्यवस्थित गर्न प्रश्नपत्रमा दिएको निर्देशनबाहेक उत्तरकुञ्जिका र परीक्षण निर्देशिका तयार पार्नुपर्दछ । उत्तरपुस्तिका परीक्षणका लागि उत्तरकुञ्जिका र परीक्षण निर्देशिका तयार गरिएमा अङ्कनमा एकरूपता कायम हुन गई मापन गर्न खोजिएको कुरा ठीक ढङ्गले नाप्न सहयोग पुग्दछ । विषयगत र वस्तुगत परीक्षाको उत्तरपुस्तिका परीक्षण गर्ने प्रविधि फरकफरक हुनसक्छ । अझ भन्नुपर्दा विषयगत परीक्षाको उत्तरपुस्तिका परीक्षण गर्ने कार्य निकै जटिलल छ । एकातिर अन्य वस्तुगत परीक्षाको अङ्कनको तुलनामा विषयगत परीक्षाको अङ्कन वस्तुनिष्ठ नहुने सम्भावना बढी रहन्छ भने अर्कोतिर विश्वसनीयताको मात्रा पनि कम हुन्छ । त्यसैगरी वस्तुगत परीक्षामा भन्दा अन्दाजले उत्तर मिल्ने सम्भावनाको कारण विश्वसनीयत कम हुन सक्दछ । यस्तो स्थितिमा परीक्षणलाई बढी विश्वसनीय र वस्तुगत बनाउन प्रयोग गर्न सकिने उपायहरूको उल्लेख गर्नु सान्दर्भिक हुन्छ । प्रत्येक गणित शिक्षकले उत्तरपुस्तिका परीक्षणको योजना गर्दा यी कुरालाई ध्यान दिनु आवश्यक हुन्छ ।

विषयगत परीक्षाको अङ्कन गर्ने तरिका (Scoring of subjective test)

विषयगत परीक्षाको अङ्कनलाई विश्वसनीय र वस्तुगत बनाउनका लागि अपनाउन सकिने केही उपायहरू यहाँ उल्लेख गरिएको छ :

१. **बुँदा अङ्कन विधि (Point scoring method):** उत्तरपुस्तिका परीक्षणका लागि नमुना उत्तर तयार गरी वा प्रत्येक उत्तरका मुख्य मुख्य भाग वा बुँदाहरू छुट्याई ती बुँदाहरूमा अङ्क विभाजन गर्नुपर्दछ । खासगरी गणितमा यो विधिले अङ्कन गरिनु बढी उपयुक्त देखिन्छ किनकि गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने क्रममा Series of mathematical logics को प्रयोग गर्नुपर्दछ । तीमध्ये विद्यार्थीले प्रयोगमा ल्याएको logics को मात्रालाई यी चरणहरू प्रत्येकले बताउँछन् । गणितीय समस्याहरू समाधानका प्रत्येक चरणको अङ्क विभाजन गरी अङ्क दिनुपर्छ । सामान्यतया ठीक चरणलाई अङ्क दिई गल्ती भएको चरणभन्दा पछिल्ला चरणहरूमा अङ्क नदिने गरिन्छ तापनि यो कुराको निर्धारण सम्बन्धित प्रश्नको स्वरूपले गर्दछ । तपाईंले एस.एल.सी. परीक्षाका उत्तरपुस्तिका परीक्षण गर्ने अवसर पाउनुभएको भए यो विधिको प्रयोग भएको अनुभव तपाईंसँग अवश्य छ ।

उदाहरण १ : हल गर्नुहोस् । पूर्णाङ्क 5

$$3x^2 + 2x - 5$$

यदि यो प्रश्नको उत्तर परीक्षण गर्नुपर्‍यो भने अङ्क विभाजन कसरी गर्नुपर्दछ ? के यसरी गर्दा ठीक होला ?

$3x^2 + 2x - 5 = 0$

$3x^2 + 5x - 3x - 5 = 0$ ┐
$x(3x + 5) - 1(3x + 5) = 0$ ┘ —— १ अङ्क दिने

$(x - 1)(3x - 5) = 0$ —— १ अङ्क दिने

either $x - 1 = 0$ ┐
or $3x - 5 = 0$ ┘ —— १ अङ्क दिने

पहिलोबाट,

$x - 1 = 0$

$x = 1$ —— १ अङ्क दिने

दोस्रोबाट,

$3x + 5 = 0$

$3x = -5$

$x = -\frac{5}{3}$ —— १ अङ्क दिने

उदाहरण २ : एउटा x से.मि. अर्धव्यास भएको गोलाबाट $\frac{x}{4}$ से.मि. अर्धव्यास भएको गोला कतिओटा बनाउन सकिएला ? पूर्णाङ्क : 5

क) x से.मि. अर्धव्यास भएको गोलाको आयतन $(V1) = \frac{4}{3}\prod x^3$ लेखेमा 1.5 अङ्क

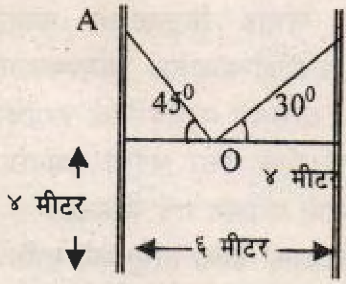
ख) x से.मि. अर्धव्यास भएको गोलाको आयतन $(V2) = \frac{4}{3}\prod \frac{x^3}{4^3} = \frac{\prod}{48} x^3$ लेखेमा 1.5 अङ्क

ग) $\frac{x}{4}$ से.मि. अर्धव्यास भएको गोलाको सङ्ख्या $= \frac{V1}{V2}$

$$= \frac{4}{3}\prod x^3 X \frac{48}{\prod x3}$$

$= 64$ ओटा लेखेमा 2 अङ्क

उदाहरण ३ : चित्रमा सडकको पूर्व किनारका खम्बाहरूबाट तार AB झोलिएको छ । अब उक्त तारको लम्बाइ कति होला ?



२. **श्रेणीमापन वा वर्गीकरण विधि (Rating scale or grouping method):** उत्तरलाई राम्रोदेखि नराम्रो क्रममा तीनदेखि पाँच श्रेणीमा विभाजन गरेर त्यसैअनुसार उत्तरपुस्तिकालाई समूहसमूहमा छुट्याएर परीक्षण गरिन्छ । एक समूहमा पर्ने उत्तरपुस्तिकालाई अर्को समूहको भन्दा फरक र समूहका सबै उत्तरपुस्तिकालाई करीब करीब उस्तै अङ्क दिने गरिन्छ । यसो गर्दा अङ्कनमा एकरूपता कायम गर्न सकिन्छ ।

३. **एउटै उत्तरपुस्तिका धेरै जनाले परीक्षण गर्ने (Answer paper should be examined by a group of persons) :** एउटै विषयका एकभन्दा बढी शिक्षक उपलब्ध भएमा एउटै उत्तरपुस्तिकालाई एकभन्दा बढी शिक्षकले परीक्षण गरी तिनीहरूको औसत अङ्क दिनुपर्दछ । यसरी परीक्षण गर्दा परीक्षकको अङ्क तालिका अलगअलग हुनुका साथै उत्तरपुस्तिकामा अङ्क राखिनुहुँदैन । त्यस्तै परीक्षण अबधिमा प्रत्येक परीक्षकले आफ्नो अङ्क गोप्य राख्नु राम्रो हुन्छ ।

४. **उत्तरपुस्तिका निष्पक्ष र पूर्वाग्रहरहित भएर परीक्षण गर्नुपर्छ (Answer paper should be examined without halo-effect) :** परीक्षणमा निष्पक्षता कायम गर्न सकियो भने यसबाट पनि विश्वसनीयता कायम गर्न सकिन्छ । पक्षपात हुने दुई कारण छन् । पहिलो विद्यार्थीको अनुशासन, कक्षा क्रियाकलाप र पूर्व परीक्षा आदिका आधारमा कुनै

विद्यार्थीप्रति पूर्वाग्रही हुनु र दोस्रो कारण व्यक्तिगत प्रभावका आधारमा पक्षपात गर्नु । अन्य कुराको अतिरिक्त निष्पक्षताको लागि विषय शिक्षकले उत्तरपुस्तिका परीक्षण नगरी त्यही विषयको अर्को शिक्षकलाई परीक्षण गर्न दिने, उत्तरपुस्तिकामा नाम नलेखी सङ्केत वा कोडको प्रयोग गर्ने जस्ता कार्य पनि गर्न सकिन्छ ।

यी माथि प्रस्तुत उत्तरपुस्तिका परीक्षणका उपायहरूमध्ये बुँदा अङ्कन विधि अन्य उपायहरूको तुलनामा श्रम र साधन त्यत्ति थप आवश्यक नपर्ने हुँदा गणित विषयको विषयगत परीक्षाका उत्तरपुस्तिकालाई निष्पक्ष र पूर्वाग्रहरहित भएर जाँच्न र अङ्कनलाई विश्वसनीय तथा वस्तुनिष्ठ बनाउन सरलरूपमा प्रयोग गर्न सकिन्छ र गर्नुपर्ने आवश्यकता पनि त्यत्तिकै छ ।

वस्तुगत परीक्षाको उत्तरपुस्तिका परीक्षण गर्ने विधि (Scoring of objective test)

वस्तुगत परीक्षाको उत्तरपुस्तिका जँचाइ छिटोछरितो बनाउन उत्तरकुञ्जिका बनाइ उत्तरपुस्तिका परीक्षण गर्नुपर्दछ । उत्तरकुञ्जिकालाई आवश्यकतानुसार प्वाल पारी त्यसको प्रयोग सरल तरिकाले गर्न सकिन्छ । खासगरी बहुवैकल्पिक प्रश्नको उत्तरपुस्तिका परीक्षण गर्न उत्तरपुस्तिका अनुसारको फ्रेम बनाई ठीक उत्तर भएको स्थानमा प्वाल पारेर प्रयोग गरेमा सजिलो, छिटो र त्रुटिरहित रूपमा कापी परीक्षण गर्न सकिन्छ ।

उत्तरपुस्तिकाको ढाँचा (नमुनाको लागि)

प्रश्न नं	क	ख	ग	घ
१	क	ख	ग	घ
२	क	ख	ग	घ
३	क	ख	ग	घ
४	क	ख	ग	घ
५	क	ख	ग	घ
६	क	ख	ग	घ
७	क	ख	ग	घ
८	क	ख	ग	घ
९	क	ख	ग	घ
१०	क	ख	ग	घ

उत्तरकुञ्जिका

प्रश्न नं	क	ख	ग	घ
१	○			

२				
३				
४				
५				
६				
७				
८				
९				
१०				

माथिको उत्तरपुस्तिकाको ढाँचामा विद्यार्थीले लगाउने चिह्न ठीक सङ्केतमा परेको नपरेको कुरा छिटोछरितो रूपमा उत्तरकुञ्जिकाको फ्रेमलाई खप्टेर मिलाउँदा त्यसमा परिएको प्वालभित्र परेका सङ्केतहरू गन्ती गरी ठीक उत्तर सङ्ख्या तुरुन्त निकाल्न सकिन्छ ।

वस्तुगत परीक्षामा अन्दाजको भरमा उत्तर मिल्ने सम्भावना हुने हुँदा यसबाट विश्वसनीयता कम हुन सक्दछ । यस्तो अन्दाज गर्ने प्रवृत्तिलाई निरुत्साहित गरी परीक्षणलाई विश्वसनीय बनाउने तरिका के हुनसक्छ ? तपाईंलाई थाहा छ वा छैन एकैछिन सम्झनुहोस् । लौ अब केही उपायहरूको चर्चा गरौं :

खासगरी ठीकबेठीक र बहुवैकल्पिक प्रश्नमा दिइएका प्रत्येक प्रश्नको गलत उत्तरका लागि निश्चित प्रतिशत अङ्क घटाइ अन्दाज गर्ने प्रवृत्तिलाई निरुत्साहित गर्न सकिन्छ । यसरी अङ्क घटाउँदा विभिन्न प्रतिशतले घटाउने चलन भएतापनि विकल्प सङ्ख्याको अनुपातमा अङ्क घटाउने प्रणाली उपयुक्त मानिन्छ ठीक बेठीक र बहुवैकल्पिक प्रश्नको अङ्कलाई निम्नलिखित सूत्रबाट हिसाब गरी अन्दाज गर्ने प्रवृत्तिलाई न्यून गर्नु उपयुक्त हुन्छ कि ?

$$s = R - \frac{W}{N-1}$$

जहाँ,

S = प्राप्ताङ्क

R = ठीक उत्तर सङ्ख्या

W = गलत उत्तर सङ्ख्या

N = विकल्प सङ्ख्या

उदाहरण : प्रत्येक प्रश्नको ठीक उत्तरको लागि 1 अङ्क तोकिएको, प्रत्येक 4 ओटा विकल्पहरू रहेको र 20 ओटा प्रश्नहरू भएको परीक्षामा 14 ओटा ठीक उत्तर र 6 ओटा गलत उत्तर भएमा,

प्राप्ताङ्क, $S = 14 - \frac{6}{4-1} = 14 - \frac{6}{3} = 14 - 2 = 12$ हुन्छ ।

ख) प्रश्नको कठिनाइस्तर र प्रश्नको लम्बाइ

प्रश्नको कठिनाइस्तरले कुनै पनि प्रश्न कति सजिलो वा अप्ठेरो छ भन्ने बताउँछ । कठिनाइस्तर भनेको प्रत्येक प्रश्नमा सही उत्तर दिने परीक्षार्थीको सङ्ख्याका आधारमा निकालिने सूचक हो । सामान्यतया कठिनाइस्तर बढी भएका प्रश्नहरूलाई राम्रा मानिए तापनि विषयवस्तु र अन्य कुराहरू (जस्तै बहुबैकल्पिक प्रश्नमा विकल्पको प्रभावकारिता) ले पनि यसमा प्रभाव पार्दछ । यसका साथै सोधिएका प्रश्नले कति धेरै सूचनाहरूको माग गरेका छन् त्यसले त्यो प्रश्नको लम्बाइलाई जनाउँछ । प्रश्नको लम्बाइ त्यसमा अपेक्षा गरिएका सूचनाहरू र त्यो प्रश्नले प्राप्त गर्ने औसत समयबीच तालमेल हुनु अति जरूरी हुन्छ । प्रश्नको लम्बाइ विद्यार्थीको स्तरलाई समेत ध्यानमा राखी तय गरिनुपर्दछ । प्रश्नको लम्बाइ बढी हुँदैमा प्रश्न कठिन छ भन्न सकिँदैन ।

ग) अङ्कको वितरण

विद्यार्थीले प्रश्नहरूको उत्तर दिन सुरू गर्नुभन्दा पहिले त्यो प्रश्नको उत्तर दिएबापत कति अङ्क पाइन्छ भन्ने जानकारी पाउन चाहन्छन् । सम्पूर्ण प्रश्नहरूको कुल पूणाङ्कमध्ये त्यो प्रश्नको अङ्क भार तुलना गरी त्यसैका आधारमा उत्तरको आयतन र समयको अन्दाज गर्ने प्रवृत्तिको अभ्यास विद्यार्थीहरूमा भएमा निर्धारित समयभित्र उत्तर दिने र प्रश्नको उत्तर दिन समय अभावको कारणले छुट्न जाने सम्भावना ज्यादै न्यून हुन्छ ।

४. प्रतिबिम्बन :

कक्षा ९/१० को गणित पाठ्यपुस्तक वा पाठ्यक्रमको प्रयोग गरेर एका परीक्षा लिनेको लागि उपयुक्त हुने प्रश्नपत्र तयार पार्दै त्यसको पूर्णाङ्क प्रश्नहरूका लागि अङ्क विभाजन गरी उत्तरकुञ्जिका समेत तयार पार्नुहोस् र सहभागी साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

पाठ पाँच : पोर्टफोलियो (Portfolio)

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) पोर्टफोलियोको अवधारणा बताउन,

ख) पोर्टफोलियोका प्रकारहरू बताउन ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) पोर्टफोलियोको अवधारणा,

ख) पोर्टफोलियोका प्रकार ।

३. विषयवस्तुहरूको प्रस्तुतीकरण :

क) पोर्टफोलियोको अवधारणा

तपाईंलाई सम्झना हुनुपर्दछ - विद्यालयमा पढ्दा तपाईंले लेख्नुभएका नोट तयार गर्नुभएका कापीहरू पल्टाएर हेर्दा एकप्रकारको चित्र तपाईंको मष्तिष्कमा आउने गर्छ । त्यो चित्र तपाईंको त्यसबेलाको सिकाइस्तर, तपाईंले प्रयत्न गरेका क्षणहरू, तपाईंको सिकाइमा आएका अप्ठ्याराहरू एवम् तपाईंको सिकाइ उपलब्धिलाई राम्रोसँग समेटेको हुनुपर्दछ । यथार्थमा तपाईं स्कुले जीवनमा तयार गरेका सबै सामग्रीहरूको सङ्कलन गरिएको भए अरूले पनि तपाईंको त्यसबेलाको यथार्थ मूल्याङ्कन गर्ने थिए । के यस्तो गर्न सम्भव होला ? हाम्रो दैनिक अभ्यासमा यस्तो मूल्याङ्कन पद्धति प्रयोग गर्न पाए हाम्रो शिक्षण कति प्रभावकारी हुने थियो होला हगि ? केवल लिखित परीक्षा (त्यो पनि पढाइसकेपछि दिइने) ले मात्र तपाईंका विद्यार्थीको सही मूल्याङ्कन होला त ? यौटा/दुईटा जाँच/परीक्षाबाट विद्यार्थीको समग्रताको निर्णय कति जायज छ ? शायद यी प्रश्नहरूमा तपाईं घोत्लिनुभएको हुनुपर्छ । आउनुहोस्, यस छोटो छलफलमा यौटा त्यस्तै मूल्याङ्कन पद्धतिको चर्चा गरौं ।

विद्यार्थीका प्रतिनिधीमूलक कार्यको सङ्कलन गरी त्यसको आधारमा उसको मूल्याङ्कन गर्ने परीपाटीलाई पोर्टफोलियो मूल्याङ्कन (Portfolio assessment) पद्धति भनिन्छ । तपाईंलाई लाग्न सक्छ : विद्यार्थीका काम सङ्कलन कसरी गर्ने ? के यस्तो कुरा पनि हुन सक्ला र ? मूल्याङ्कन त लेख्य हुनुपर्दैन र ? गणितजस्तो विषयमा पोर्टफोलियो बनाउन मिल्छ र ? एकछिन सोच्नुहोस् त : विद्यार्थीका विभिन्न प्रकारका कामहरू - परीक्षाको कपी, प्रोजेक्ट रिपोर्ट, कुनै खास गणितीय काम र तपाईंको ऊ प्रतिको समयसमयको टिप्पणी सहितको यौटा

फाइल बनाउनु भयो भने तपाईंले उसको यौटा सिकाइ ग्राफ (Learning curve) कोर्न सक्नुहुनेछ । उसका बारेमा समग्र मूल्याङ्कन गर्न यसले सघाउ पुऱ्याउँछ ।

पोर्टफोलियोको धारणा पश्चिमबाट आएको देखिएपनि हाम्रो संस्कृतिमा यो अमूर्त रूपमा परापूर्वकाल देखि नै स्थापित भएको पाइन्छ । हाम्रा आमाहरूले कन्तुरमा सामान सङ्ग्रह गरेर राख्ने, परिवारजनका विभिन्न अवस्था पहिचान गराउने चिनो सङ्कलन गर्ने, कुनै खास अवस्था जनाउने सामानहरू सङ्ग्रह गर्ने कामहरू पोर्टफोलियोको अवधारणासँग मिल्दाजुल्दा छन् ।

पोर्टफोलियो निर्माण कसरी गर्ने ?

तपाईंसँग विद्यालयको पढाइ सुरु हुने समय अगावै यौटा योजना हुनुपर्छ । त्यसमा तपाईंले पोर्टफोलियो निर्माण गर्दा केके कुराहरू संलग्न गर्ने भन्ने कुराको निर्धारण गरेको हुनुपर्दछ । पोर्टफोलियोमा समावेश गर्ने विद्यार्थीका कार्यहरूको सूची भइसकेपछि प्रत्येक विद्यार्थीको व्यक्तिगत फाइल बनाउनुपर्दछ । यसमा उनीहरूका कामहरू सङ्लग्न गरी राख्न सकिने ढङ्गले प्रयोग भैसकेका फाइलहरू पनि प्रयोगमा ल्याउन सकिन्छ । कस्ता कामहरू कति सङ्ख्यासम्म राख्ने भन्ने कुरा पाठ्यक्रम, विद्यार्थीको तह, विद्यार्थी सङ्ख्या र उपयोगिताको आधारमा निर्माण गर्न सकिन्छ । तपाईंले प्रत्येक पाठबाट विद्यार्थीको एकएकओटा उदाहरणीय कार्यको सङ्कलन गरी पोर्टफोलियोमा राख्न सक्नुहुन्छ । त्यसरी नै टेस्टका कपीहरू राख्न सक्नुहुन्छ । उनीहरूका प्रोजेक्ट रिपोर्टहरू सङ्कलन गरी राख्न सक्नुहुन्छ ।

ख) पोर्टफोलियोका प्रकारहरू

पोर्टफोलियोलाई निम्नानुसार वर्गीकरण गरिन्छ :

- **कार्यमुखी पोर्टफोलियो (Working portfolio):**
  यस्तो पोर्टफोलियोमा विद्यार्थीको सिकाइ प्रगति झल्काउने राम्रा नराम्रा सबै प्रकारका कामहरू समावेश गरिन्छन् । यो पोर्टफोलियो विद्यार्थीको सिकाइको ग्राफ बनाउनमा उपयुक्त हुन्छ ।
- **उत्पादनमुखी पोर्टफोलियो (Product portfolio) :**
  विद्यार्थीका राम्रा राम्रा कामहरूको सङ्कलन गरी तयार पारिएको पोर्टफोलियोलाई उत्पादनमुखी पोर्टफोलियो भनिन्छ । खासगरी विद्यार्थीले तयार पारेका कामहरूमध्ये सबैभन्दा राम्रा कामहरूको छनोट गरी उनीहरूको अधिकतम क्षमताको प्रस्तुत गरिन्छ ।

- **सङ्ग्रहित पोर्टफोलियो (Record keeping portfolio):**

  यस्तो पोर्टफोलियोमा शिक्षकले मूल्याङ्कन गरिसकेका छनोट गरिएका सामग्रीहरू राख्ने गरिन्छ । वास्तवमा यो पोर्टफोलियो पनि विद्यार्थीको राम्रा कामहरूमध्येबाट छनोट गर्ने गरिन्छ । यस अर्थमा यो पनि उत्पादनमुखी पोर्टफोलियो जस्तै हो । फरक के छ भने सङ्ग्रहित पोर्टफोलियो शिक्षकले निर्माण गर्दछन् भने उत्पादमुखी पोर्टफोलियो विद्यार्थीहरूले शिक्षकको निर्देशनमा पनि बनाउन सक्छन् ।

४. प्रतिबिम्बन :

गणित शिक्षणको मूल्याङ्कनमा पोर्टफोलियोको उपयोगिता सम्बन्धमा समीक्षा गर्नुहोस् ।

पाठपत्र १

तल दिइएको घटना अध्ययन गर्नुहोस् :

सिजनले आफ्नो तेस्रो वर्ष शिक्षण पेसामा निकै परिवर्तन ल्याउने सोचाइ बनाइन् । हुनपनि उनको अघिल्ला दुईवर्षको अनुभवले उनलाई एक कुशल र सफल गणित शिक्षका बनाउन नसकेजस्तो लाग्यो । उनले सहयोगी साथीहरू एवम् उनको सिनियरबाट विभिन्न प्रकारका क्रियाकलापहरू प्रयोगमा ल्याउने सोचाइ बनाइन् । तर उनका लागि यौटा ठूलो चुनौती थियो : विद्यार्थी सङ्ख्या । पचास जनाको विद्यार्थी समूहलाई कसरी व्यवस्थापन गरी विविध प्रकारका क्रियाकलाप गर्ने होला ? त्यसका लागि उनले विद्यार्थीलाई जान्ने नजान्ने मिलाएर समूहमा राख्ने र त्यसैका आधारमा समूहकार्य गराउने निधो गरिन् ।

उनको योजनामा अर्को पाटो विभिन्न प्रकारका क्रियाकलापहरूको प्रयोग गर्नु हो । यसका लागि उनले विभिन्न पुस्तकहरूको सहयोगबाट निम्नानुसारका क्रियाकलाप बनाइन् :

१. खुला कार्यहरू (open ended tasks) : सिजनका लागि यो ठूलो चुनौतीपूर्ण क्रियाकलाप हो । खासगरी एकभन्दा बढी उत्तर आउने समस्या बनाएर विद्यार्थीहरूलाई स्थानीय गणितज्ञ बनाउने ध्येयले उनले प्रशस्त गृहकार्य गर्नुपर्‍यो । उनले केही खुला कार्यहरू यसरी बनाइन् :

- 10 मिटरको डोरीबाट बन्नसक्ने समद्विबाहु त्रिभुजको तीनओटा भुजाहरूको लम्बाइ कस्तो होला ? तिनका कोण र भुजाको कस्तो सम्बन्ध पायौ त ?
- तिमी $\frac{a}{b}$ र $\frac{c}{d}$ लाई कसरी जोड्छौ ? आफ्नै भाषामा लेख ।
- कुन अर्थमा वृत्त र त्रिभुज उस्तै हुन् ?

२. अवलोकन (Observation): सिजनलाई सुरूमा यौटा समस्या थियो । अवलोकन कसले र कसरी गर्ने ? मैले वा मेरा विद्यार्थीले ? विस्तारै उनले निधो गरिन् । म उनीहरूको सिकाइ प्रक्रियाको अवलोकन गर्छु र उनीहरूलाई गणितीय समस्या समाधानका लागि अवलोकन गर्न लगाउँछु । खासगरी ज्यामिती, सम्भाव्यता र तथ्याङ्क पढाउँदा अवलोकन गर्न लगाउने उनको प्रारम्भिक सोचाइ थियो ।

३. परियोजना कार्यहरू (Project works) : सिजनले समूहमा गर्ने विभिन्न परियोजना कार्यहरू गर्ने निधो गरिन् । यसो गर्नलाई उनले अङ्कगणित र ज्यामितीका विभिन्न धारणालाई बढी जोड दिई परियोजना बनाइन् । यसरी परियोजना बनाउँदा विद्यार्थीले केकुरा सिक्नुपर्ने भन्ने कुरालाई केन्द्र बिन्दुमा राखिन् ।

४. विद्यार्थी निर्मित प्रश्नपत्रहरू (Student constructed test items) : सिजनको विचारमा विद्यार्थी आफैँले प्रश्नपत्र निर्माण गर्ने जिम्मेवारी पाउँदा आफ्नो सिकाइप्रति बढी जिम्मेवार हुन्छन् । यसका अतिरिक्त प्रश्न आफैँ निर्माण गर्दा समस्या खोज (problem investigation) गर्न सघाउ पुऱ्याउँछ भन्ने कुरामा सिजनको विश्वास थियो ।

५. गणितीय दैनिकीहरू/लेखोटहरू (Mathematical Journals) : सिजनको अर्को महत्त्वको क्रियाकलाप थियो विद्यार्थीले विभिन्न गणितीय धारणासम्बन्धी आफ्नो बुझाइलाई दैनिकीको रूपमा लेख्नु । उनले विद्यार्थीलाई 'मलाई त्रिभुज मनपर्दैन किनभने ....; मलाई रेखीय समीकरण एकदम गाह्रो लाग्छ किनभने .... भन्ने प्रकारका लेख्नुपर्ने कार्यहरू (writing tasks) दिने निधो गरिन् ।

६. एकाइ परीक्षा (Unit tests) : सिजनको यो पुरानै क्रियाकलाप हो । तर उनले एकाइ परीक्षालाई बढी निर्माणात्मक बनाउने सोचाइ बनाइन् । यसका लागि हरेक एकाइ परीक्षाको अन्त्यमा विद्यार्थीलाई सकारात्मक पृष्ठपोषण दिने, उसका कमजोरी पत्ता लगाउने र remeidal guide गर्ने भन्ने निधो गरिन् । सिजनको यो योजनालाई पूर्ण रूप दिन त बाँकी नै छ । उनले आगामी शिक्षक बैठकमा आफ्नो योजना सुनाउने सोचाइ बनाएकी छन् । त्यसका साथै उक्त बैठकबाट उनका साथीहरूका सुझावले उनको योजनालाई अझ प्रभावकारी बनाउनेमा उनी ढुक्क छिन् ।

निम्न प्रश्नहरूको सम्बन्धमा आफ्नो विचार प्रस्तुत गर्नुहोस् :

१. सिजनको योजनामा उल्लेख भएका बाहेक अन्य क्रियाकलाप केके हुन सक्छन् ? कमसेकम चारओटा अन्य क्रियाकलापहरूको सूची बनाउनुहोस् । साथै ती क्रियाकलापबाट विद्यार्थीले के बनाउँछन् ? अर्थात प्रत्येक क्रियाकलापको उत्पादन के हुने गर्दछ ?
२. सिजनले तोकेका क्रियाकलापमा अझ स्पष्टता ल्याउन के गर्नुपर्ला ? तपाईंलाई के लाग्न सक्छ ? सिजनले हरेका क्रियाकलापको उत्पादन/निर्मित सामग्रीको खुलासा सुरूमै गरे राम्रो हुने थियो ?
३. सिजनको योजनामा स्पष्टरूपमा मूल्याङ्कन पद्धतिको कुरा उठेको छैन । तपाईंको विचारमा उनले कसरी राम्रोसँग विद्यार्थीको सिकाइउपलब्धिको मूल्याङ्कन गर्न सक्छिन् । पोर्टफोलियो नै उनको लागि उपयुक्त मूल्याङ्कन विधि कसरी हुनसक्छ ?
४. यदि तपाईं सिजन भैदिएको भए ती क्रियाकलाप मध्येबाट हरेक विद्यार्थीको पोर्टफोलियो कसरी बनाउनुहुन्थ्यो ? त्यो पोर्टफोलियोमा के के कुरा राख्नुहुन्थ्यो ?

पाठ ६ : वैकल्पिक मूल्याङ्कन पद्धति (Alternative assessment approach)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) वैकल्पिक मूल्याङ्कन पद्धतिको अर्थ र आवश्यकता पहिचान गर्न,

ख) विभिन्न प्रकारका वैकल्पिक मूल्याङ्कन पद्धतिको खोजी गर्न ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) निरन्तर मूल्याङ्कन प्रणाली,

ख) वैकल्पिक मूल्याङ्कन पद्धतिको अर्थ र आवश्यकता,

ग) विभिन्न प्रकारका वैकल्पिक मूल्याङ्कन पद्धति ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) निरन्तर मूल्याङ्कन प्रणाली (Continious assessment system)

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापसँगै आवश्यकतानुसार निरन्तर गरिने मूल्याङ्कनलाई निरन्तर मूल्याङ्कन भनिन्छ । एकाइ परीक्षा, त्रैमासिक परीक्षा, वार्षिक परीक्षाका रूपमा मात्रै मूल्याङ्कन नगरी हरेक शिक्षण क्रियाकलापसँगै कुनै औपचारिक योजना नगरी आवश्यकतानुसार निरन्तर रूपमा गरिने मूल्याङ्कन निरन्तर मूल्याङ्कन हो । निरन्तर विद्यार्थी मूल्याङ्कन निर्माणात्मक मूल्याङ्कन प्रणालीमा आधारित रहेको छ । शिक्षण सिकाइका क्रममा देखिएका कमीकमजोरीहरूको सुधार गर्दै अगाडि बढ्ने काममा निरन्तर विद्यार्थी मूल्याङ्कनले सघाउँछ । यसमा कुनै औपचारिक परीक्षाभन्दा पनि विद्यार्थीको बानी व्यहोरा, विशेष घटना, शिक्षण सिकाइमा उसको सक्रियता, नियमितता, गृहकार्य, अतिरिक्त क्रियाकलाप, मौखिक प्रयोगात्मक कार्य, आदिका आधारमा मूल्याङ्कन गरिन्छ । यो मूल्याङ्कन प्रणाली विद्यार्थीलाई कक्षा चढाउने कुराको निर्णय लिनुभन्दा पनि विद्यार्थीको शिक्षण सिकाइ कार्यमा सुधार र पृष्ठपोषण दिन मूल रूपमा उपयोग गरिन्छ । कमजोर विद्यार्थीलाई अरू सरह बनाउन र विद्यार्थीलाई सबल बनाउन यो मूल्याङ्कन प्रणाली महत्त्वपूर्ण हुन्छ । हाम्रो जस्तो देशमा निरन्तर विद्यार्थी मूल्याङ्कन निम्न कार्यका लागि प्रयोग गर्न सकिन्छ :

- विद्यार्थीका कमजोरी समयमै थाहापाई तिनको उपचार गर्न,
- विद्यार्थीलाई शिक्षण सिकाइ कार्यमा अधिकतम सहभागी गराई सक्रिय बनाउन,

- विभिन्न साधनको प्रयोग गरी विद्यार्थी सिकाइको लगातार र नियमित लेखाजोखा गरी मूल्याङ्कन गर्न,
- समग्रमा वास्तविक शैक्षिक मूल्याङ्कन गरी शिक्षाको गुणात्मक विकासमा सहयोग पुऱ्याउन ।

ख) वैकल्पिक मूल्याङ्कन पद्धतिको अर्थ र आवश्यकता

परम्परागत मूल्याङ्कन पद्धतिका धेरै कमजोरीहरूका कारणले वैकल्पिक उपायको खोजी हुनु पनि स्वाभाविकै हो । खासगरी परम्परागत पद्धति, जसले विद्यार्थीको समग्रपक्ष भन्दा पनि केवल लेखाइ र ज्ञानात्मक सीपको पक्षलाई जोड दियो, ले विद्यार्थीको समग्रतालाई नाप्न सकिँदैन भन्ने कुराहरू आइरहेका छन् । यहाँ पश्न उठ्नसक्छ, त्यसो भए वैकल्पिक पद्धति भन्नाले के बुझिन्छ त ? यसको प्रयोग हाम्रो सन्दर्भमा कसरी गर्ने त ?

वैकल्पिक पद्धतिलाई पुरानो "जाँच चल्दैछ हल्ला नगर्नुहोस् " तरिकाको वैकल्पिक रूपमा हेरिन्छ । अर्थात वैकल्पिक मूल्याङ्कन पद्धतिले केवल यौटा तरिकामात्र हैन बहुतरिकाहरूको प्रयोग गरी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुपर्ने कुरालाई जोड दिन्छ । यस पद्धतिलाई Perfromance assessment approach, authentic assessment approach जस्ता नामले चिनिन्छ । वास्तवमा पुरानो मात्र लिखित परीक्षा त्यो पनि पढाइसकेर कुनै परीपाटीले विद्यार्थीको समग्र मूल्याङ्कन मात्र नहुने हैन कि त्यसले सिकाइ प्रक्रियामा सुधार गर्न पनि खासै सहयोग गर्दैन । केही लिखित परीक्षा सञ्चालन गर्ने परीपाटी सदैव अस्वाभाविक र एकप्रकारको सीपलाई मात्रै उजागर गर्ने खालको हुन्छ । यसकारणले गर्दा लिखित परीक्षासहित अरू विभिन्न तरिकाहरूको प्रयोग गरी विद्यार्थीलाई सुधार्ने तरिकाको मूल्याङ्कन गर्न सकिन्छ । मूल्याङ्कन प्रक्रियालाई बुझ्न यसमा हुने Metaphore ले काम गरिरहेको छ भन्ने कुराको बुझाइ आवश्यक छ । खासगरी Assessment as measurement भन्यो भने मूल्याङ्कन नाप्ने काम मात्र हो भन्ने बुझिन्छ । यहाँ नाप्ने प्रक्रियाले हामीले दिने (विद्यार्थीले प्राप्त गर्ने) मात्रलाई बुझाउँछ कि ? त्यस्तै Assessment as Potryal भन्दा मूल्याङ्कन समग्रताको पहिचान गर्ने काम जस्तो हुन आउँछ । पछिल्लो Metaphore ले मूल्याङ्कन बहुआयामिक हुने कुरालाई दर्शाउँछ र मूल्याङ्कन गर्ने काम यौटा/दुईओटा लिखित परीक्षा लिएर मात्रै हुँदैन भन्ने कुरालाई दर्शाउँछ । त्यसोभए वैकल्पिक उपायहरू के कस्ता छन् ? के यिनीहरूले पुरानो पद्धतिलाई पूरै बेवास्ता गर्छन त ? वास्तवमा वैकल्पिक उपायहरूले मूल्याङ्कन पद्धतिलाई सिकाइकै एक अभिन्न अङ्गका रूपमा स्वीकार्नुपर्दछ भन्दछ र पुरानो पद्धतिलाई यौटा तरिकामात्र भन्दछ । मूल्याङ्कनलाई सिकाइको अन्तमा हुने क्रियाकलाप नभै सिकाइसँगै जाने प्रक्रियाको रूपमा लिनुपर्दछ, जसले गर्दा सिकाइलाई प्रभावकारी पार्न मद्दत पुऱ्याउँछ ।

वैकल्पिक मूल्याङ्कन पद्धतिका केही नमुना (लिखित परीक्षा बाहेक) को निम्नानुसार छलफल गरिन्छ :

१. **खोजकार्यहरू :** गणितमा विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुपर्ने यौटा महत्त्वपूर्ण पक्ष उनीहरूमा खोज गर्न सक्ने क्षमताको विकास भयो कि भएन हो । खोजकार्यहरूको पहिचान गरी विद्यार्थीहरूलाई गर्न लगाउने र उनीहरूको समग्र प्रक्रियालाई मूल्याङ्कन गर्नुपर्ने कुरालाई यहाँ जोड दिइन्छ । वास्तवमा विद्यार्थीहरूलाई किताबी समस्या समाधान गराएर उत्तर पत्ता लगाउने भन्दा पनि खोजी कार्यलाई उन्नत बनाए कि बनाएनन् भन्ने आधारमा मूल्याङ्कन गर्नुपर्दछ ।

२. **अवलोकन :** शिक्षकहरूले धेरै समय विद्यार्थीको कामको अवलोकन गरेर बिताउँछन् । तथापि त्यसको Systematic record राख्ने र विद्यार्थीको सिकाइलाई प्रभावकारी बनाउन त्यसैको आधारमा पृष्ठपोषण दिने कुरा हामीकहाँ एकदम कम छ । एकछिनको अवलोकनको आधारमा कुनै विद्यार्थीका बारेमा कुनै कुरा भन्नुभन्दा पनि निकै लामो समयको Systematic अवलोकनको आधारमा गरिएका विद्यार्थीको मूल्याङ्कनले महत्त्वपूर्ण निचोड निकाल्न सक्छ ।

३. **समूहकार्यहरू :** विद्यार्थीहरूलाई समूहकार्यमा लगाउने र उनीहरूको समूहमा काम गर्न सक्ने सीपलाई निरन्तर मूल्याङ्कन गर्नुपर्दछ । समूहकार्यले The world as an enterprise को भावना विकास गराउँछ । यसका अतिरिक्त समूहकार्यमा विद्यार्थीहरूले एक आपसमा sharing गरेर सिक्छन् र यस्ता कुराहरूलाई हाम्रो मूल्याङ्कन पद्धतिको दायरामा ल्याउनुपर्दछ ।

४. **विद्यार्थी निर्मित प्रश्नहरू :** विद्यार्थीलाई प्रश्न वा कुनै गणितीय कार्यहरूको प्रारूप तयार गर्न लगाई उनीहरूको प्रश्न बनाउनसक्ने, योजना बनाउन सक्ने सीपको मूल्याङ्कन गर्न सकिन्छ । वास्तवमा हाम्रो सोचाइ "प्रश्न बनाउने नै हो" ले विद्यार्थीलाई सिकाइ प्रक्रिया आफ्नो हो भन्ने भावना निर्माणमा नआउने देखिएको हो भन्न सकिन्छ ।

५. **स्व-मूल्याङ्कन :** विद्यार्थीलाई आफ्नो मूल्याङ्कन आफैं पनि गर्न दिनुपर्दछ । यसो गर्दा उनीहरूमा जिम्मेवारीको भावना बढ्न जान्छ । यसरी नै ' म केमा कमजोर छु' , 'मैले के मा विशेष ध्यान दिनुपर्दछ ' भन्ने कुरामा बढी होशियार बन्दछन् ।

६. **गणितीय दैनिकीहरू :** विद्यार्थीहरूलाई गणितका सिकाइ क्रियाकलापप्रति उनीहरूमा के कस्तो धारणा छ भन्ने विषयमा लेख्न लगाउन सकिन्छ । यसबाट उनीहरूको बुझाइको मूल्याङ्कन हुनुका साथै शिक्षकको शिक्षण पद्धतिको पनि मूल्याङ्कन हुन जान्छ र दुवैलाई सुधार गर्ने मौका प्राप्त हुन्छ ।

७. **चुनौतीपूर्ण समस्याहरू :** गणितीय समस्याहरू, जुन चुनौतीपूर्ण छन् ,लाई मूल्याङ्कनको विषय बनाउन सकिन्छ ।

८. **पोर्टफोलियो :** विद्यार्थीको कामहरूको निरन्तर सङ्कलन गरी त्यसैका आधारमा मूल्याङ्कन गर्न सकिन्छ ।

९. **कक्षाकार्य र गृहकार्य :** विद्यार्थीका कक्षाकार्य र गृहकार्यका आधारमा मूल्याङ्कन गर्न सकिन्छ ।

४. **प्रतिबिम्बन :**

तपाईं आफ्नो विद्यालयमा गणित शिक्षण गर्दा कुनकुन मूल्याङ्कन पद्धतिको प्रयोग गर्नुहुन्छ ?

पाठपत्र २

एकाइ मूल्याङ्कन

तलका प्रश्नहरूको मिल्ने उत्तरको सङ्केत अक्षरलाई गोलो घेरामा राख्नुहोस् ।

१. शिक्षकले कुनै पनि समयमा विद्यार्थीको उपलब्धि मूल्याङ्कन गर्दा उनले -

क. Value judgement गर्दछन् ।

ख. वैध मापनहरू प्रयोग गर्दछन् ।

ग. एकाइ परीक्षाको नतिजामा मूल्याङ्कनलाई आधारित गर्छन ।

घ. अझ राम्रो शिक्षण मार्ग पहिल्याउँछन् ।

२. तलकामध्ये कुन मापन भन्दा बाहिर पर्दछ ?

क. एकाइ परीक्षाको प्रशासन गर्नु ।

ख. बोर्डमा विद्यार्थीले लेख्दै गरेको देख्नु ।

ग. विद्यार्थीले 'Math is fun.' भन्दै गरेको सुन्नु ।

घ. एउटा कम्पास र सिधा किनाराको प्रयोगबाट एउटा विद्यार्थीको कोणको अर्धक खिँच्न नसकीरहेको देख्नु ।

३. तलका मध्ये मापन relevancy का लागि आवश्यक अवस्था (Necessary condition) कुन हो ?

क. Internal consistency

ख. Pertinence to the learning goal

ग. Validity

घ. Usability

४. तलकामध्ये reliability का लागि उपयुक्त अवस्था (sufficent condition) कुन हो ?

क. Internal consistency

ख. Pertinence to the learning goal

ग. Validity

घ. Usability

तलकामध्ये reliability का लागि आवश्यक अवस्था (Necessary condition) कुन हो ?

क. scorer consistency

ख. Usability

ग. relevance

घ. Pertinence to the intended mathemetical content

तलकामध्ये मापनको विश्वसनीयता (Measurement reliability) का लागि उपयुक्त अवस्था (sufficent condition) कुन हो ?

क. Usability र relevance

ख. Usability अथवा relevance

ग. Internal अथवा scorer consistency

घ. Internal र scorer consistency

तलकामध्ये मापन उपयोगी (Useful measurement) का लागि उपयुक्त अवस्था (sufficent condition) कुन हो ?

क. Usability, Internal consistency र Pertinence to the intended mathemetical content

ख. Relevance, reliability and validity

ग. Relevance, reliability and usability

घ. Reliability and usability

तलकामध्ये scorer consistency लाई सुधार गर्न प्रयोग गर्न सकिने उपयुक्त बुँदा कुन हो ?

क. सिकाइको स्तर उठाउन सामान्य ज्ञानको सट्टा गणितीय गणनाको लागि आवश्यक कारणहरू समेत दिनुपर्ने खालको बनाउनु ।

ख. उत्तरकुन्जिका बुँदाहरूलाई अझ विशिष्ट बनाउनु ।

ग. वहुबैकल्पिक प्रश्नहरूको बदलामा निबन्धात्मक प्रश्न लेख्नु ।

घ. पेसागत मूल्याङ्कनका लागि परीक्षणकर्तालाई ....

तलका मध्ये मापनको लागि निर्धारण गरिएको उद्देश्यसँग भरपर्ने चलराशी (Variable) कुन हो ?

क. Usability

ख. Relevance

ग. Scorer consistency

घ. Internal consistency

१०. तलकामध्ये कुन चलराशी एउटा परीक्षाको प्रशासन गर्नको लागि दिइएको समयमा नि रहन्छ ?

क. Usability

ख. Relevance

ग. Scorer consistency

घ. Internal consistency

११. सिर्जनात्मक सोचाइको विकास गराउने उद्देश्यबाट प्रेरित प्रश्नले -

क. विद्यार्थीहरूलाई convergently reason दिने अवसर प्रदान गर्दछ ।

ख. विद्यार्थीहरूलाई यो भन्दा पहिले कसैले नगरेको कार्य गर्न लगाउन सहयोग पुग्दछ ।

ग. अरुले गरेका कुरा राम्ररी नक्कल गर्न सक्ने तुल्याउँछ ।

घ.. Reasoning का चरणहरूबीच फरक छुट्याउन उत्तरकुञ्जिकाहरू प्राप्त हुनु ।

तपाईंको उत्तर निम्न सूचीसँग भिडाइ हेर्नुहोस् :

१.क २.घ ३.ख ४.घ ५.क ६.घ ७.ग ८.ख ९.ख १०.क ११. घ

एकाइ : आठ
योजना

Competency	: Plan and implement mathematical lessons
Total Hours	: 9
Total Sessions	: 6)

पाठ एक : योजना (Planning)

१. उद्देश्य : यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) शिक्षणमा योजनाको आवश्यकता बताउन,

ख) साधारण (general) र व्यवहारिक (specific) उद्देश्यहरू छुटयाउन,

ग) संज्ञानात्मक क्षेत्रअर्न्तगत पर्ने तहहरूको वर्णन गर्न,

घ) संज्ञानात्मक क्षेत्रका तहअनुसार व्यवहारिक उद्देश्यहरू बनाउँदा प्रयोगमा आउने क्रियापदहरूको सूची बनाउन,

ङ) संज्ञानात्मक क्षेत्रका तहअनुसार व्यवहारिक उद्देश्यहरू निर्माण गर्न ।

२. मुख्य विषयवस्तु :

क) योजनाको परिचय र महत्त्व,

ख) शैक्षणिक उद्देश्य

ग) संज्ञानात्मक क्षेत्रका तह र त्यहाँ प्रयोग हुने क्रियापदहरू ।

३. विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :

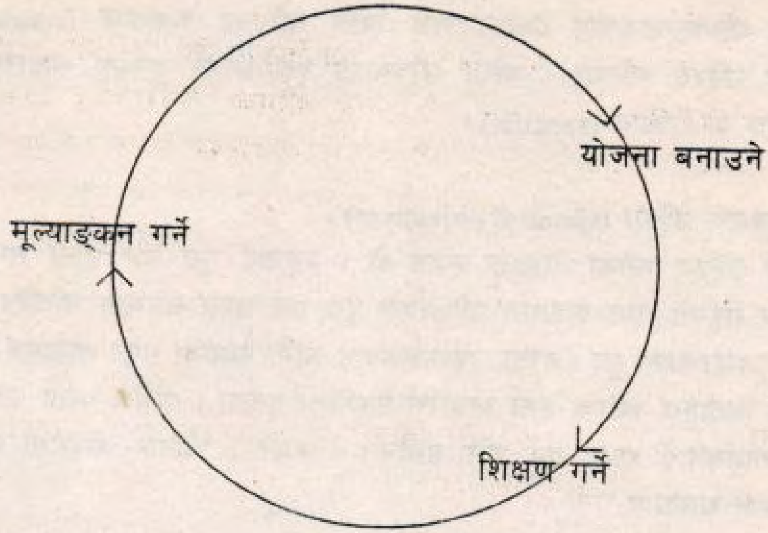
क) योजनाको परिचय र आवश्यकता

कुनै पनि कार्यक्रमले तोकेका उद्देश्यहरू प्राप्तीका लागि तयारपारिएको निश्चित कार्य पद्धतिलाई योजना (Planning) भनिन्छ । कुनै पनि कार्यक्रमको सफलता वा उपलब्धि त्यो कार्यक्रमको उद्देश्य प्राप्तीका लागि निर्धारण गरिएको योजनामा पूर्णरूपले निर्भर रहन्छ । शिक्षण सिकाइ कार्यका सन्दर्भमा यसलाई चर्चा गर्दा निश्चित पाठ्यक्रमअनुसार निर्धारित विषयवस्तुका आधारमा विद्यार्थीहरूलाई ज्ञान, सीप एवम् धारणाहरू प्रदान गरी उद्देश्यहरू

हासिल गर्नका लागि गरिने पूर्वतयारी नै शैक्षणिक योजना हो । यस अर्थमा शैक्षणिक शैक्षिक योजनालाई शिक्षणको योजना (Planning for teaching) पनि भन्ने गरिन्छ । तसर्थ शिक्षण सिकाइ कार्यको सुरूआत योजनाबाट गरिन्छ । यस्तो योजनामा पाठ्यक्रम द्वारा निर्धारण गरिएका मूल्यहरू पूरा गर्न विषयवस्तु शिक्षण गर्नु भन्दा पहिले के, किन, कति, र कसरी शिक्षण सिकाइकार्य सञ्चालन गर्ने भन्ने कुराको पूर्व तयारी गरिएको हुन्छ । प्रत्येक गणित शिक्षकले शिक्षण सिकाइकार्य सञ्चालनका लागि योजना निर्माण गर्नुपर्दछ । एकजना गणित शिक्षकले योजना तयार पार्दा व्यवहारिक उद्देश्यहरूको निर्माण गर्ने, विषयवस्तुहरूको क्रम मिलाउने, उपयुक्त शैक्षिक सामग्रीहरूको छनोट गर्ने, वैध र विश्वसनीय मूल्याङ्कनका साधनहरूको छनोट गर्ने र सिकाइ क्रियाकलापहरूको तयारी गर्नुपर्ने हुन्छ ।

एकजना गणित शिक्षकले शिक्षण सिकाइ कार्य सञ्चालनका लागि शैक्षणिक योजना निर्माण गर्नुपर्दछ । एउटा गणित शिक्षकले निर्माण गर्नुपर्ने शैक्षणिक योजनाहरूमा वार्षिक योजना (Annual work plan), एकाइ योजना (Unit plan) र दैनिकयोजना (Daily lesson plan) पर्दछन् । प्रत्येक योजनामा पाठ सामान्यतया शैक्षणिक उद्देश्यहरूको निर्माण शिक्षण सिकाइ सामग्रीको तयारी, शिक्षण विधि तथा प्रक्रियाको निर्धारण र मूल्याङ्कन विधि तथा प्रविधि उल्लेख भएको हुनु पर्दछ ।

कुनै पनि विषयवस्तुको शिक्षण गर्नु भन्दा अगाडि नै के, किन र कसरी शिक्षण सिकाइ कार्य सञ्चालन गर्ने र विद्यार्थीको मूल्याङ्कन कसरी गर्ने भन्ने कुरामा शिक्षक स्पष्ट हुनु आवश्यक छ । पछि स्पष्टताका लागि शिक्षकले योजना निर्माण गर्नुपर्ने हुन्छ । विद्यार्थीको रूची, आवश्यकता र क्षमता अनुरूप प्रयाप्त समय र विषयवस्तुबीच अनुकुलता कायम गरी उद्देश्यमूलकरूपमा क्रमवद्ध शिक्षण सिकाइका लागि शैक्षणिक योजना अति आवश्यक हुन्छ । पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेका लक्ष्यहरू प्राप्तीको लागि योजना बनाउने, योजनाको कार्यान्वयन गर्ने (शिक्षण गर्ने) र लक्ष्य प्राप्ति भयो वा भएन बारे मूल्याङ्कन गरिन्छ । यी कार्यहरू एकपछि अर्को चक्र (cycle) का रूपमा घुमिरहेका हुन्छन् । एउटा उद्देश्य पूरा भएपछि पुनः अर्को त्यो भन्दा उच्चस्तरको उद्देश्य प्राप्तीका लागि योजना बनाउने शिक्षण गर्ने मूल्याङ्कन गर्ने प्रक्रिया एउटा नियमित प्रक्रिया (continuous process) को रूपमा चलिरहन्छ ।



शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा योजनाको महत्त्व

शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा योजनाको महत्त्वलाई निम्नलिखित बुँदामा उल्लेख गर्न सकिन्छ :

- पाठ्यक्रमका समष्टिगत उद्देश्यहरू र पाठ्यवस्तुबीच समन्वयको विश्लेषण गर्न सहयोग पुऱ्याउँछ ।
- पाठ्यक्रमले निर्धारण गरेका उद्देश्यहरूको परिपूर्तिका लागि आवश्यक शिक्षण विधि एवम् शिक्षण सामग्रीको चयन र प्रयोग गर्ने आधार निर्धारण गर्दछ ।
- एउटा योजनाबाट प्राप्त उपलब्धिको विश्लेषणका आधारमा भविष्यमा गरिने शैक्षिक योजनाको खाका तयार पार्नमा मद्दत गर्दछ ।
- शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा नियमितता, निरन्तरता र स्थायित्व कायम गर्छ ।
- पाठ्यक्रमका उद्देश्य र पाठ्यवस्तुबीचको समन्वयलाई विश्लेषण गर्छ ।
- उपयुक्त शैक्षणिक उद्देश्य सामग्री र शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापको छनोट गर्न सहयोग गर्छ ।
- शिक्षण सिकाइप्रति विद्यार्थीलाई उत्प्रेरित गर्नमा सहयोग पुग्छ ।
- शिक्षकमा शिक्षणका लागि सक्षमता र आत्म विश्वासको विकास गर्छ ।
- मूल्याङ्कनका उपयुक्त विधि तथा प्रविधि छनोट गर्न सहयोग गर्दछ ।
- समयको उचित सदुपयोग गर्न सहयोग पुग्छ ।
- शिक्षण सिकाइमा सुधारका लागि निरन्तर सुधारका लागि पृष्ठपोषण प्रदान गर्छ ।

ख) शैक्षणिक उद्देश्य

कुनै निश्चित विषयवस्तुको अध्यापन पछि विद्यार्थीहरूमा देखा पर्ने ज्ञान, सीप एवम् धारणा सम्बन्धी परिवर्तनहरूलाई किटान गरी व्यक्त गरिएका वाक्यहरू (statements) लाई नै शैक्षणिक उद्देश्य भनिन्छ । यस्ता उद्देश्यहरू दुईप्रकारका हुन्छन्, साधारण (general) र व्यवहारिक वा विशिष्ट (specific) ।

१. साधारण उद्देश्य (General objectives) :

साधारण उद्देश्य भनेको विस्तृत कथन हो । यसलाई पूरा गर्न छोटो समयमा सकिदैन । गणितका तहगत तथा कक्षागत उद्देश्यहरू पूरा गर्न छोटो समयमा सकिँदैन । यी उद्देश्यहरू यसका उदाहरणहरू हुन् । यस्ता उद्देश्यहरूबाट सोभै कक्षामा गएर अध्यापन गराउन सकिँदैन, किनभने यिनीहरू व्यापक तथा साधारण प्रकृतिका हुन्छन् । त्यसैले यस्ता उद्देश्यले व्यवहारमा हुने परिवर्तनलाई स्पष्ट गर्न पनि सक्दैनन् । जस्तै : "दैनिक जीवनमा आइपर्ने गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न" ।

२. व्यवहारिक उद्देश्य (Specific objectives) :

कक्षामा शिक्षण गर्नुअघि शिक्षकले विषयवस्तुलाई खण्डखण्ड पारी उद्देश्यहरू तयार पार्नु पर्दछ । यसरी तयारपारिएका उद्देश्यहरूलाई नै व्यवहारिक वा विशिष्ट (behavioral or specific) उद्देश्य भनिन्छ । यस्ता उद्देश्यहरूले विद्यार्थीहरूका देख्न सकिने व्यवहारलाई व्यक्त गर्दछन् । उद्देश्यहरू मापनीय हुने भएकोले पूरा भएनभएको तुरून्त मूल्याङ्कन गर्न सकिन्छ । उदाहरणको लागि :"सूत्र प्रयोग गरी साधारण ब्याज निकाल्न ।"

यस्ता उद्देश्यहरूका विशेषताहरूलाई निम्नअनुसार उल्लेख गर्न सकिन्छ :

- उद्देश्यहरू व्यवहारिक (behavioral) हुनु पर्दछ ।
- उद्देश्यहरू मापनीय (measurable) हुनु पर्दछ ।
- उद्देश्यहरू विशिष्ट (specific) हुनु पर्दछ ।
- उद्देश्यहरू स्पष्ट (clear) हुनु पर्दछ ।

व्यवहारिक उद्देश्य लेख्दा ध्यान दिनुपर्ने प्रमुख कुराहरू :

- पाठ्यविषय र तिनीहरूको साधारण उद्देश्यको विश्लेषण गरी विषयवस्तुको क्षेत्र र क्रम तालिका समेत अध्ययन गर्नुपर्दछ ।
- आवश्यक पर्ने र उपयुक्त शैक्षिक सामग्रीहरू र शिक्षण विधिको अध्ययन गर्नु पर्दछ ।
- विद्यार्थीको उमेर, क्षमता, अध्ययन अध्यापनका लागि प्राप्त हुने समय, कक्षावातावरण आदिलाईसमेत विचार गर्नुपर्दछ ।

- उद्देश्यमा व्यवहारिकता, विशिष्टता, मापनीयता र स्पष्टता जस्ता विशेषताहरू कायम हुनु पर्दछ ।
- विषयवस्तुको क्रम सरलबाट जटिल, ठोसबाट भावात्मक र थाहा भएकोबाट थाहा नभएको को क्रममा राख्नु पर्दछ ।
- एउटै पाठ्योजनाबाट एकभन्दा बढी विषयवस्तु सिकाउनु पर्ने भएमा उद्देश्यहरूको क्रमबद्धतामा विशेष ध्यान दिनु पर्दछ ।
- खास तथ्यहरू घोकेर पूरा हुने खालका उद्देश्यहरू राम्रा मानिदैन । त्यसैले उद्देश्यहरू लेख्दा सिमित तथ्य वा धारणामा मात्र सीमित नराखि विद्यार्थीहरूको सिर्जनात्मक तथा मौलिक गुणहरूको विकासमा ध्यान दिनुपर्दछ ।
- विद्यार्थीको प्रकृति र कक्षाको स्तरअनुसार ज्ञान (knowledge), सीप (skill) र भावना (attitude) लाई आवश्यकताअनुसार उद्देश्यमा समावेश गरिनु आवश्यक छ । विद्यालय तहको गणितमा उद्देश्यहरू निर्माण गर्दा सामान्यतया Bloom को Congitive क्षेत्रका सबै तहहरूको प्रतिनिधित्व गराउने प्रयास गर्नु पर्दछ ।
- उद्देश्यहरू विद्यार्थी केन्द्रित गराउनु पर्दछ ।
- उद्देश्यहरूमा क्रियाकलापहरू लेख्दा विशेष ध्यानदिनुपर्दछ, जान्नेछन्, बुझ्नेछन्, थाहा पाउनेछन् जस्ता क्रियापदहरूको प्रयोग गर्नु हुँदैन ।
- एउटा भनाइमा सामान्यतः एउटै मात्र उद्देश्य राख्नु पर्दछ ।
- उद्देश्यमा प्रयोग गरिने भाषा बहुअर्थी (ambiguous) हुनुहुँदैन ।
- उद्देश्यलाई प्रश्नको रूपमा राख्नु हुँदैन ।

उद्देश्यहरूको वर्गीकरण (Classification of objectives)

शैक्षणिक उद्देश्यहरूको वर्गीकरण गर्ने सम्बन्धमा ब्लुम (B.S. Bloom) को Taxonomy of educational objectives - 1956 मा गरिएको वर्गीकरणलाई अहिलेसम्म पनि उत्तिकै महत्त्वपूर्ण मानिएको छ । ब्लुमकाअनुसार शैक्षणिक उद्देश्यहरूलाई संज्ञानात्मक क्षेत्र (Cognitive domain), प्रभाव क्षेत्र (Affective domain) र मनोक्रियात्मक क्षेत्र (Psychomotor domain) गरी तीन भागमा बाँडिनु पर्दछ । बालकको मानसिक एवम् बौद्धिक प्रक्रियामा जोडदिने सबै उद्देश्यहरू संज्ञानात्मक क्षेत्रमा पर्दछन् । बालकका रूचि, आवश्यकतालाई विचार गर्ने तथा समस्या समाधानका उपायसम्बन्धी उद्देश्यहरू यसअन्तर्गत पर्दछन् । प्रभावी क्षेत्रका उद्देश्यहरूले अनुभव, भावना, अभिरूचि र उसको संवेगात्मक पक्षलाई समेट्दछ । यस क्षेत्रलाई भावनात्मक वा अभिवृत्ति क्षेत्र पनि भनिन्छ । मनोक्रियात्मक क्षेत्रले स्नायुसम्बन्धी समन्वय कायम गर्ने व्यवहारलाई वर्णन गर्दछ । यस क्षेत्रमा क्रिया, गति तथा

सीपसँग सम्बन्धित उद्देश्यहरू पर्दछन् । यस क्षेत्रका उद्देश्यहरूलाई सीप पक्षका उद्देश्य पनि भनिन्छ ।

ग) संज्ञानात्मक क्षेत्र (Cognitive domain)

संज्ञानात्मक क्षेत्रका उद्देश्यलाई क्रमबद्धरूपमा निम्नलिखित ६ भागमा बाँडिएको छ :

१. **ज्ञान (Knowledge) :** संज्ञानात्मक क्षेत्रको पहिलो तहको रूपमा रहेको ज्ञानतहमा सिकेका कुराहरूलाई चाहिएको बेलामा पुनः स्मरण (Recall) गर्ने र चिन्ने क्षमताका उद्देश्यहरू पर्दछन् । आधारभूत तथ्यहरू तथा सूचनाहरू (Basic facts and information) तथा शव्दावली (Terminology), विभिन्न प्रतिक्रियाहरू (Responses), साश्वत (Universal) कुराहरूसम्बन्धी उद्देश्यहरू यस तहमा पर्दछन् ।

ज्ञान तहका उद्देश्यहरू निर्माण गर्दा प्रयोग गरिने क्रियाकलापहरूमा भन्नु (to say), लेख्नु (to write), छनोट गर्नु (to select), परिभाषा दिनु (to define), पुनः स्मरण गर्नु (to recall), मापन गर्नु (to measure), नाम दिनु (to name), सूची तयार गर्नु (to list), पहिचान गर्नु (to identify), वर्णन गर्नु (to describe) इत्यादि रहेका छन् । उदाहरण :

- सामानान्तरीय श्रेणीको परिभाषा दिन,
- समानान्तरीय श्रेणीको योगफल निकाल्ने सूत्र बताउन,
- दुई त्रिभुजहरू अनुरूप हुने अवस्थाहरू बताउन,
- विभिन्न किसिमका चतुर्भुजका नामहरूको सूची वनाउन,
- पाइथागोरस साध्यको कथन लेख्न ।

२. **बोध वा सङ्क्षेपीकरण (Comprehension) :** समझदारी वा बोध क्षमताको परीक्षण गर्ने उद्देश्यहरू यस तहमा पर्दछन् । आफ्ना अनुभवलाई साधारण स्थितिमा प्रयोग गर्न सक्नु पनि यस क्षेत्रको उद्देश्यभित्र पर्दछ ।

बोध तहका उद्देश्यहरू निर्माण गर्दा प्रयोग हुने क्रियापदहरूमा छुट्याउनु (to distingush), अनुवाद गर्नु (to translate), फरक देखाउनु (to identify), व्याख्या गर्नु (to explain), सारांश बताउनु वा लेख्नु (to summarize), उदाहरण दिनु (to illustrate), चिन्नु (identify), खिँच्नु (to draw), अनुमान गर्नु (to estimate), व्यक्त गर्नु (to interprete), निर्णय गर्नु (to judge) इत्यादि रहेका छन् । उदाहरण :

- रेखीय असमानतालाई लेखाचित्रमा व्यक्त गर्न,
- समानान्तर चतुर्भुज र समलम्ब चतुर्भुजमा फरक छुट्याउन,
- शाब्दिक समस्यालाई गणितीय भाषामा लेख्न,
- $x^0=1$ हुन्छ भन्ने कुराको व्याख्या गर्न,
- समानान्तर श्रेणीको योगफल निकाल्ने सूत्रको व्याख्या गर्न ।

३. **प्रयोग (Application):** यस तहमा सिकाइको स्थानान्तरण गर्ने उद्देश्यहरू पर्दछन् । सिद्धान्त, विधि, नियम, विचार आदिलाई स्थितिअनुकूल प्रयोगगर्न सक्नेखालका उद्देश्यहरू प्रयोग गर्नु (to apply), सामान्यीकरण गर्नु (to generatize), सङ्गठित गर्नु (to organize), वर्गीकरण गर्न (to classify), सम्बन्ध देखाउनु (to relate), हल गर्नु (to solve), उत्पादन गर्नु (to produce), प्रयोग गर्नु (to apply), देखाउनु (to show), परिवर्तन गर्नु (to change), हिसाव गर्नु (to compute) इत्यादि रहेका छन् । उदाहरण :

- कुनै त्रिभुजका तीनओटै भुजाका मध्यविन्दु जोडेर बनेको त्रिभुजको क्षेत्रफलका आधारमा यस्ता त्रिभुजको सम्बन्ध पत्ता लगाउन,
- सूत्र प्रयोग गरेर वर्गसमीकरण हल गर्न,
- कुनै कोठाका भुईंमा कार्पेट बिछ्याउन लाग्ने मूल्य निकाल्न,
- त्रिकोणमितीय अनुपातको प्रयोग र उचाइ तथा दूरी पत्ता लगाउन,
- प्रयोगद्वारा त्रिभुजका दुईभुजाहरूको योगफल तेस्रोभुजाभन्दा बढी हुन्छ भनी सामान्यीकरण गर्न ।

४. **विश्लेषण (Analysis) :** जानेका कुराहरूलाई स्पष्टरूपले अर्थ्याउन सक्नु, गुण र दोषको विश्लेषण गर्नु जस्ता उद्देश्यहरू यस तहमा पर्दछन् । वास्तविक कुराहरूको छानविन गरी त्यसको सम्बन्ध देखाउने उद्देश्यहरू पनि यसै तहमा पर्दछन् । विश्लेषण तहका उद्देश्यहरू निर्माण गर्दा प्रयोग हुने क्रियापदहरूमा विश्लेषण गर्नु (to analysis), तुलना गर्नु (to compare), सम्बन्ध देखाउनु (to relate), वहस गर्नु (to debate), पहिचान गर्नु (to identify), छान्नु (to select), पुष्टि गर्नु (to justify), खण्डन गर्नु (to resolve), आलोचना गर्नु (to critisize) इत्यादि रहेका छन् । उदाहरण :

- पाइथागोरस साध्य प्रमाणित गर्न,
- $x^2+y^2=a^2$ लाई लेखा चित्रमा देखाई व्याख्या गर्न ।

५. **संश्लेषण (Synthesis) :** विभिन्न चिजहरूको संयोजन गर्नु नै संश्लेषण भएकाले यस तहमा कुनै पनि विषयवस्तुका सीप वा धारणाहरूको पुनर्योग र पुन: सङ्गठन गर्ने उद्देश्यहरू पर्दछन् । यसैले यसतहमा कुनै तत्त्व वा अंशलाई पूर्ण बनाउन सङ्गठन गर्नु, टुक्राहरू, तत्त्वहरू आदिको जोड गर्ने वा तिनीहरूलाई मिलाउने जस्ता प्रक्रियाहरू पर्दछन्, जुन प्रक्रियाबाट नयाँरूप वा ढाँचा तयार हुने गर्दछ । यसरी विभिन्न विचारहरूको सङ्कलनबाट एउटा छुट्टै र नयाँ निष्कर्ष वा विचार निर्माणसम्बन्धी उद्देश्यहरू यस तहमा पर्दछन् ।

संश्लेषण तहका उद्देश्यहरू निर्माण गर्दा प्रयोग हुने क्रियापदहरूमा छलफल गर्नु (discuss), सङ्गठित गर्नु (to organize), सामान्यीकरण गर्नु (to generalize), प लगाउनु (to derive), निष्कर्ष निकाल्नु (to conclude), पुनरूक्ति गर्नु (to restate), स झिक्नु (to summarize), योजना बनाउनु (to plan), एकीकरण गर्नु (to unit प्रतिपादन गर्नु (to formulate), उत्पादन गर्नु (to produce) इत्यादि रहेका छन्
उदाहरण :

- त्रिभुजको क्षेत्रफलको सूत्र प्रयोग गरी समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्न,
- प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको योगफल निकाल्ने सूत्र पत्ता लगाउन ।

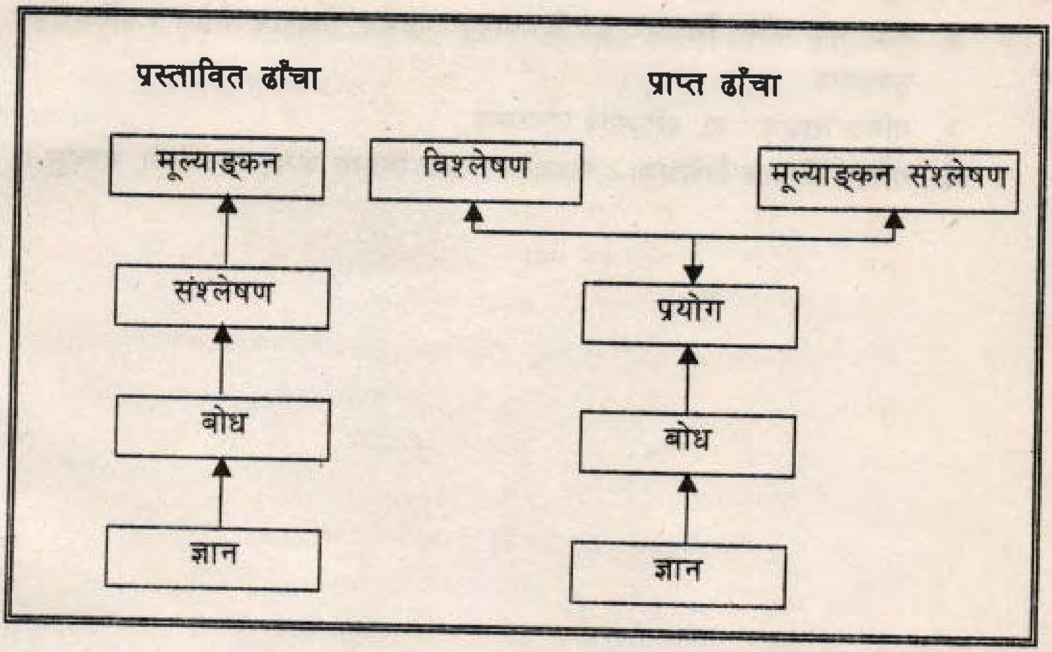
६. **मूल्याङ्कन (Evaluation) :** सम्पन्न गरिएका कार्यहरूको लेखाजोखा गर्न सकिने ग भएका उद्देश्यहरू यस तहमा पर्दछन् । कुनै कुराको विवेचना गर्नु, गुण-दोषको लेखाजो गर्नु, समीक्षा गर्नु जस्ता कुनै निश्चित उद्देश्यका लागि कुनै वस्तु वा सामग्रीको वैधता मूल्याङ्कन र विवेचना गर्ने उद्देश्यहरू यस तहमा पर्दछन् ।
मूल्याङ्कन तहको उद्देश्य निर्माण गर्दा प्रयोग गरिने क्रियापदहरूमा मूल्याङ्कन गर्नु evaluate), निर्धारण गर्नु (to determine), मान्यता दिनु (to recognize), आलोचना (to criticize), समर्थन गर्नु (to support), त्यागनु (to avoid), विवेचना गर्नु (to justi इत्यादि रहेका छन् । उदाहरण :

- बेलना र कोनको आयतनको सम्बन्धको मूल्याङ्कन गर्ने,
- आधार २ र आधार १० को सङ्ख्याकन पद्धतिका सवल र दुर्वल पक्षहरु विवेचना गर्ने ।

ब्लूमले उल्लेख गरेको वर्गीकरणलाई व्यवहारमा रूपान्तरण गर्न कठिन काम थियो । य कठिन काम गर्ने क्रममा SMSG (School Mathematics Study Group) ले माथि वर्गीकरणलाई Knowing, translating, manipulating, choosing, analyzing र evaluati मा रूपान्तरण गरी National longitudinal study of mathematical abilities का ल प्रश्नहरू वनाएका थिए । उदाहरणका लागि Choosing लाई तलका शब्दहरू समेट्ने क्रिया रूपमा परिभाषित गरे : Making comprehensions, selecting appropriate facts a techniques, guesing, estimating, changing owns approach / selecting n symbolism.
उपर्युक्त वर्गीकरणको विषय वैधताका बारेमा कुनै अरू विद्वान्ले पुष्टि गर्न सकेका छैन ब्लुमले दिएको वर्गीकरणका छतहलाई माडौस (१९७३) र उनका साथीहरूले पाँच

ल्याउन सल्लाह दिए । धेरैजसो विद्वान्हरूले ब्लुमले दिएको वर्गीकरणहरू (तहको हिसाबले) मध्ये ज्ञान, बोध र प्रयोगको क्रम मिलेका पाए । सोभन्दा माथिका तहहरूबारे फरक मत भएको पाइन्छ ।

ब्लुमले प्रस्तावित गर्नु भएको वर्गीकरणहरूलाई केलाए हेर्दा माडौसले तल चित्रित चारतहमा वर्गीकरण भएको पाए :



शैक्षणिक उद्देश्यहरूको वर्गीकरण गर्ने क्रममा गुलफोर्ड (१९६७) ले उद्देश्यहरूको वर्गीकरणलाई तीनओटा गुणहरूका आधारमा गरेका थिए । ती गुणहरू निम्न छन् :

- विषयवस्तुको स्वभावअनुसार (Content categories)
- सक्रियताको तहअनुसार (Operation categories)
- उत्पादित वस्तुको तहअनुसार (Product categories)

ग्याग्नेमरीले तीनै क्षेत्रलाई समेटेर उद्देश्यहरूको वर्गीकरण चारतहमा (Emotional behaviour, Psychomotor behaviour, Memoization behaviour & complex cognitive behaviour) गरे ।

४. प्रतिबिम्बन :

क) विद्यालय तहको कुनै एउटा विषयवस्तु लिनुहोस्, त्यस विषयवस्तुमा ब्लीइइः ले उल्लेख गरेका छऔटै तहमा एकएकओटा व्यवहारिक उद्देश्यहरू बनाउनुहोस् ।

ख) गणित शिक्षणमा व्यवहारिक उद्देश्यको तयारी र योजना निर्माणले के कस्तो सहयोग गर्ला ? आफ्नो विचार राख्नुहोस् ।

५. सन्दर्भसूची :

१. माध्यमिक गणित शिक्षण : डा. हिराबहादुर महर्जन, लेखनाथ पौडेल र हरिनारायण उपाध्याय,

२. गणित शिक्षण : डा. हरिप्रसाद उपाध्याय,

३. गणित प्रशिक्षक निर्देशिका : माध्यमिक शिक्षा विकास केन्द्र, सानोठिमी, भक्तपुर ।

पाठ दुई : पाठयोजना (Lesson Plan)

१. **उद्देश्य :** यस पाठको अध्ययनपछि सहभागीहरू निम्नलिखित कार्यहरू गर्न सक्षम हुनेछन् :

क) पाठयोजनाको परिचय दिन,
ख) पाठयोजनाका विभिन्न ढाँचाहरू तयार पार्न,
ग) पाठयोजना निर्माण गर्न,
घ) पाठयोजनाअनुसार सूक्ष्म शिक्षण गर्न,
ङ) कक्षा अवलोकन गरी पृष्ठपोषण दिन ।

२. **मुख्य विषयवस्तु :**

क) पाठयोजनाको परिचय,
ख) पाठयोजनाको ढाँचाहरू,
ग) पाठयोजना निर्माण,
घ) कक्षा अवलोकन ।

३. **विषयवस्तुको प्रस्तुतीकरण :**

क) पाठयोजना (Daily lesson plan)

नियमित अध्यापन कार्यलाई प्रभावकारी बनाउन प्रत्येक पाठको अध्यापनका लागि पूर्वतयारीको लिखितरूप नै पाठयोजना हो । निर्धारित पाठको शिक्षणबाट विद्यार्थीमा विकसित हुने ज्ञान, सीप, एवम् अभिवृत्तिहरू उल्लेख गरी त्यसलाई पूरा गर्न आवश्यक शैक्षिकसामग्री, शिक्षणसिकाइ क्रियाकलापको रूपरेखा, विद्यार्थी मूल्याङ्कनप्रक्रिया जस्ता कुराहरू उल्लेख गरी बनाइएको शिक्षणयोजना नै पाठयोजना हो । यो दैनिक वनाइने हुनाले यसलाई दैनिक पाठयोजना भन्ने गरिन्छ । यसरी प्रत्येक दिन वा पिरियडका लागि सम्बन्धित विषयशिक्षकले बनाइएको शिक्षण योजना नै दैनिक पाठयोजना हो ।

पाठयोजना बनाई शिक्षण गर्दा शिक्षकलाई विषयवस्तु र अध्यापन प्रक्रियाबारे बढी आत्मविश्वास जागृत हुने, विद्यार्थीलाई गराइने क्रियाकलाप उपयुक्त किसिमको हुनसक्ने, सुपरिवेक्षक तथा सहयोगी शिक्षकहरूले पाठयोजना कै आधारमा प्रभावकारी सुझाव दिन सक्ने र आफ्नो सम्बन्धमा आफैं मूल्याङ्कन गरी त्यसमा सुधार गर्न सक्ने जस्ता फाइदाहरू हुने

भएकाले प्रत्येक शिक्षकले पाठयोजना निर्माण गरी शिक्षण-सिकाइ कार्य सञ्चालन गर्नु अनिवार्य छ ।

पाठयोजनामा शिक्षकले कक्षाकोठाभित्र के सिकाउने (पाठ्यवस्तु), किन सिकाउने (उद्देश्यहरू), कसरी सिकाउने (शिक्षण विधि), के कस्ता सामग्री प्रयोग गर्ने (शैक्षिक सामग्रीहरू), विद्यार्थीमा शिक्षण सिकाइ पश्चात् प्राप्त भएका उपलब्धिहरू जाँच्ने तरिका (मूल्याङ्कन विधि) समेत स्पष्ट रूपमा उल्लेख गरिने भएकाले पाठयोजनाका अङ्गहरूलाई यसैका आधारमा उद्देश्य, सामग्री, शिक्षणसिकाइ क्रियाकलाप र मूल्याङ्कनलाई लिने गरिन्छ । यहाँ यी अङ्गहरूको व्याख्या गरिएको छ ।

१. उद्देश्य (Objectives)

कुनै पाठको अध्यापनबाट अपेक्षित उपलब्धि अथवा व्यावहारिक परिवर्तनहरू नै त्यो पाठका उद्देश्य हुन । यस्ता उद्देश्यहरू पाठको अन्तमा स्पष्टरूपले मापन गर्न सक्नुपर्दछ । यसरी कुनै विषयवस्तु शिक्षण पश्चात् विद्यार्थीहरूमा कस्ता व्यावहारिक परिवर्तनहरू अपेक्षा गर्ने भन्ने कुराको निर्क्योल उद्देश्यले नै गर्दछ भने पाठयोजनाका अन्य कार्यहरू पनि उद्देश्य परिपूर्तिका लागि निर्धारणं गरिन्छन् ।

पाठयोजनामा उल्लेख भएका उद्देश्यहरू कक्षाशिक्षण प्रक्रियाका अन्तमा विद्यार्थीहरूले पूरा गर्न सक्ने र उद्देश्य पूरा भएनभएको मापन गर्न सकिने हुनुपर्दछ । यसरी दैनिक पाठयोजनामा उल्लेख गरिएका उद्देश्यहरू विशिष्ट र व्यवहारिक (Specific & behavioural) हुनु पर्दछ । यस्ता उद्देश्यहरूले विद्यार्थीको मापन गर्न सकिने व्यवहारको प्रतिनिधित्व गर्नुपर्दछ । त्यसै गरी विषयवस्तुको प्रकृति हेरी उद्देश्यहरू ज्ञान, सीप र अभिवृत्तिमा आधारित हुनु पर्दछ ।

२. शिक्षणसिकाइ सामग्री (Teaching learning materials)

पाठयोजनाको यस भागमा निर्धारित उद्देश्य पूरा गर्ने शैक्षणिक क्रियाकलापमा सहायक हुने र उपयोगमा ल्याइने सामग्रीको सूची उल्लेख गरिन्छ । पाठयोजनामा दैनिक र नियमितरूपमा प्रयोग हुने चक, चकबोर्ड, डस्टर आदि उल्लेख नगरी एउटा वा भिन्नभिन्न पाठ्यवस्तु शिक्षणमा उपयोग गर्न सकिने र उपयोग गरिने शिक्षक निर्मित र अन्य माध्यमबाट जुटाइएका सामग्रीहरूको उल्लेख गर्नुपर्दछ । यी सामग्रीहरू पाठ्यवस्तु, उद्देश्य र विद्यार्थीको स्तरअनुरूप हुनुपर्दछ । साथै पाठयोजनामा शिक्षणसिकाइ कार्यमा प्रयोग गरिने सामग्री मात्र उल्लेख गर्नुपर्दछ ।

शिक्षणसिकाइ सामग्रीको प्रयोग निश्चित पाठको धारणा स्पष्ट पार्न र शिक्षणसिकाइलाई रूचिपूर्ण तथा प्रभावकारी बनाउन गरिने भएकाले सामग्रीको छनोट गरी प्रयोग गर्नु अघि ती

सामग्रीको उपयुक्तताको विचार गर्नु पर्दछ । यसको अर्थ सामग्रीको प्रयोग सामग्री कै लागि नभई शिक्षणसिकाइका लागि सहायक हुनु पर्दछ ।

३. शिक्षणसिकाइ क्रियाकलाप (Teaching learning activities)

विद्यार्थीहरूले निर्धारित उपलब्धि प्राप्त गर्न सकुन भनेर नै विषयवस्तुलाई कक्षामा प्रस्तुत गरिन्छ । विषयवस्तु कक्षामा प्रयोग गर्ने क्रममा शिक्षक र विद्यार्थी दुवै आ-आफ्ना शिक्षण र सिकाइ क्रियाकलापमा सङ्लग्न हुन्छन् । पाठयोजनाको यस भागमा शिक्षक र विद्यार्थी दुवैका शिक्षणसिकाइ कार्यहरू, शिक्षण विधि तथा सामग्रीको प्रयोग आदिलाई उद्देश्यअनुरूप प्रस्तुत गर्ने कुरा उल्लेख गरिन्छ । पाठयोजनामा शिक्षणसिकाइ कार्यशाला उल्लेख गर्दा निम्नअनुसार गर्नुका साथै कक्षामा गरिने क्रियाकलाप पनि त्यसैअनुसार सञ्चालन गर्नुपर्दछ ।

- कक्षाका विद्यार्थीहरूको औसत रूचि, उमेर, क्षमता तथा आकार विचार गरी विद्यार्थीको पूर्वानुभवसँग सम्बद्ध बनाई पाठ सुरू गर्नुपर्छ । यसका लागि सर्वप्रथम पूर्वज्ञान वा प्रवेश व्यवहार परीक्षण गर्नुपर्छ ।
- शिक्षणसिकाइ क्रियाकलापहरू संयोजन गर्दा उद्देश्यका क्रमअनुसार गरिनुका साथै एउटै उद्देश्य परिपूर्तिका लागि पनि क्रियाकलापमा विविधता र क्रमिकता कायम गरिनुपर्छ ।
- शिक्षक र विद्यार्थी दुवैका क्रियाकलाप वा गतिविधि स्पष्ट खुल्ने गरी सङ्क्षिप्तरूपमा शिक्षणसिकाइ क्रियाकलाप लेखिनु पर्दछ । एउटै धारणा वा सीपका लागि एकै प्रकारका धेरै क्रियाकलाप वा अभ्यासमा सङ्लग्न हुनुपर्ने भएमा एउटालाई मात्र नमुनाको रूपमा प्रस्तुत गर्न पनि सकिन्छ । शिक्षक र विद्यार्थी दुवैका गतिविधि खुल्नेगरी एउटै कथनमा क्रमानुसार क्रियाकलापहरू उल्लेख गर्नु राम्रो हुन्छ ।
- निर्धारित सामग्रीको उपयोग कहाँ, कहिले र कसरी गर्ने भन्ने कुरा उल्लेख गर्नु आवश्यक छ ।
- पाठ्यवस्तुका प्रत्येक भाग र तिनीहरूको क्रियाकलापका लागि क्रियाकलापको महत्त्वअनुसार समयको सन्तुलन कायम गरिनु आवश्यक छ ।
- कस्तो शिक्षण विधि अपनाउने, आफू कति सक्रिय र विद्यार्थीलाई कति सक्रिय गर्ने भन्ने कुरामा विचार पुऱ्याउनु पर्दछ ।
- शिक्षणसिकाइ क्रियाकलापको अन्त्यमा आवश्यकतानुसार सङ्क्षिप्त पुनरावृत्ति गर्ने समय प्रदान गर्नुपर्दछ ।

४. मूल्याङ्कन (Evaluation)

कक्षा शिक्षणको अन्त्यमा विद्यार्थीहरूले अपेक्षित उपलब्धिहरू प्राप्त गर्न सकेसकेनन् वा निर्धारित उद्देश्यहरू हासिल भएभएनन् भन्ने कुरा पत्ता लगाई पृष्ठपोषण (Feed back) प्रदान

गर्ने प्रयोजनले मूल्याङ्कन स्तम्भ राखिन्छ । मूल्याङ्कनका लागि पाठयोजनामा उल्लेख गरिएका उद्देश्यहरूको मापन गर्ने खालका प्रश्नहरू राखिनु पर्दछ । मूल्याङ्कनलाई पाठयोजनाको अन्त्यमा उल्लेख गरिए तापनि कक्षा क्रियाकलापको बीचबीचमा सोधिने प्रश्नहरू तथा अवलोकनद्वारा पनि विद्यार्थीको सिकाइ उपलब्धि पत्ता लगाउन सकिन्छ । त्यसैले मूल्याङ्कनलाई पाठयोजनामा छुट्टै अङ्गको रूपमा प्रस्तुत गरिए तापनि सबै अवस्थामा यसलाई शिक्षणसिकाइ क्रियाकलापबाट अलग राखेर देखाउन कठिन हुन्छ । यसरी हेर्दा मूल्याङ्कनमा गरिने क्रियाकलाप वा सोधिने प्रश्नहरूले उद्देश्यको प्रतिनिधित्व गरेको हुनुपर्दछ । विद्यार्थीहरूलाई सोधिने प्रश्नहरू सामान्य स्मृतिमा आधारित मात्र नगरी उनीहरूको बोध शक्ति र मौलिक चिन्तनलाई प्रोत्साहित गर्ने किसिमको हुनुपर्दछ ।

५. गृहकार्य (Home work)

गणितका धारणा तथा सामान्यीकरणको प्रयोगको मूल्याङ्कन गर्न र सिकाइमा स्थायित्व कायम गर्न गृहकार्यका रूपमा नियमित अभ्यास दिने गरिन्छ । गृहकार्यले गणितीय तथ्य, धारणा, सूत्र तथा सामान्यीकरणको पुनरावृत्ति (Repetition) वा ड्रिल (Drill) मा सहयोग पुऱ्याउने हुनाले सिकाइको स्थायित्वका लागि र प्रयोगको क्षेत्रलाई विस्तृत गर्नका लागि गृहकार्य दिनु आवश्यक छ । तर गृहकार्य सधैँ दिनै पर्ने विषयवस्तुको प्रकृतिअनुरूप नभई आवश्यकतालाई विचार गरेर मात्र दिनु पर्दछ ।

ख) पाठयोजनाका ढाँचाहरू

हालसम्म प्रचलनमा रहेका पाठयोजनाका ढाँचाहरू तल दिइएको छ । देशमा राष्ट्रिय शिक्षा पद्दतीको सुरूवातसँग आएको पाठयोजनाको धारणा हालसम्म घनिभूत भएर आएको छ । पाठयोजना निर्माणको अभावमा तोकिएको समयमा पाठ्यवस्तु नसकिने शिक्षण प्रभावकारी हुन नसकेको कारण शिक्षाको गुणस्तरको सन्दर्भमा प्रसस्त प्रश्नहरू उठेका छन् । यस सन्दर्भमा शिक्षकहरूको आफ्नै खालको रहेको छ । शिक्षकहरूको भनाइमा पढाउनु पर्ने पाठ्यभार बढी भएकोले भ्याइदैन, पाठयोजना वनाउँदा लामो समय लाग्दछ आदि खालका विचार आउने गर्दछ । तसर्थ पाठयोजनाको ढाँचा निर्माण गर्दा सरल, र कम समयमा तयार हुने खालको बनाउनु जरूरी छ । तर यस्तो ढाँचामा पाठयोजनाका प्रमुख अङ्गहरू उद्देश्य, क्रियाकलाप र मूल्याङ्कनलाई छुट्याउनु हुँदैन । हाल चलनचल्तीमा रहेका पाठयोजनाका केही ढाँचाहरू निम्नअनुसार छन् :

पाठयोजनाको ढाँचा १

कक्षा : | मिति :
विषय : | घण्टी :
पाठ : | समय :

१. **व्यवहारिक उद्देश्य :**
२. **शैक्षिक सामग्री :**
३. **शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप :**
४. **मूल्याङ्कन :**
५. **गृहकार्य :**

पाठयोजनाको ढाँचा २

शीर्षक : | सिकारूको सङ्ख्या :

१. उद्देश्य :
२. मुख्य विषयवस्तु :
    क)................ (................मिनेट)
    ख)................ (................मिनेट)
    ग)................ (................मिनेट)
३. शिक्षण विधि :
४. आवश्यक सामग्री र उपकरणहरू :
५. मूल्याङ्कनका तरीका :
६. जम्मा समय :

पाठयोजनाको ढाँचा ३

शीर्षक :

विद्यार्थीको सङ्ख्या :

कक्षा :

समय :

उद्देश्य :

सामग्री तथा उपकरणहरू :

सामग्री :

समय (मिनेटमा)	शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप	शिक्षण विधि	प्रयोग हुने सामग्री	मूल्याङ्कन तरिका	कैफियत

पाठयोजनाको ढाँचा ४

शीर्षक :

विद्यार्थीको सङ्ख्या :

कक्षा :

समय :

घण्टी :

उद्देश्य :

शिक्षण क्रियाकलाप :

शिक्षक क्रियाकलाप	विद्यार्थी क्रियाकलाप

पाठयोजनाको ढाँचा ५

कक्षा :

घण्टी :

विषय :

शिक्षकको नाम :

क्र. सं.	मिति	पाठ	उद्देश्य	सामग्री	मुख्य क्रियाकलापहरू	मूल्याङ्कन	विशेष टिप्पणी
१.			(क).......		(क).......		
			(ख).......		(ख).......		
२.			(क).......		(क).......		
			(ख).......		(ख).......		

माथि उल्लिखित पाठयोजनाका ढाँचाहरू मध्ये आफूलाई उपयुक्त लागेको ढाँचामा पाठयोजना बनाउन सकिन्छ । पाठयोजना यस्तै हुनुपर्छ भन्ने निश्चित ढाँचा छैन । तर सधैं याद राख्नु पर्ने कुरा केहो भने "शिक्षकले शिक्षण गर्ने क्रममा शिक्षण गर्नुभन्दा अगावै पाठयोजना तयार पारेर सोहीअनुसार मात्र शिक्षण गर्नु जरूरी हुन्छ ।"

ग) पाठयोजनाको निर्माण

पाठयोजना मूलतः शिक्षकले आफ्ना लागि उपयुक्त हुने गरी तयार गरिने क्रियाकलापहरूको एउटा क्रमबद्ध खाका हो । त्यस्तै शिक्षण गर्ने शिक्षक स्वयम्ले यस्तो योजना तयार पार्नुपर्ने हुन्छ । तर पनि यहाँ केही पाठयोजनाका नमुनाहरू दिइएको छ ।

पाठयोजनाको नमुना १

विषय : गणित (बीजगणित)

पाठ : गुणनखण्ड

कक्षा : ९

मिति : २०६०/११/३०

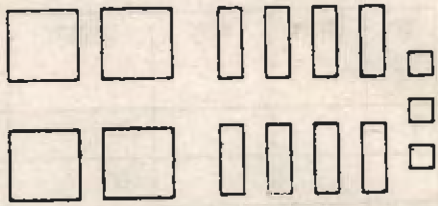
१. व्यावहारिक उद्देश्य : पाठको अन्त्यमा विद्यार्थीहरू निम्नकुराहरू गर्न समर्थ हुनेछन् :

क) ax^2+bx+c किसिमका त्रि-पदीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणनखण्ड गर्न ।

२. शैक्षिक सामग्री :

३. **क्रियाकलाप :**

खेल विधि प्रयोग गरेर गुणनखण्ड निकाल्न लगाउने । दिइएका १५ ओटा टुक्रालाई एउटा आयत आकार आउने गरी मिलाउन दिने । विद्यार्थीहरूले विभिन्न ढङ्गबाट मिलाउने कोसिस गर्दछन् । मिलिसकेपछि त्यस चित्रलाई बीजीय अभिव्यञ्जकको रूपमा व्याख्या गर्न लगाउने ।



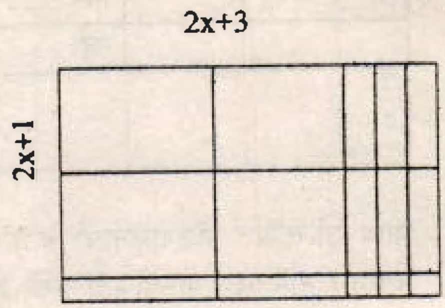
उदाहरण १ :

$4x^2+8x+3$

$= 4x^2+2x+6x+3$

$= 2x(2x+1)+3(2x+1)$

$= (2x+1)(2x+3)$



जाँचेको : $(2x+1)(2x+3)$

$= 4x^2+2x+6x+3$

$= 4x^2+8x+3$

उदाहरण २ :

$3x^2-13x-30$

दुईओटा गुणनखण्डको जोड ऋणात्मक भएकाले ठूलो गुणनखण्डको चिह्न ऋणात्मक हुनु पर्दछ ।

$=3x^2+(5-18)x-30$ $(3)\times(-30)=-90$

$=3x^2+5x-18x-30$

$=x(3x+5)-6(3x+5)$

$=(3x+5)(x-6)$

$=1.(-90)$	$= 1-90 = -89$
$=2.(-45)$	$= 1-45 = -43$
$=3.(-30)$	$=3-30 = -27$
$=5.(-18)$	$= 5-18 = -13$
$=6.(-15)$	$= 6-15 = -9$
$=9.(-10)$	$= 9-10 = -1$

जाँचेको : $(3x+5)(x-6)$

$= 3x^2-18x+5x-30$

$= 3x^2-13x-30$

उदाहरण ३ :

$2x^2+7x-15$

दुईओटा गुणनखण्डको जोड धनात्मक भएकाले ठूलो गुणनखण्डको चिह्न धनात्मक हुनुपर्दछ ।

$= 2x^2+(10-3)x-15$ $\qquad (2)\times(-15) = -30 = 30(-1) = 29$

$= 2x^2+10x-3x-15$ $\qquad = 15(-2) = 13$

$= 2x(x+5)-3(x+5)$ $\qquad = 10(-3) = 7$

$= (x+5)(2x-3)$

जाँचेको : $(x+5)(2x-3) = 2x^2+10x-3x-15 = 2x^2+7x-15$

४. मूल्याङ्कन : यसै गरी अरू अभ्यासहरू पनि गर्न र उत्तर पनि जाँच्न लगाउनुपर्दछ ।

५. गृहकार्य : अभ्यास १०-२१ सम्म ।

पाठयोजना २

विषय : त्रिकोणमिति — **कक्षा : ९**

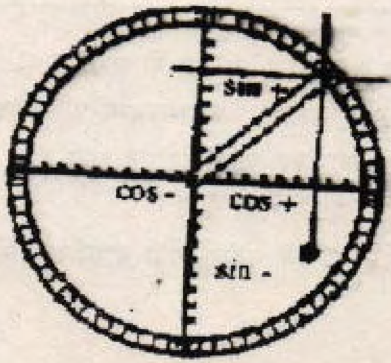
एकाइ : प्रामाणिक कोणको मान — **मिति : २०६१/११/३०**

पाठ : **समानान्तर चतुर्भुजका उप-साध्यहरू** — **घण्टी : पाँचौं**

व्यावहारिक उद्देश्य : पाठको अन्त्यमा विद्यार्थीहरू निम्नकार्य गर्न समर्थ हुनेछन् :

क) प्रमाणिक कोणको मान बताउन ।

शैक्षिक सामग्री : त्रिकोणमितिका लागि Templete, चार्ट ।



क्रियाकलाप :

प्रयोगशाला विधिको अवलोकन विधि अपनाएर यो पाठ अगाडि बढाउनुपर्दछ । :यखष्लन ुयमभर्ा खालको शैक्षिकसामग्री विद्यार्थीहरूलाई चलाउन दिएर अवलोकन गर्न लगाउने । अवलोकन पछि उनीहरूले सो मान आफ्नो कापीमा टिप्ने गर्दछन् र छलफल गर्न लगाउने ।

$\sin 0^\circ = ?$	$\cos 0^\circ = ?$	$\text{Tan}0^\circ = ?$
$\sin 30^\circ = ?$	$\cos 30^\circ = ?$	$\text{Tan}30^\circ = ?$
$\sin 45^\circ = ?$	$\cos 45^\circ = ?$	$\text{Tan}45^\circ = ?$
$\sin 60^\circ = ?$	$\cos 60^\circ = ?$	$\text{Tan}60^\circ = ?$
$\sin 90^\circ = ?$	$\cos 90^\circ = ?$	$\text{Tan}90^\circ = ?$

sinθ को फरकफरक कोणहरूको मान भएको चार्ट प्रयोग गरेर देखाउने र त्यसबारे छलफल गर्न लगाउने ।

Angle	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

Ratio \ Angle	0°	30°	45°	60°	90°
sin	$\sqrt{\frac{0}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{4}{4}}$
cos	$\sqrt{\frac{4}{4}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{0}{4}}$

- sinθ र cosθ को कोणहरू र त्यसका मानमा के सम्बन्ध छ ?
- क्यालकुलेटर प्रयोग गरी उक्त मानहरू दशमलवमा परिवर्तन गर्न लगाउने ।
- sinθ र cosθ को मान कुन कोणका लागि बराबर हुन्छ ?
- पहिलो चार्ट र दोस्रो चार्टमा के भिन्नता छ ?
- पहिलो चार्ट र दोस्रो चार्टमध्ये कुन प्रयोग गर्दा प्रामणिक कोणको मान सम्झन सजिलो पर्दछ ।

मूल्याङ्कन :

$\tan 30^\circ = ?$ $\tan 45^\circ = ?$

$\tan 60^\circ = ?$ $\tan 90^\circ = ?$

गृहकार्य : sinθ र cosθ अनुपातको ग्राफ ($0^\circ - 180^\circ$) बनाएर ल्याउने ।

पाठयोजना ३

विषय : ज्यामिति (कक्षा -८) मितिः

पाठ : त्रिभुजका भित्रिकोणको योग समयः ४५ मिनेट

व्यावहारिक उद्देश्यहरू :

यस पाठको अन्त्यमा विद्यार्थीहरूले निम्नलिखित क्रियाकलाप गर्न सक्षम हुनेछन्:

(क) दिइएकाअनुरूप त्रिभुजाकार टायलहरू (Triangular tiles) को सङ्गठन (arrangement) बाट त्रिभुजका भित्रि कोणहरूको योगफल पत्ता लगाउन ।

(ख) त्रिभुजका भित्रि कोणहरूको योगफलको सैद्धान्तिकरूपले तथ्य र कारणसहित प्रमाणित गर्न ।

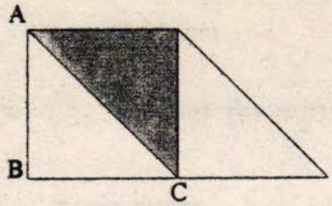
शैक्षिक सामग्रीहरू : अनुरूप त्रिभुजाकार टायलहरू

शिक्षण/सिकाइ क्रियाकलापहरू :

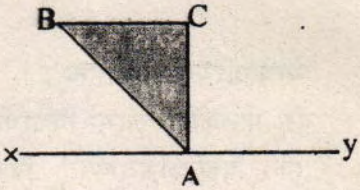
१. सुरूमा विद्यार्थीमा निम्नलिखित पूर्वज्ञान भएनभएको प्रश्नोत्तरबाट थाहा पाउने ।
   - सरल कोणको नाप 180° हुन्छ ।
   - एउटा रेखाको एउटा विन्दुमा रेखाको एकैतिर बनेका कोणहरूको योगफल 180° हुन्छ ।
   - समानान्तर रेखालाई छेदकले काट्दा
     - एकान्तरकोण बराबर हुन्छन् ।
     - सङ्गतकोण बराबर हुन्छन् ।
     - क्रमागत भित्री कोणको योग 180° हुन्छ ।

२. विद्यार्थीहरूमा आवश्यक पूर्वज्ञानको लेखाजोखा (मूल्याङ्कन) गरेपछि प्रत्येकलाई तीनतीनओटा अनुरूप त्रिभुजाकार टायल दिई त्रिभुजका तीनओटा कोणहरू एउटै विन्दुमा

मिल्ने गरी Tesselation बनाउन लगाउने र यसबाट त्रिभुजका तीनओटा कोणको योगफल 180° हुने तथ्य कसरी पुष्टि गर्नसकिन्छ छलफल गरी समाधान निकाल्न प्रयास गर्ने ।



३. यसपछि रङ्गाएको त्रिभुज र आधाररेखा BC का आधारमा त्रिभुजका भित्रिकोणको योगफल 180° हुने तथ्यको सैद्धान्तिक पुष्टि छलफल विधिबाट गराउने । प्रस्तुतीकरण यसप्रकार हुनेछ :



(क) $\angle B = \angle BAX$ (एकान्तरकोण)

$\angle C = \angle CAY$

(ख) $\angle BAX + \angle BAC + \angle CAY = 180°$ (सरलकोण)

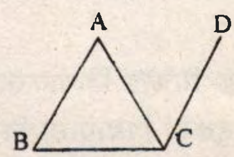
(ग) $\angle B + \angle A + \angle C = 180°$ (तथ्य (क) र (ख) बाट)

मूल्याङ्कन (Evaluation)

निम्नलिखित प्रश्नका आधारमा मूल्याङ्कन गरिनेछ :

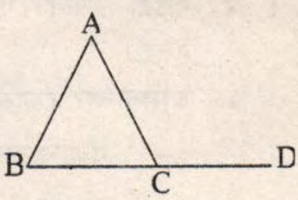
सँगैको चित्रमा AB || CD भए

प्रमाणित गर : $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$



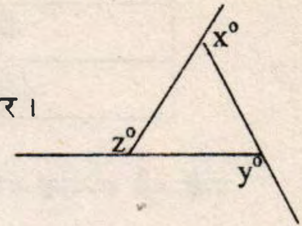
गृहकार्य :

क) सँगैको चित्रमा $\triangle$ ABC को भुजा BC लाई सिधा D सम्म लम्बाएको छ । प्रमाणित गर $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$

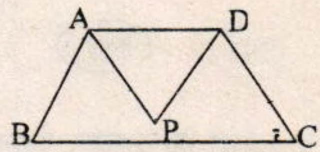


(ख) प्रश्न (क) का आधारमा प्रमाणित गर $\angle A + \angle B = \angle ACD$ यो प्रमाणको ज्यामितीय कथन लेख्न सक्छौ ?

(ग) सँगैको चित्रमा $x^\circ + y^\circ + z^\circ = 360^\circ$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर ।



(घ) सँगैको चित्रमा ABCD एउटा चतुर्भुज हो । $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ र $\angle A$ र $\angle D$ का अर्धकहरू विन्दु P मा भेटिन्छन् भने $\angle APD$ को मान कति हुन्छ ?



पाठयोजना ४

विषय : गणित | कक्षा : ८

पाठ : पञ्चआधार सङ्ख्याङ्कन प्रणाली | समय : ४५ मिनेट

उद्देश्य :

क) पाँच आधार पद्धतिमा पाँचपाँचको समूह बनाई सङ्ख्याको नाम भन्न ।

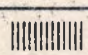
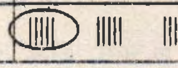
ख) पाँच आधार पद्धतिमा स्थानमा प्रयोग गरी सङ्ख्याङ्कहरू लेख्न ।

सामग्रीहरू :

गेडागुडी, कोकाकोलाका बिर्काहरू कागजका पत्तीहरू, स्थानमान बाकस वा तालिकाहरू, गाइड सिट

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप :

क) शिक्षकले गन्ती गराउनको निमित्त लगिएका सामग्रीहरू (१ देखि २४ ओटासम्म) विभिन्न विद्यार्थीहरूलाई दिने र पाँच-पाँचका समूहहरूमा विभाजन गर्न लगाउने । दशमलव प्रणालीमा जस्तै समूहका सङ्ख्याहरू भन्न लगाउने । जस्तै :

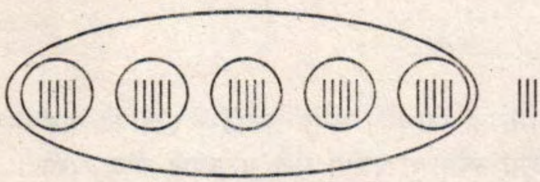
दिएको वस्तुहरू	पाँचको समूहमा विभाजन	सङ्ख्या नाम
		१ पाँच २ एक
		२ पाँच ३ एक

यस्तै थुप्रै अभ्यास गराउने र नबुझेको खण्डमा दशमलवमा गरेको आधारहरू पुनरावृत्ति गर्ने ।

दुई दस र दुई एक इत्यादि ।

माथिकै क्रियाकलाप दोहन्याउने तर सामग्रीहरू २५ देखि १२४ को सङ्ख्यामा मात्र दिने । जस्तै,

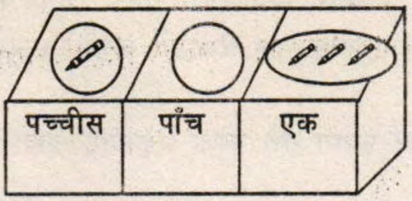
यसको नाम भन्न लगाउने । निश्चय पनि पाँच पाँच र तीन एक भन्दछन् होला । तर दशमलव सङ्ख्या प्रणालीमा दसदसलाई छुट्टै नाउँ दिएको कुरा सम्झाउने । त्यस्तै यहाँ पनि एकपटक फेरि समूहमा विभाजन गरी दिने,



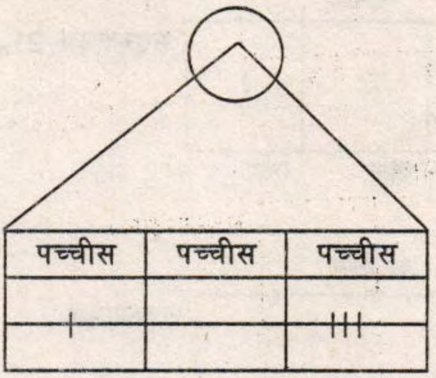
१ पच्चीस र ३ एक

यस्तै अरू अभ्यासहरू गराउने र विद्यार्थीहरूलाई सङ्ख्याका नामभन्दा त्यहाँ आएका सबभन्दा ठूलो समूहको सङ्ख्या भन्ने त्यसपछि क्रमैसँग साना सङ्ख्याका नामहरू भन्दै जाने कुराको छलफल गर्ने ।

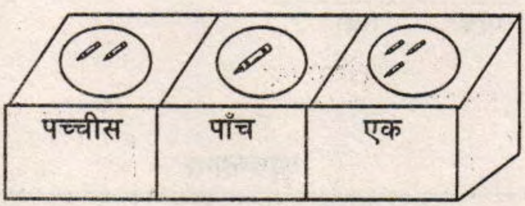
यसरी सङ्ख्याहरूलाई सधैं समूहमा विभाजन गर्दा ठाउँको निकै अभाव हुने र समय बढी लाग्ने भएकोले पकेट कार्ड वा बाकस चार्टमा देखाउनु उपयुक्त हुन्छ । जस्तै :



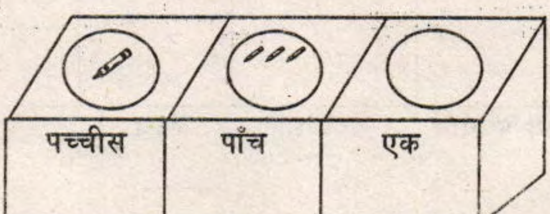
बाकस चार्टमा देखाएको सङ्ख्या १ पच्चीस र ३ एक हो । उक्त कुरालाई पकेट चार्टमा निम्नअनुसार देखाइन्छ ।



क) बाकस चार्टमा देखाएको सङ्केतले कुन सङ्ख्या जनाउँछ ।



ख) चालीस जनाउन बाकस चार्टमा कसरी सङ्केतले जनाइन्छ ?



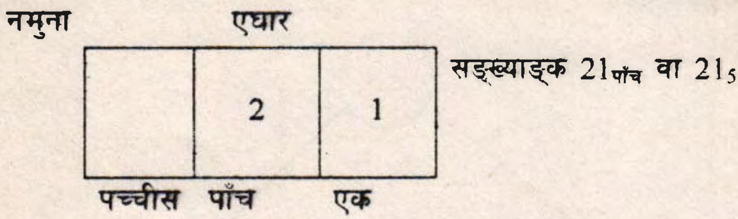
विद्यार्थीहरूलाई यस्ता सङ्ख्याहरू भन्ने र लेख्ने प्रशस्त मौका दिनुपर्छ ।

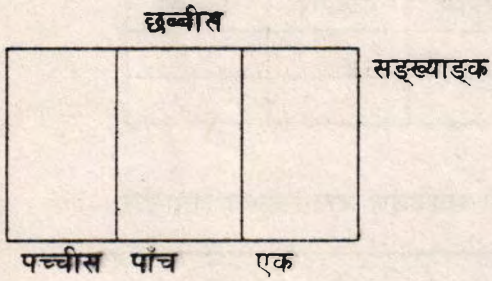
बाकसमा जुन एक, पाँच, पच्चीसको स्थान छ अब बाकसलाई नराखी दायाँबाट बाँयातिर एक, पाँच, पच्चीस, एकसय पच्चीस इत्यादिको स्थान लिने कुरा मनन गराई, 1, 2, 3, 4 अङ्कहरूको प्रयोग गरेर सङ्ख्याङ्कहरू लेखाउने गर्नुपर्छ । जस्तै, माथिको अभ्यासमा देखाएको सङ्ख्यालाई $122_{(5)}$ ।

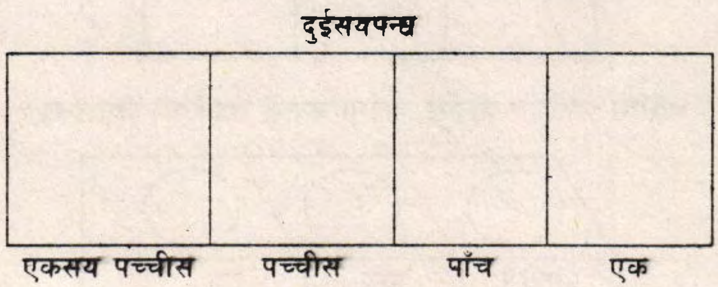
पहिले बाकस वा पकेटचार्ट प्रयोग गरी यस्ता सङ्ख्याङ्कहरू लेखाउँदा सजिलो हुन्छ ।

मूल्याङ्कन :

१. तलका गाइड सीट भर्नुहोस् ।







२. निम्नलिखित सङ्ख्याङ्कलाई पाँच आधारमा परिवर्तन गर्नुहोस् ।
28, 56, 230

३. निम्नलिखित पाँच आधारका सङ्ख्याङ्कलाई दश आधारमा परिवर्तन गर्नुहोस् :
$4132_{(5)}, 2033_{(5)}, 23_{(5)}$

घ) कक्षा अवलोकन (Class observation)

सामान्यतया कक्षा अवलोकनमा मुख्यतः दुईओटा पक्षको अवलोकन गरिन्छ । पहिलो कक्षाकोठाको व्यवस्थापनको अवलोकन र दोस्रो शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापको अवलोकन । कक्षाकोठाको व्यवस्थापनको अवलोकन गर्दा उक्त व्यवस्थापनबाट शिक्षण सिकाइको वातावरणलाई अनुकूल वा प्रतिकूल कस्तो प्रभाव परेको छ, सो कुरामा विशेष ध्यान दिई अनुकूल भए प्रोत्साहीत गर्नु पर्दछ भने प्रतिकूल भएमा सुधार गर्नको लागि सुझाव दिनुपर्दछ । शिक्षण सिकाइ क्रियाकलापको अवलोकन गर्दा शिक्षण विधि विद्यार्थी सहभागीता, शैक्षिक सामग्रीको प्रयोग, क्रियाकलापको क्रमबद्धता र उपयुक्तता मूल्याङ्कन तरिका आदि बारेमा विस्तृत अवलोकन गर्नु पर्ने हुन्छ । कक्षा अवलोकनको मुख्य उद्देश्य शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा सुधार ल्याउने हो । कक्षा अवलोकनबाट शिक्षण सीपको आदानप्रदान हुनुको साथै शिक्षणमा थप प्रभावकारीता ल्याउन मद्दत पुग्दछ । मूलतः कक्षा अवलोकनले निम्नलिखित कार्यहरूमा सहयोग गर्दछ :

- शिक्षण सिकाइ प्रक्रियामा सुधार ल्याई उद्देश्य प्राप्तिमा सहयोग पुऱ्याउँछ ।
- शैक्षिक कार्यक्रममा सुधार ल्याउन आवश्यक जानकारी प्रदान गर्दछ ।
- शिक्षणमा आइपर्ने समस्याहरू बुझी समाधान गर्न र प्रभावकारी शिक्षण गर्न शिक्षकलाई सक्षम बनाउँछ ।

कक्षा अवलोकन कर्ताले समान्यतया: निम्नलिखित कुराहरूमा ध्यान दिनुपर्दछ :

- पढाइमा बाधा नहुने गरी कक्षाको एउटा छेउ वा पछाडी बस्नुपर्दछ ।
- अवलोकनकर्ताले कक्षाभित्र शिक्षक वा विद्यार्थीसँग कुनै प्रश्न गर्नु हुँदैन ।
- कक्षा अवलोकन फारामका बुँदाहरूमा आवश्यक कुराहरू टिप्दै वा चिह्न लगाउँदै जानु पर्दछ ।
- शिक्षक वा विद्यार्थीको ध्यान खलबलिने कुनै प्रकारको कार्य गर्नु हुँदैन ।
- कक्षा अवलोकन सकिएपछि शिक्षकसँग बसेर छलफल गर्नुपर्दछ । छलफलमा शिक्षकले पढाउँदा सर्वप्रथम राम्रा कुराहरूको सराहना गरेर त्यसपछि सुधार गर्नुपर्ने कुराहरू उल्लेख गर्नु पर्दछ ।

कक्षा अवलोकन फाराम

	कामको क्षेत्र	क्रियाकलापहरू	परिमाप				
तयारी	तयारीका विषय	१. कक्षा शिक्षणको लागि पाठयोजनाको तयारी	५	४	३	२	१
		२. पढाउने विषयवस्तुको सङ्गठन					
		३. शैक्षिक सामग्रीको तयारी					
		४. सिकाइ अनुकूल बसाइ व्यवस्था					
		५. उचित ठाउँमा सामग्रीको व्यवस्था					
पाठको प्रारम्भ		६. ठीकसमयमा कक्षाको सुरूआत					
		७. विद्यार्थीहरूलाई दिएको उत्प्रेरणा					
		८. पूर्वपाठ र नयाँपाठको सम्बन्ध					
		९. पाठका उद्देश्यहरूको स्पष्टता					
शिक्षण क्रियाकलाप	विषयवस्तु	१०. विषयवस्तुको शुद्धता					
		११. क्रमबद्धरूपमा विषयवस्तुको प्रस्तुति					
		१२. उपयुक्त उदाहरणहरूको प्रस्तुति					
		१३. मुख्य सारको प्रस्तुति					
	शिक्षण विधि	१४. विद्यार्थीहरूको सक्रिय सहभागिता					
		१५. विद्यार्थीहरूको नामले बोलाउने					
		१६. छोटो, सरल र बुझिने खालको					
		१७. सिर्जनात्मकरूपमा शिक्षण विधिको छनोट र प्रयोग					
		१८. बीचबीचमा पाठको सार प्रस्तुति					
	सामग्रीहरू	१९. दृश्य सामग्रीहरूको पर्याप्तता					
		२०. सामग्रीहरू र सिकाइ अनुभवको					
		२१. सामग्रीहरूको निपूर्णतासाथ प्रयोग					
		२२. सामग्रीहरूको संरक्षण र भण्डारण					
	आधारभूत सीपहरू	२३. पढाउँदा शिक्षकको आत्मविश्वास					
		२४. आँखाको चाल					
		२५. हाउभाउको मिल्दोपन					
		२६. स्वरको स्पष्टता एवम् प्रस्तुति शैली					
		२७. अध्यापनको शीर्षक र प्रयोगमा मेल					
		२८. प्रयोग भएका शब्दहरूका स्तरको उपयुक्तता					

Required Competency 2: Analyze different learning theories and use them in promoting students' learning mathematics through instruction (15 hrs for 1 month).

Requirements for a professional teacher	Competencies assessment criteria for training centre based training	Competencies assessment criteria for school based training
Competency 2 • Explain Piaget's position in cognitive development of the students in learning and apply them in teaching of mathematics • Apply Bruner's theory of instruction in classroom teaching • Use meaningful verbal exposition by Ausubel in teaching mathematics • Use Van Hiele's Levels of understanding geometrical ideas in teaching geometry • Use constructivism as knowledge construction theory in learning and teaching of mathematics • Use Gagne's theory of learning in restructuring the mathematical contents for pedagogical perspectives **Contents** • Piaget's cognitive development theory, implication and application in curriculum development, teaching and learning promotion • Bruner's theory of instruction • Meaningful verbal learning and discovery learning • Van Hiele's cognitive levels in understanding geometrical ideas • Constructivism and learning of mathematics • Gagne's theory of product learning **Teaching methods** • Short lecture • Paper presentation by the participants • Some experiment on learning theories in student's learning • Group work **Instructional materials** • Reading materials • OHP/ computer **Evaluation Procedure** • Recording of an individual performance in a form with a set criteria in a rank scale • Assignment on set competencies (at least 3 assignments)	Each teacher completes the assigned tasks. S/he critically reviews the learning theories. S/he justifies the application of teaching /learning process in classroom teaching according to the nature of teaching contents.	Each teacher applies learning theories in designing lessons for classroom teaching.

Required Competency 3: Lead students to construct concept, discover relationships, and develop knowledge and algorithmic skills (15 hrs for 1 month)

Requirements for a professional teacher	Competencies assessment criteria for training centre based training	Competencies assessment criteria for school based training
Competency 3 • Give examples of mathematical concepts and design the strategy for learning concepts • Design lessons to discover a relationship • Identify the types of algorithms, and strategies for acquiring algorithmic skills • Use of retention techniques for mathematical knowledge **Contents** • Mathematical concepts and inductive reasoning approach • Discoverable mathematical relationships (Discovery approach) • The acquisition and retention of information • Algorithms and strategies of teaching algorithms ***Teaching methods*** • Short lecture, • Inquiry approach • Group discussion • Guided discovery • Cooperative learning (integrative technique) ***Instructional materials*** • Charts • SLM • OHP • Evaluation procedure • Recording of an individual performance in a form with a set criteria in a rank scale • Assignment on set competencies (at least 3 assignments)	Each teacher completes the assigned tasks. S/he explains rational behind the categorization of objects in concept learning. S/he describes the concepts in term of attributes. S/he explains definition formation with examples and non-examples approach for an instruction purpose. S/he completes some experiments and analyzes outcomes. S/he discusses and analyzes the stated hypothesis, conjectures and propositions. S/he explains and analyzes the results obtained through deductive and inductive reasoning. S/he uses techniques of retention. S/he designs strategies for teaching algorithms	Each teacher uses different strategies to lead students in forming mathematical concepts. S/he raises leading questions to stimulate students. S/he clarifies student's expressions. S/he encourages students to explain and analyze their results. S/he provides drill exercises.

Required Competency 4: Develop communicative skills of mathematics in students (6 hrs for 1 month)

Requirements for a professional teacher	Competencies assessment criteria for training centre based training	Competencies assessment criteria for school based training
Competency 4 • Use strategies on teaching communicative skills in mathematical messages and technical expressions of mathematics • Design learning activities for interpretative understanding **Contents** • Communication skills • Mathematical messages • Technical expressions ***Teaching methods*** • Short lecture • Role play • Games **Instructional materials** • Graphs/charts/tables • Mathematical situations story • OHP • SLM **Evaluation procedures** • Recording of individual performance in a form with a set criteria in rank scale.	Each teacher reads the message given and rephrases for communication. S/he uses the probing questions for communication of mathematical relations and ideas.	Each teacher uses message sending techniques in the class and students' involvement in the activity. S/he uses graded exercises on rephrasing and explaining the messages. S/he uses probing questions to encourage students in sending specific message.S/he provides feed back to the responses of the students.

Required Competency 5: Select and plan proper teaching strategies and apply them effectively (27 hrs for 1 month)

Requirements for a professional teacher	Competencies assessment criteria for training centre based training	Competencies assessment criteria for school based training
Competency 5 • Conceptualize, organize, and demonstrate different strategies: (expository, demonstration, practical work, small group work, individualized instruction, discovery, inductive, deductive), games, inquiry, problems and puzzles, heuristic, problem solving) • Apply inductive reasoning to construct concept • Design strategy for discovering a relationship • Apply skill of explaining, questioning and closure in classroom teaching • Apply four fundamental aspects of teaching and learning mathematics • Apply suitable teaching method • Improve teaching strategies through self reflective thinking **Contents** • Teaching learning strategies • Discovery of a relationship • Teaching problem solving • Four fundamental aspects of teaching and learning **Teaching methods** • Short lecture • Group discussion • Demonstrate some strategies by trainer/participants **Instructional materials** • Video tape • Reading materials • Some games (rules and regulations) **Evaluation procedures** • Portfolio assessment from individual record keeping • Individual reflection	Each teacher prepares activities for different teaching strategies S/he demonstrates one of the activities prepared by himself S/he collects some problems and solve at least in two ways using problem solving skills S/he participates in the discussion and completes assignments S/he lists suitable topics from textbook and designs a particular strategy	Each teacher implements her /his designed teaching and learning activities prepared during the training. S/he shares her/his experience with fellow teachers.

Required Competency 6: Selecting, developing and using instructional materials to enhance learning (30 hrs for 1 month)

Requirements for a professional teacher	Competencies assessment criteria for training centre based training	Competencies assessment criteria for school based training
Competency 6 • Select and collect variety of instructional materials • Construct local instructional materials and manage them for students learning of different mathematical ideas • Develop mathematics laboratory in school **Contents** • Concept of mathematics laboratory • Instructional materials and its sources for collection • Construction of instructional materials • Use of instructional materials. • Construction and use of modules, worksheets and design projects • Calculator and computer for teaching and learning mathematics **Teaching methods** • Short lecture • Workshops **Instructional materials** • OHP • Reading materials • Tool box, other logistics for material constructions **Evaluation procedures** • Portfolio assessment from individual record keeping • Individual reflection	Each teacher participates in a small group discussion about math lab and suggests an appropriate design of lab. S/he prepares a list of instructional materials from the participant's contributions so that they can be used in the mathematics classroom teaching. S/he constructs at least five materials for different areas of school mathematics S/he participates in a group in math exhibition and exhibit prepared materials. S/he prepares worksheets, modules. Each teacher shows the collection, development and use of teaching aid and concept of math lab in mathematics teaching. S/he suggests materials suitable for different teaching and learning approaches such as individualized instruction, cooperative learning, inductive approach etc.	Each teacher selects creative and up to date materials that can meet the curriculum objectives; students needs and promote mathematical thinking habit. S/he manages classroom for learning opportunities and demonstrates lessons using instructional materials. S/he uses teaching and learning modules, worksheets and project works for problem solving.

Required Competency 7: Select or construct valid and reliable assessment instruments/tools for mathematics. (15 hrs for 1 month)

Requirements for a professional teacher	Competencies assessment criteria for training centre based training	Competencies assessment criteria for school based training
Competency 7 • Prepare and use a specification grid • Construct mathematics questions at various cognitive levels • Prepare a marking scheme • Assess and analyze students' performance in mathematics • Use evaluation for making instructional decision (grouping of students, remedial work etc) • Perform a simple item analysis on test • Use a variety of assessment techniques, activities for progress report, feedback, grading (assignments, projects, continuous assessments) **Contents** • Specification grid • Test construction and item analysis • Assessment instruments • Marking scheme (length of questions, difficulty level of questions, distribution of marks) • Analysis of class performance • Continuous assessments **Teaching method** • Lecture and discussion • Group work • Workshop **Instructional materials** • SLC specification grids • SLC question papers and district level question papers • SLC marking scheme and exam papers **Evaluation process** • Portfolio assessment for individual record keeping • Individual reflection	Each teacher participates on a small group discussion about specification grid and prepares it. S/he prepares sample tests according to specification grid and makes it reliable and valid. S/he participates in a small group discussion on preparing a marking scheme and dummy checking of exam papers using the marking scheme S/he prepares an analytic report of the results of a dummy test.	S/he uses variety of assessment techniques, and instruments in the class room (assignments, projects, continuous assessment) S/he uses diagnostic test and implements the test in the classroom S/he divides the students in groups according to ability and conducts remedial teaching

Required Competency 8: Plan and implement mathematical lessons (9 hrs for 1 month)

Requirements for a professional teacher	Competencies assessment criteria for training centre based training	Competencies assessment criteria for school based training
Competency 8 • Clearly state the behavioral objectives • Sequence the subject matter in a logical order (simple to complex, concrete to abstract, known to unknown) • Select suitable instructional materials • Select valid and reliable evaluation instruments appropriate for the objectives • Prepare learning activities. • Plan to organize classroom activities • Demonstrate a class (using his/her lesson plan) **Content** • Classification of behavioral objectives • Lesson plans (different formats, and sample of lessons) • Preparation of lesson plans **Teaching method** • Lecture on learning domains and objective construction. • Workshop • Discussion **Instructional materials** • Variety of models of lesson plans • OHP/Slide Projector **Evaluation process** • Portfolio assessment for individual record keeping • Individual reflection	Each teacher participates on group discussion about line importance of lesson plan in practice. S/he discusses about the important component of daily lesson plan S/he prepares lesson plans on different areas of mathematics (arithmetic, algebra geometry statistics and probability etc).	Each teacher implements the newly prepared plans on the classroom. S/he participates in the feed back session after class. S/he Self evaluates the teaching using rating scales. S/he consistently develops lesson plans with clarity, demonstrate creatively and meet dead lines.

शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्र
२०५०
पुस्तकालय

510.7
GAN
2003
Math teaching